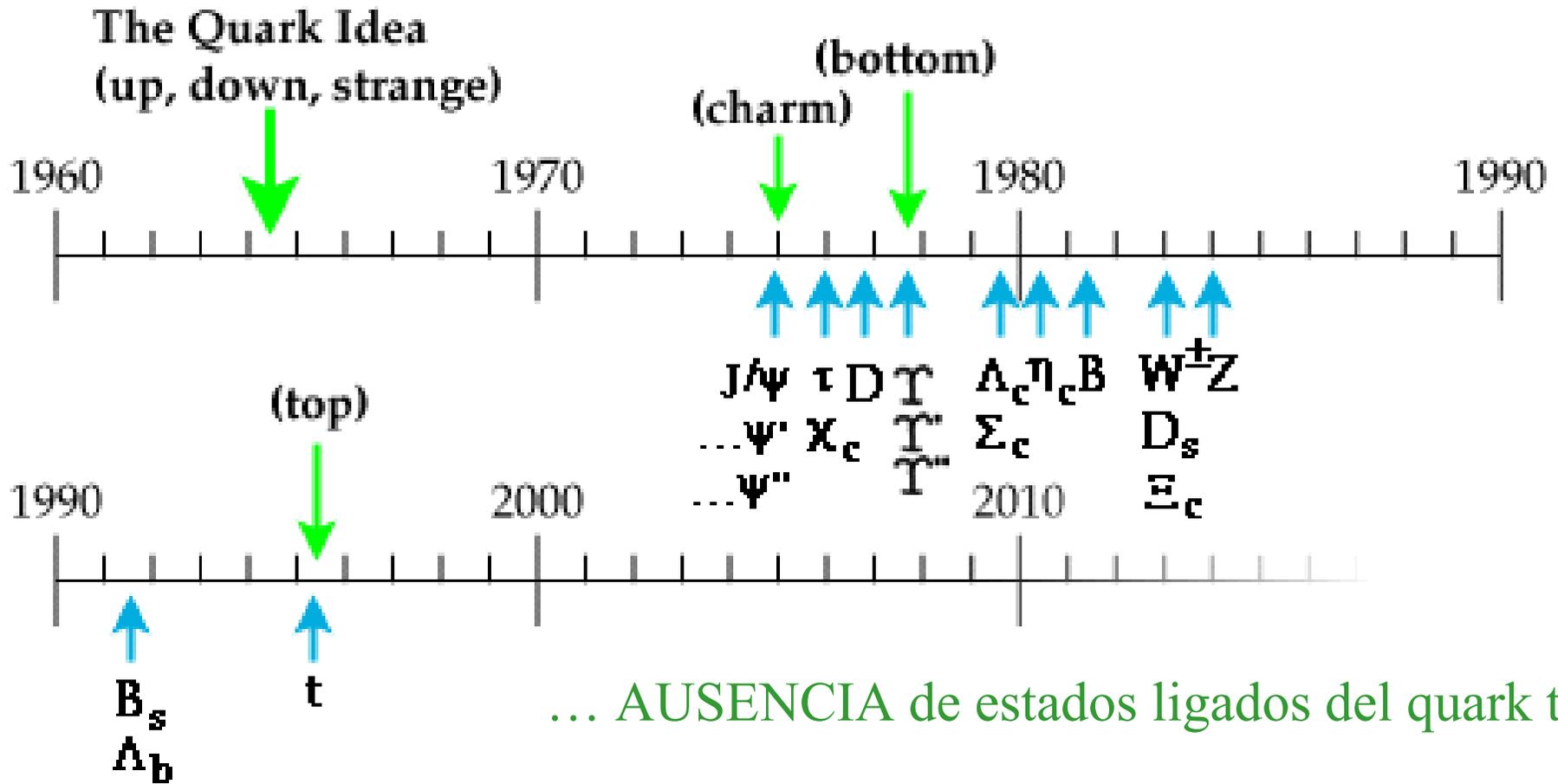


## CAPÍTULO 8

# El Modelo Estándar y posibles simetrías superiores

- 8.1 Introducción (recordatorio): Quarks y Leptones
- 8.2 Estructura de los hadrones: Quarks de valencia y quarks del mar (\*)
- 8.3 Ruptura de simetría
- 8.4 Confinamiento en cromodinámica cuántica
- 8.5 El mecanismo de GIM y la matriz de CKM
  
- 8.6 Modelos de Gran Unificación
- 8.7 Supersimetrías
- 8.8 Gravedad, Supergravedad y Supercuerdas

(\*) Referencias y nomenclatura: Quarks & Lepton. F. Halzen and A.D. Martin



- Espectro de hadrones y el Modelo Quark  
(M. Gell-Mann y G. Zweig, 1960)
- Experimentos de scattering inelástico de electrones en SLAC  
(J. Friedman, H. Kendall y R. Taylor, 1968)

## Familias (o sabores) de quarks y leptones

$$\begin{array}{cc}
 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\
 \text{Representación} & \\
 \text{fundamental en } SU(2) & \xrightarrow{\quad} \\
 & \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix} \\
 & \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}
 \end{array}$$

- Criterio seguido con la simetría de isospin fuerte: el miembro superior del multiplete es el de carga eléctrica mas alta.
- Números cuánticos:  $B = 1/3$  para todos los quarks.  $S(s) = -1$  (igual para c, b y t)

$$\begin{aligned}
 Q[u] &= Q[c] = Q[t] = +\frac{2}{3}e \\
 Q[d] &= Q[s] = Q[b] = -\frac{1}{3}e
 \end{aligned}$$

# Contenido en quarks de mesones y bariones

- Mesones = bosones (spin entero) ⇒  
Estados ligados de un número par de quarks (fermiones de spin 1/2)

$$(1^a) \quad \pi^+ = u\bar{d} \quad \pi^- = \bar{u}d \quad \pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$$

$$(2^a) \left\{ \begin{array}{l} K^+ = u\bar{s} \quad K^- = \bar{u}s \quad K^0 = d\bar{s} \quad \bar{K}^0 = \bar{d}s \\ J/\psi = c\bar{c} \text{ (S. Ting y B. Richter, 1964)} \Rightarrow \\ D^+ = c\bar{d} \quad D^- = \bar{c}d \quad D^0 = c\bar{u} \quad \bar{D}^0 = \bar{c}u \\ D_s^+ = c\bar{s} \quad D_s^- = \bar{c}s \end{array} \right.$$

$$Y = b\bar{b} \text{ (L. Lederman, 1977)} \Rightarrow$$

$$(3^a) \quad \begin{array}{l} B^+ = u\bar{b} \quad B^- = \bar{u}b \quad B_d^0 = d\bar{b} \quad \bar{B}_d^0 = \bar{d}b \\ B_s^0 = s\bar{b} \quad \bar{B}_s^0 = \bar{s}b \end{array}$$

Conservación de  
todos los #  
cuánticos:

$$S(s) = -1$$

$$\text{Charm}(c) = 1$$

$$\text{Bottom}(b) = -1$$

← Similar al sistema  
de kaones: violación CP

## Contenido en quarks de mesones y bariones

- Bariones = fermiones (spin semi-entero)  $\Rightarrow$   
Estados ligados de un número impar de quarks

$$(1^a) \quad p = uud \quad n = udd$$

$$(2^a) \left\{ \begin{array}{l} \text{Hyperones (1 quark s)} \rightarrow \Lambda^0 = uds \quad \Sigma^+ = uus \quad \Sigma^0 = uds \quad \Sigma^- = dds \\ \\ \text{Cascada (2 quarks s)} \rightarrow \Xi^0 = uss \quad \Xi^- = dss \end{array} \right.$$

- Bariones (S=3/2)  $\Rightarrow$   
Existencia del color = Antisimetría de las funciones de onda de fermiones

$$\Delta^{++} = uuu \quad \Omega^- = sss$$

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} u^a \\ d^a \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c^a \\ s^a \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t^a \\ b^a \end{pmatrix}$$

a = rojo, azul, verde



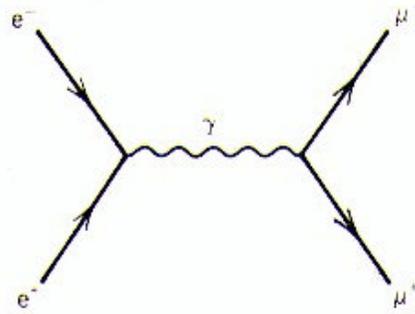
Bariones =  $uud$  ; Mesones =  $u\bar{u}$

□ Verificación experimental de la existencia de color:

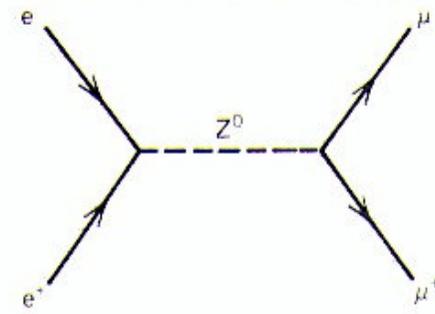
$$R = \frac{\sigma(e^-e^+ \rightarrow \text{hadrones})}{\sigma(e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+)}$$

$$\sigma(e^-e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+)$$

(e) the rest of collision of electron and positron beams each of energy  $E_p$ .

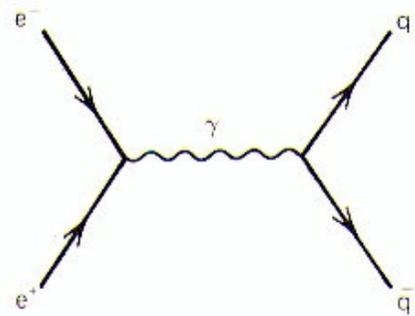


(a)

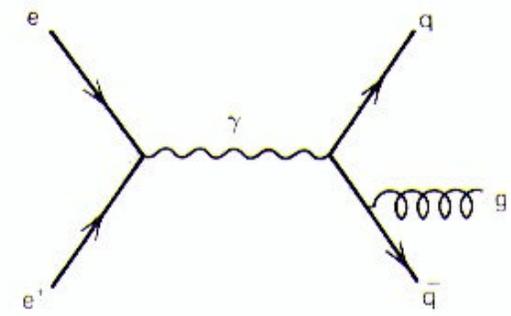


(b)

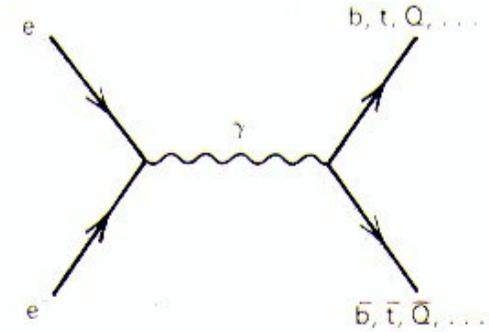
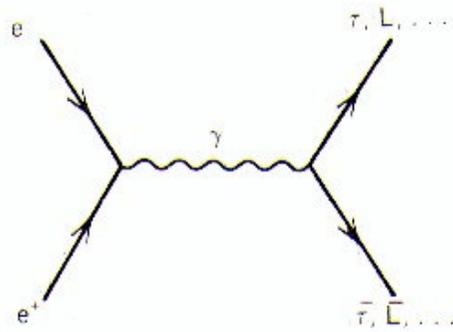
$$\sigma(e^-e^+ \rightarrow \text{hadrones})$$



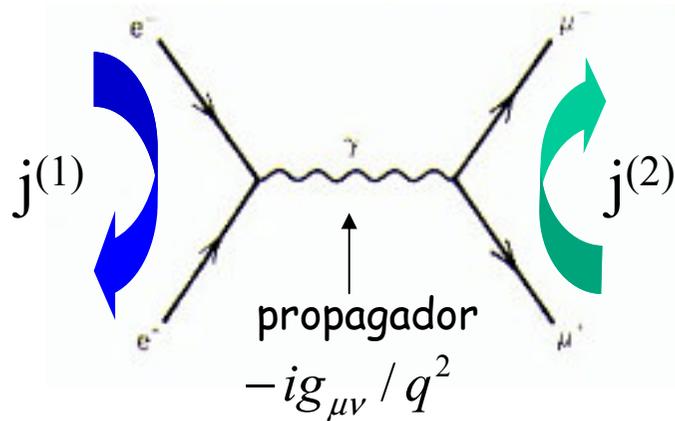
(c)



(d)



## Partículas en movimiento:



Densidad de flujo de un haz de partículas:  
Ecuación de continuidad  
(Teorema de Gauss)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j} = 0$$

(la disminución del número de partículas en un volumen dado es igual al flujo total de partículas fuera del volumen)

$$\partial_{\mu} j^{\mu} = 0$$

con la densidad de corriente:

$$j^{\mu} = -e \bar{\psi} \gamma^{\mu} \psi$$

Ecuación de Schrödinger relativista para una partícula libre de masa  $m$ :

### Ecuación de Klein-Gordon

$$E^2 = \vec{p}^2 + m^2 \quad E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}; \vec{p} \rightarrow -i\hbar \nabla$$

$$-\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \nabla^2 \phi = m^2 \phi$$



Forma covariante (partículas y antipartículas con spin)

### Ecuación de Dirac

$$H\psi = (\vec{\alpha} \cdot \vec{P} + \beta m)\psi \Leftrightarrow H^2\psi = (\vec{P}^2 + m^2)\psi$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ \sigma & 0 \end{pmatrix}; \quad \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}; \quad \gamma^{\mu} \equiv (\beta, \beta\vec{\alpha})$$

$$(i\gamma^{\mu} \partial_{\mu} - m)\psi = 0$$

Corriente de quarks (para un sabor de quarks):

$$J_{quarks} \sim \bar{u}(1 \ 0 \ 0)\gamma^\mu \frac{e_q^2}{q^2} u \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \bar{u}(0 \ 1 \ 0)\gamma^\mu \frac{e_q^2}{q^2} u \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \bar{u}(0 \ 0 \ 1)\gamma^\mu \frac{e_q^2}{q^2} u \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\sim 3 e_q^2 \bar{u} \gamma^\mu \frac{1}{q^2} u$$

$$\sigma(e^- e^+ \rightarrow q\bar{q}) = 3e_q^2 \sigma(e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+)$$

Suma a todos los sabores:

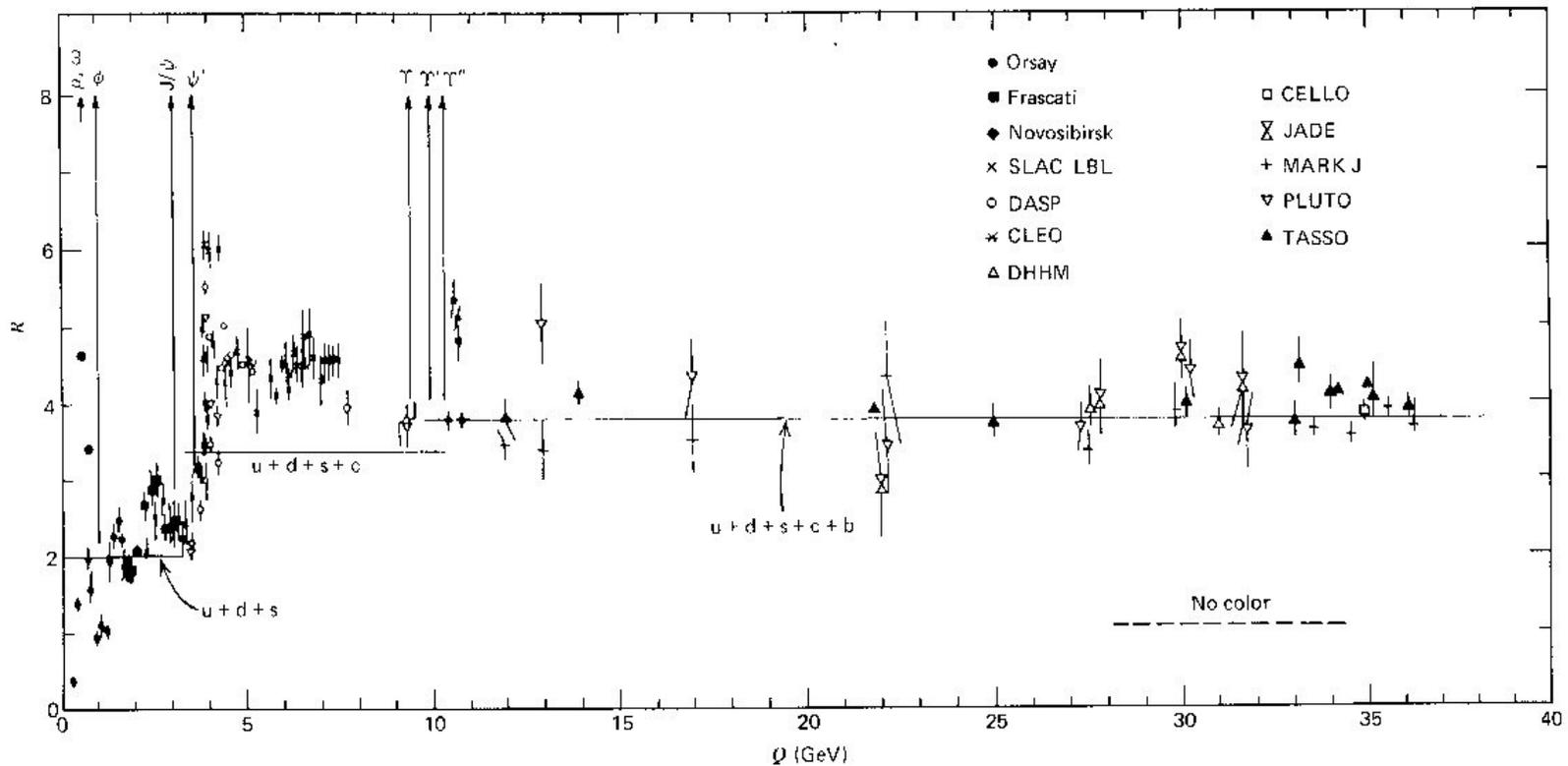
$$\sigma(e^- e^+ \rightarrow hadrones) = \sum_q \sigma(e^- e^+ \rightarrow q\bar{q}) = 3 \sum_q e_q^2 \sigma(e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+)$$

$$R = \frac{\sigma(e^- e^+ \rightarrow hadrones)}{\sigma(e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+)} = 3 \sum_q e_q^2$$

$$R = 3 \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^2 + \left( \frac{1}{3} \right)^2 + \left( \frac{1}{3} \right)^2 \right] = 2 \quad q = u, d, s$$

$$3 \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^2 + \left( \frac{1}{3} \right)^2 + \left( \frac{1}{3} \right)^2 + \left( \frac{2}{3} \right)^2 \right] = \frac{10}{3} \quad q = u, d, s, c$$

$$3 \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^2 + \left( \frac{1}{3} \right)^2 + \left( \frac{1}{3} \right)^2 + \left( \frac{2}{3} \right)^2 + \left( \frac{1}{3} \right)^2 \right] = \frac{11}{3} \quad q = u, d, s, c, b$$

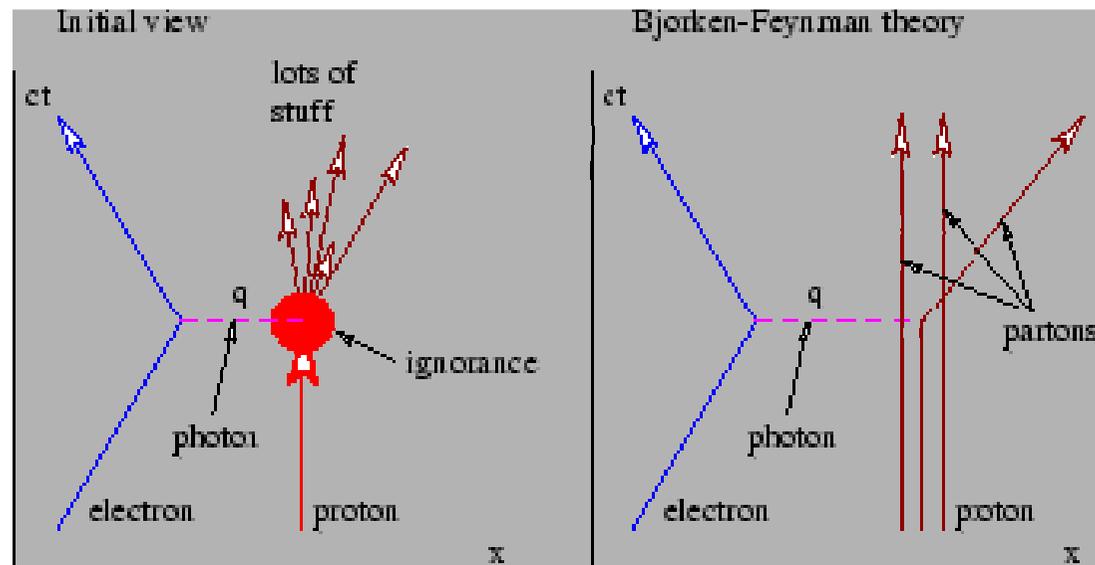


## Quarks de valencia y quarks del mar en los hadrones

La estructura de los hadrones  $\Leftrightarrow$  Experimentos de dispersión profundamente inelástica de electrones

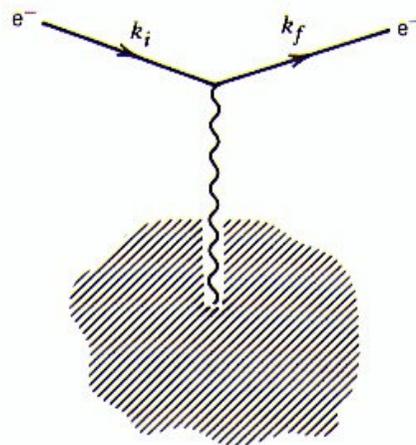
(confirmación experimental de QCD)

$\Rightarrow$  Encontrar “funciones de onda” que describan a los hadrones en términos de sus constituyentes (y viceversa)



## Factores de forma. (Procedimiento general)

- Determinar una distribución de carga a partir de la distribución angular de los electrones dispersados.
- Comparamos con la sección eficaz (conocida) de dispersión de electrones por una carga puntual.



“blanco”

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{puntual} |F(q)|^2$$

$F(q)$  = Factor de forma (= forma del blanco)

$q = k_i - k_f$  = momento transferido

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{puntual} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \text{sen}^4(\theta/2)} \text{cos}^2(\theta/2)$$

## Dispersión elástica electrón-protón

- 1) Consideramos el protón como una carga puntual que obedece la ec. de Dirac.  
dispersión e – μ ↔ dispersión e – p

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{Lab} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \operatorname{sen}^4(\theta/2)} \frac{E'}{E} \left\{ \cos^2(\theta/2) - \frac{q^2}{2m_p^2} \operatorname{sen}^2(\theta/2) \right\}$$

↖  
Retroceso del protón

↖  
Momento magnético del protón

Sin integrar en E' (energía del electrón saliente):

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{(2\alpha E')^2}{q^4} \left\{ \cos^2(\theta/2) - \frac{q^2}{2m_p^2} \operatorname{sen}^2(\theta/2) \right\} \delta \left( \nu + \frac{q^2}{2m_p} \right)$$

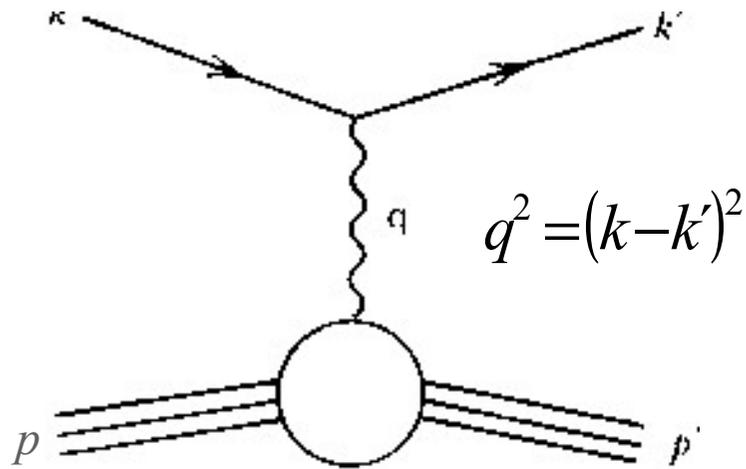
$$q^2 = -2\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}' = -2\mathbf{p} \cdot \mathbf{p}' = -2EE'(1 - \cos\theta) = -4EE' \operatorname{sen}^2(\theta/2)$$

$$\nu = E - E' = -\frac{q^2}{2m_p}$$

(Despreciando las masas del e y p)

## Dispersión elástica electrón-protón

Si el protón tiene estructura:



$$J_{\text{protón}} \propto \bar{u}(p') \gamma^\mu u(p) \rightarrow J_{\text{protón}} \propto \bar{u}(p') \Gamma^\mu u(p)$$

$$\Gamma^\mu = F_1(q^2) \gamma^\mu + \frac{\mathbf{K}}{2m_p} F_2(q^2) i \sigma^{\mu\nu} q_\nu$$

$\mathbf{K}$  = momento magnético anómalo del protón

$F_1, F_2$  = factores de forma independientes

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu)$$

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{Lab}} = \left( \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \right) \frac{E}{E} \left\{ \left( F_1^2 - \frac{\mathbf{K}^2 q^2}{4m_p^2} F_2^2 \right) \cos^2(\theta/2) - \frac{q^2}{2m_p^2} (F_1 + \mathbf{K} F_2)^2 \sin^2(\theta/2) \right\}$$

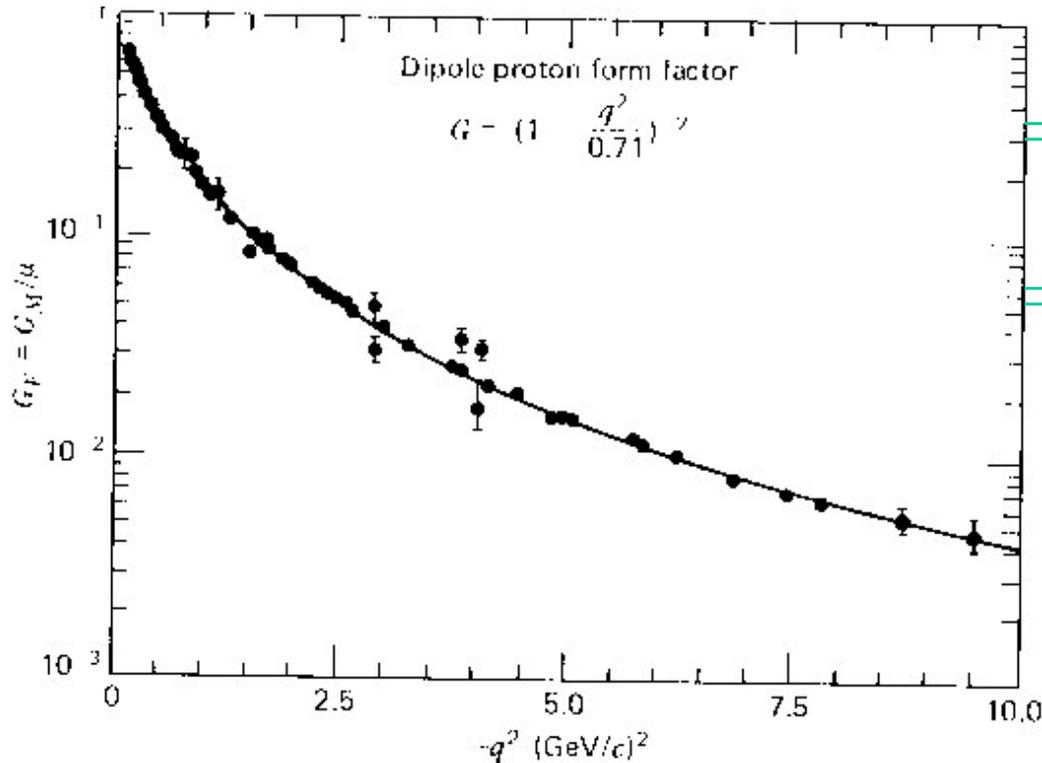
(formula de Rosenbluth)

... si el protón fuera una partícula puntual como el muon:  $k = 0$  y  $F_1 = 1$

En la practica:

$$G_E(q^2) = F_1 + \kappa \frac{q^2}{4m_p^2} F_2 \quad (\text{Distribución de carga})$$

$$G_M(q^2) = F_1 + \kappa F_2 \quad (\text{Distribución de momento magnético})$$



$$\Rightarrow G_E(q^2) \approx \left(1 - \frac{q^2}{0.71}\right)^{-2}$$

$$\Rightarrow \langle r^2 \rangle = 6 \left( \frac{dG_E(q^2)}{dq^2} \right)_{q^2=0} \cong 0.81 \times 10^{-13} \text{ cm}^2$$

Empírico; la escala 0.71 GeV  
refleja el inverso del tamaño del protón

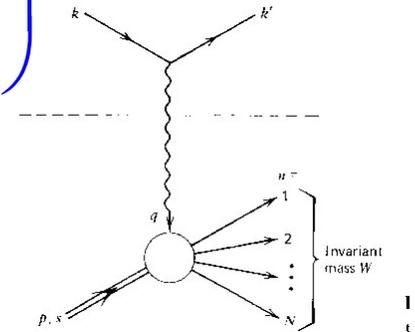
Luego para las diferentes situaciones la sección eficaz evoluciona como:

$$\{\dots\}_{e\mu \rightarrow e\mu} = \left( \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2m^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \delta \left( \nu + \frac{q^2}{2m} \right)$$

$$\{\dots\}_{ep \rightarrow ep} = \left( \frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2\tau G_M^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \delta \left( \nu + \frac{q^2}{2m} \right)$$

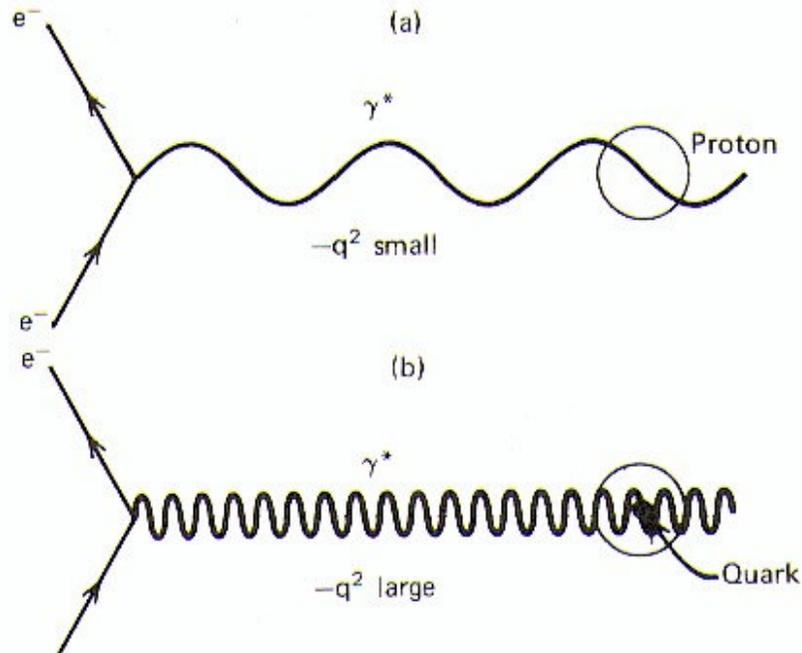
$$\{\dots\}_{ep \rightarrow eX} = \left( W_2(\nu, q^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2W_1(\nu, q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

$$\text{con } \nu = \frac{p \cdot q}{m_p}; \quad \tau = \frac{-q^2}{4m_p}; \quad Q^2 = -q^2$$



## Dispersión inelástica electrón-protón

Si aumenta la energía transferida.. el protón empieza a comportarse como una partícula de Dirac libre (un quark):

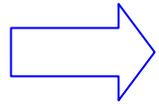


$$W_2^{punctual} = \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2m}\right)$$

$$2W_1^{punctual} = \frac{Q^2}{2m} \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2m}\right)$$

## Dispersión inelástica electrón-protón

$$2mW_1^{puntual}(\nu, Q^2) = \frac{Q^2}{2m\nu} \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2m\nu}\right) \rightarrow 2F_1(w)$$

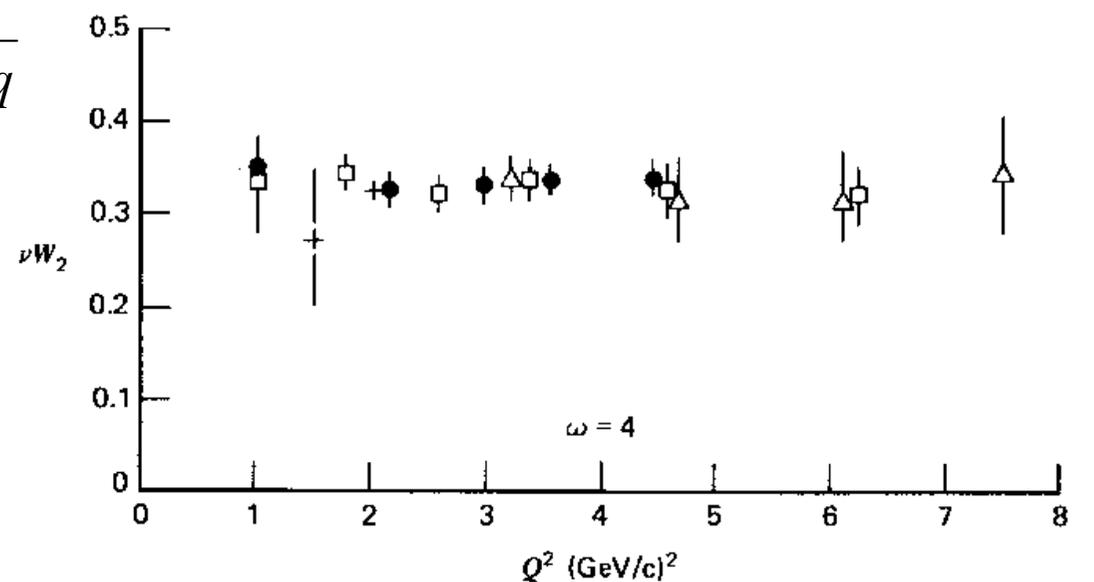


$$\nu W_2^{puntual}(\nu, Q^2) = \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2m\nu}\right) \rightarrow F_2(w)$$

(w caracteriza al fotón virtual)

con 
$$x = \frac{1}{w} = \frac{Q^2}{2m\nu} = \frac{Q^2}{2m \frac{p \cdot q}{m}} = \frac{Q^2}{2p \cdot q}$$

Independiente de  $Q^2$   
para un valor dado de  $w$   
 $\Rightarrow$  Interacción puntual  
Scaling de Bjorken



[similar al scattering  
de Rutherford:  $\sin^{-4}(\phi/2)$ ]

**Fig. 9.2** The structure function  $\nu W_2$  determined by electron-proton scattering as a function of  $Q^2$  for  $\omega = 4$ . Data are from the Stanford Linear Accelerator.

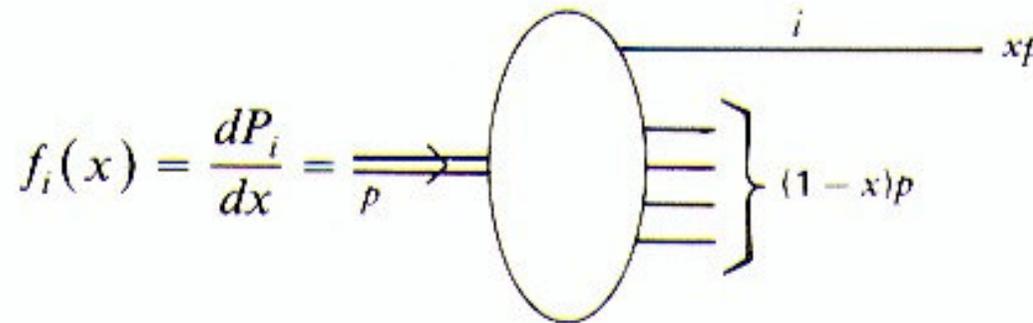
## Protón = $\Sigma$ partones (quarks y gluones)

Función de distribución del momento del partón:

Probabilidad de que un parton  $i$  (que interacciona con el foton virtual) lleve una fracción  $x$  del momento  $p$  del protón

$$f_i(x) = \frac{dP_i}{dx} \rightarrow \sum_{i'} \int dx x f_{i'}(x) = 1$$

$i' =$  todos los partones (no solo quarks)



$$2mW_1^{puntual}(\nu, Q^2) = \frac{Q^2}{2m\nu} \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2m\nu}\right) \xrightarrow{Q^2 \text{ alto}} 2F_1(w)$$

$$\nu W_2^{puntual}(\nu, Q^2) = \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2m\nu}\right) \xrightarrow{Q^2 \text{ alto}} F_2(w)$$

con  $w = \frac{2m\nu}{Q^2}$  (Caracteriza al fotón virtual)

Redefinimos (por convención):  $F_{1,2}(w) \rightarrow F_{1,2}(x)$

La fracción de momento de los partones es idéntica a la variable cinemática (adimensional) del fotón virtual

$$mW_1^{puntual}(\nu, Q^2) \xrightarrow{Q^2 \text{ alto}} F_1(x) = \frac{1}{2x} F_2(x)$$

$$\nu W_2^{puntual}(\nu, Q^2) \xrightarrow{Q^2 \text{ alto}} F_2(x) = \sum_i e_i^2 x f_i(x)$$

## Interacción electrón-protón:

(Agrupamos por tipos de quarks, igual carga, y despreciamos la contribución de quarks c, b y t)

$$\frac{1}{x} F_2^{ep}(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 [u^p(x) + \bar{u}^p(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [d^p(x) + \bar{d}^p(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [s^p(x) + \bar{s}^p(x)]$$

$u^p(x)$  etc.. Son las distribuciones de probabilidad de los quarks u , etc..

⇒ 6 funciones de estructura desconocidas  $f_i(x)$

## Interacción electrón-neutrón:

$$\frac{1}{x} F_2^{en}(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 [u^n + \bar{u}^n] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [d^n + \bar{d}^n] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [s^n + \bar{s}^n]$$

Como p y n son miembros de un doblete de isospin su contenido en quarks esta relacionado:

$$u^p(x) = d^n(x) = u(x)$$

$$d^p(x) = u^n(x) = d(x)$$

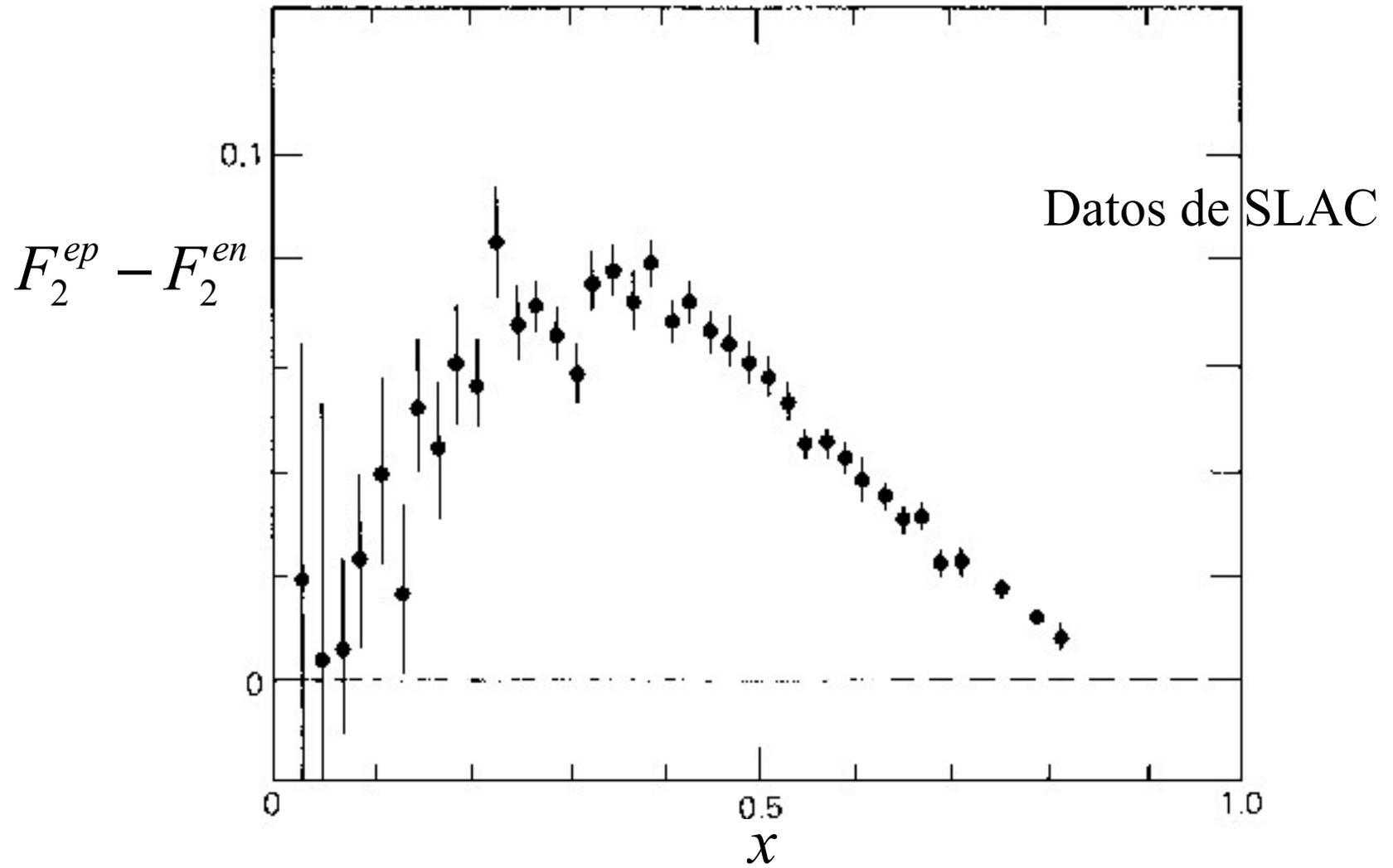
$$s^p(x) = s^n(x) = s(x)$$

Además se pueden imponer otras restricciones sobre las funciones de estructura: Ya que los números cuánticos del protón y del neutrón están definidos por los quarks constituyentes (o de valencia), podemos suponer que los quarks del mar (u, d, y s) ocurrirán con aproximadamente la misma frecuencia y distribución de momento:

$$u_{sea}(x) = \bar{u}_{sea}(x) = d_{sea}(x) = \bar{d}_{sea}(x) = s_{sea}(x) = \bar{s}_{sea}(x) = s(x)$$

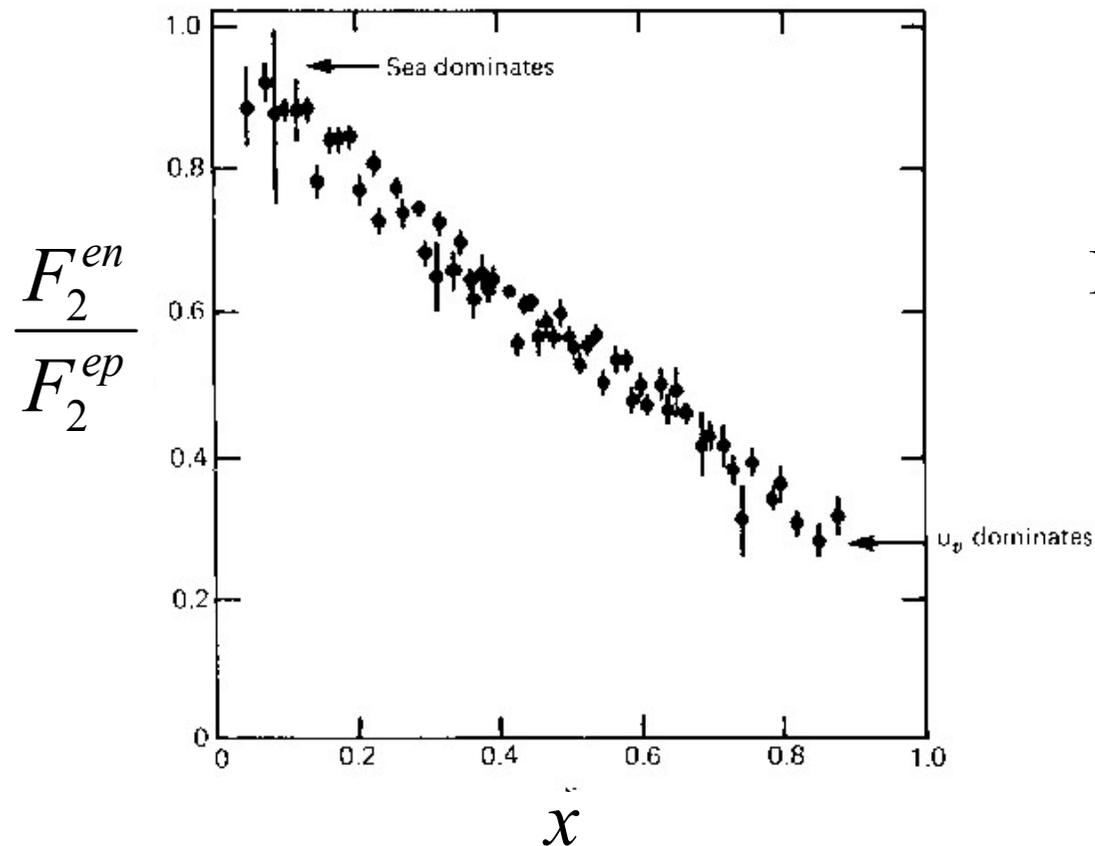
$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{1}{x} F_2^{ep} &= \frac{1}{9} [4u_v + d_v] + \frac{4}{3} s \\ \frac{1}{x} F_2^{en} &= \frac{1}{9} [u_v + 4d_v] + \frac{4}{3} s \end{aligned} \right\} \frac{1}{x} [F_2^{ep} - F_2^{en}] = \frac{1}{3} [u_v - d_v]$$

$$\frac{1}{x} [F_2^{ep} - F_2^{en}] = \frac{1}{3} [u_v - d_v]$$



Como los gluones que crean los pares quark – antiquark son de tipo bremsstrahlung esperamos que el espectro de  $s(x)$  sea de tipo brems a pequeño  $x \Rightarrow$  el número de quarks del mar crece logarítmicamente cuando  $x \rightarrow 0$ .

$$\frac{F_2^{en}(x)}{F_2^{ep}(x)} \xrightarrow{x \rightarrow 0} 1 \quad \text{y} \quad \frac{F_2^{en}(x)}{F_2^{ep}(x)} \xrightarrow{x \rightarrow 1} \frac{u_v + 4d_v}{4u_v + d_v}$$

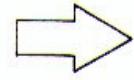


Datos de SLAC

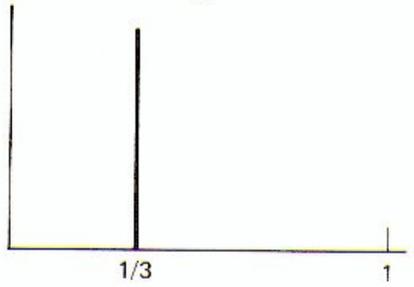
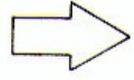
If the Proton is

then  $F_2^{eP}(x)$  is

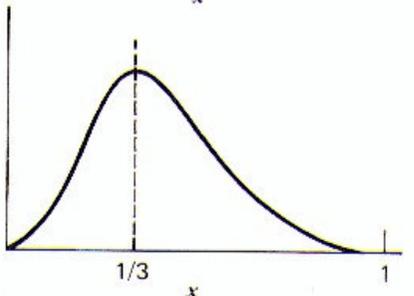
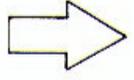
A quark



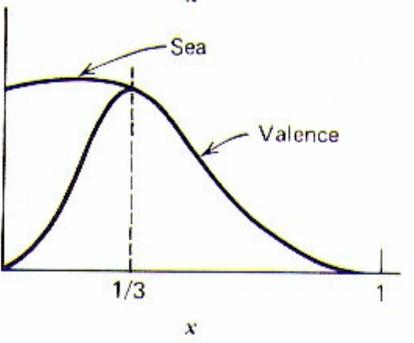
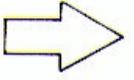
Three valence quarks



Three bound valence quarks

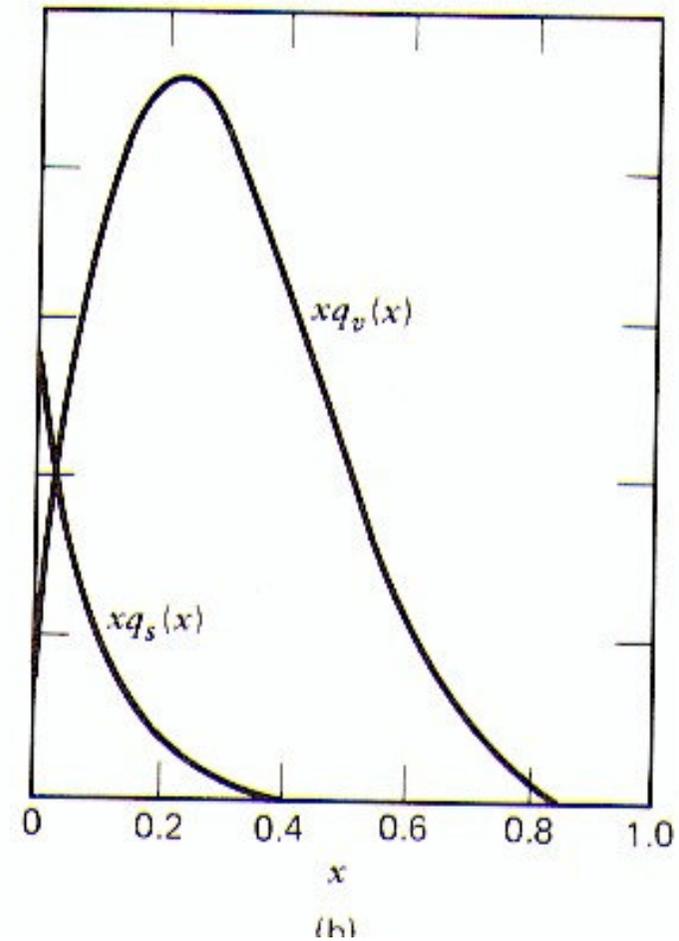
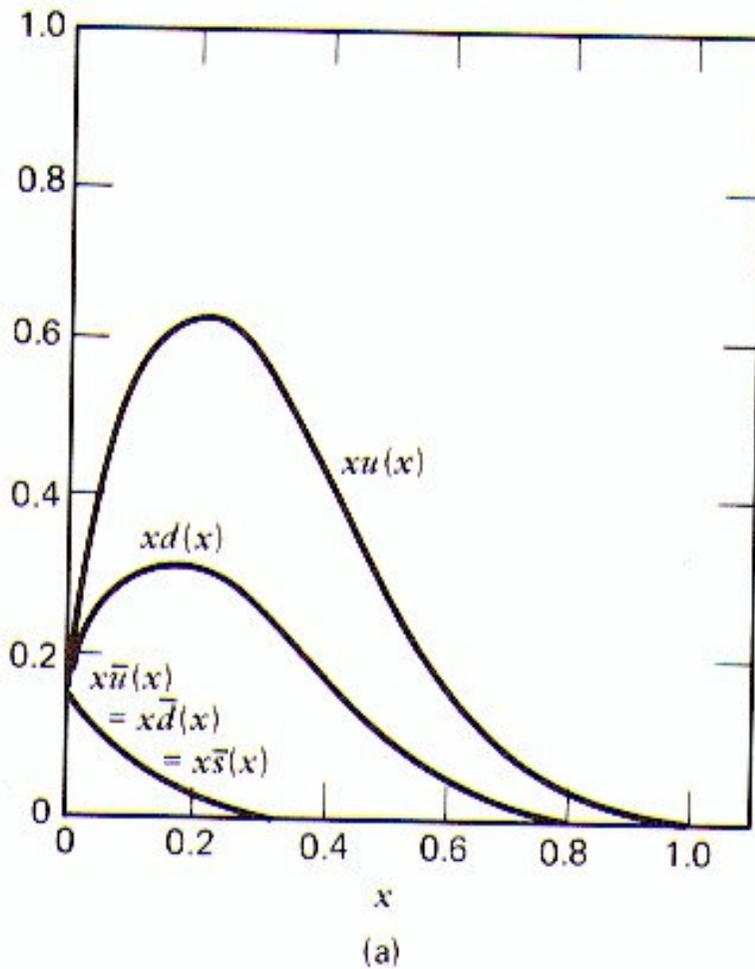


Three bound valence quarks + some slow debris, e.g.,  $g \rightarrow q\bar{q}$



Small  $x$

Parametrizando los datos  $F_2^{ep,en}(x)$  en términos de las distribuciones de quarks de valencia y mar (usando las reglas de suma como ligaduras) extraemos las funciones de estructura de quarks:



## Gluones:

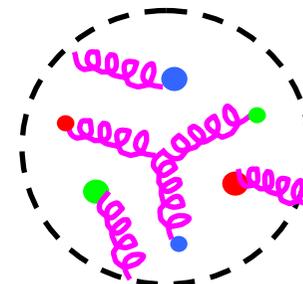
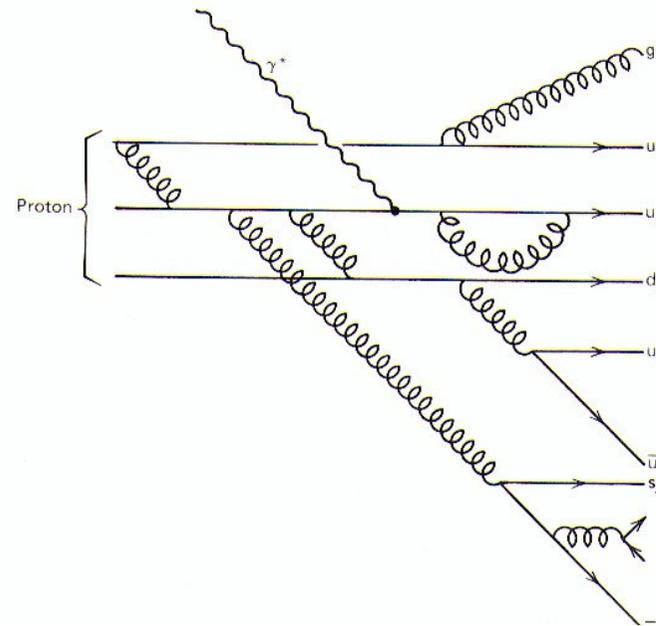
Si sumamos sobre el momento de todos los partones deberíamos reconstruir el momento total  $p$  del protón; sin embargo, experimentalmente:

$$\int dx F_2^{ep}(x) = \frac{4}{9} \varepsilon_u + \frac{1}{9} \varepsilon_d = 0.18$$

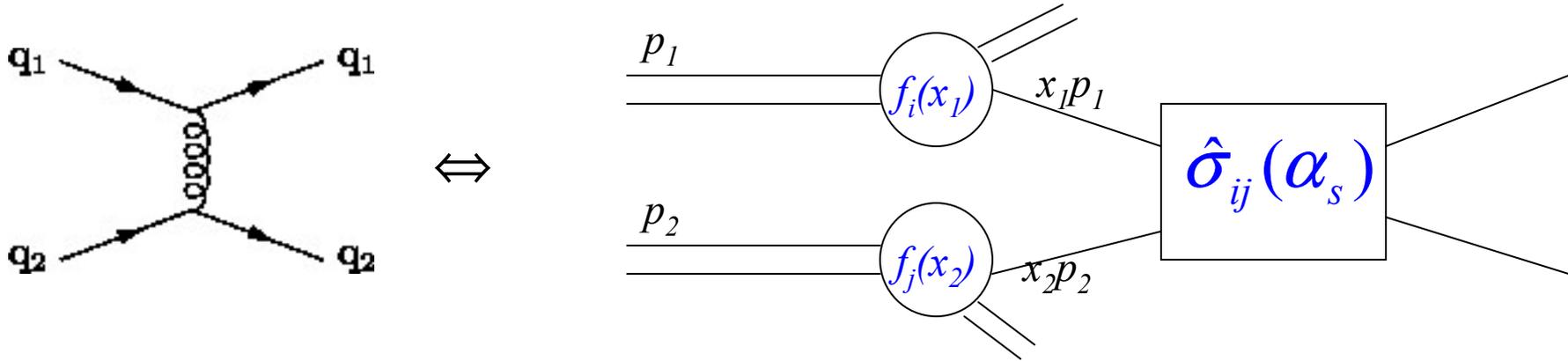
$$\int dx F_2^{en}(x) = \frac{1}{9} \varepsilon_u + \frac{4}{9} \varepsilon_d = 0.12$$

$$\text{con } \varepsilon_u = \int_0^1 dx x(u + \bar{u}) = \frac{P_u}{p}$$

➔  $\varepsilon_u = 0.36$  ;  $\varepsilon_d = 0.18 \Rightarrow \varepsilon_g = 1 - 0.54 = 0.46$

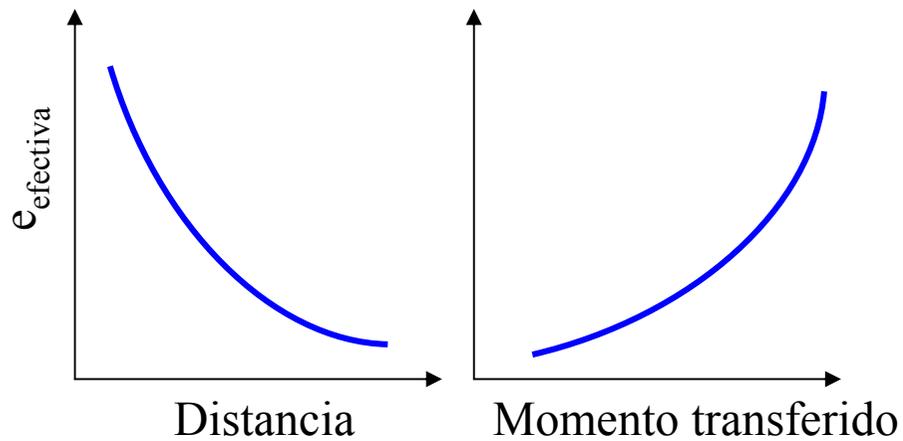


QCD perturbativa

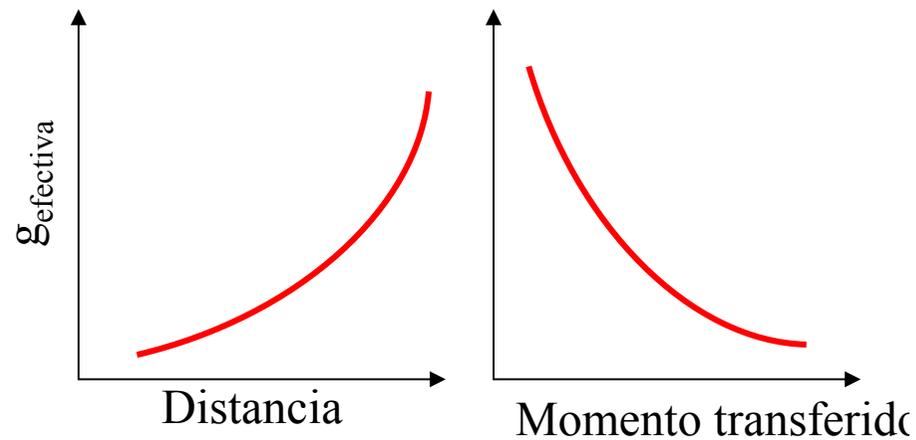


$$\sigma(p_1, p_2) = \sum_{i,j} \int dx_1 dx_2 \underbrace{f_i(x_1) f_j(x_2)}_{\text{Funciones de estructura}} \underbrace{\hat{\sigma}_{ij}(p_1, p_2, \alpha_s, Q)}_{\text{QCD perturbativa}}$$

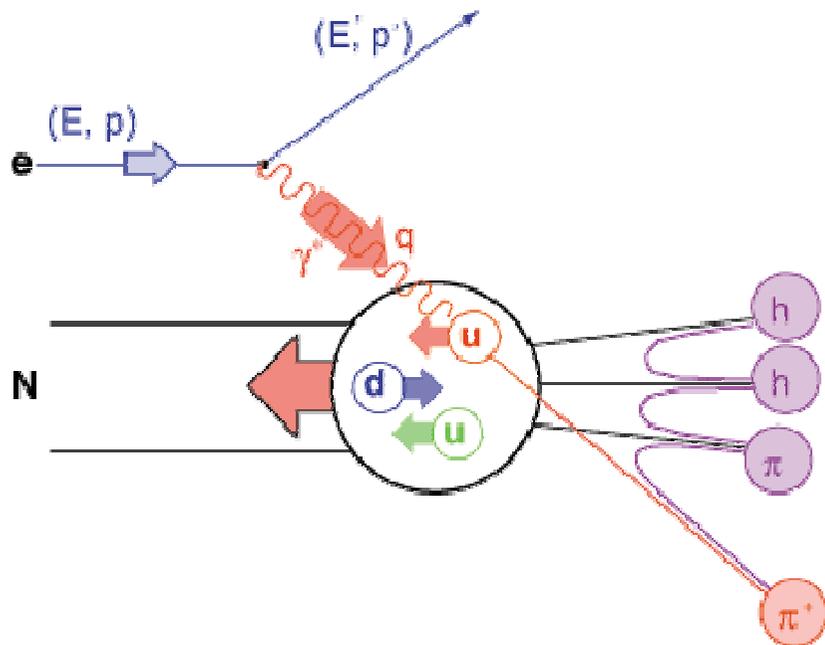
**QED**



**QCD**



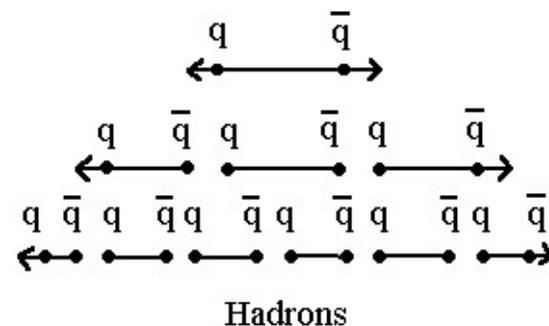
“apantallamiento”



“anti-apantallamiento”

Comportamiento de  $\alpha_s$ :  
confinamiento y libertad asintótica

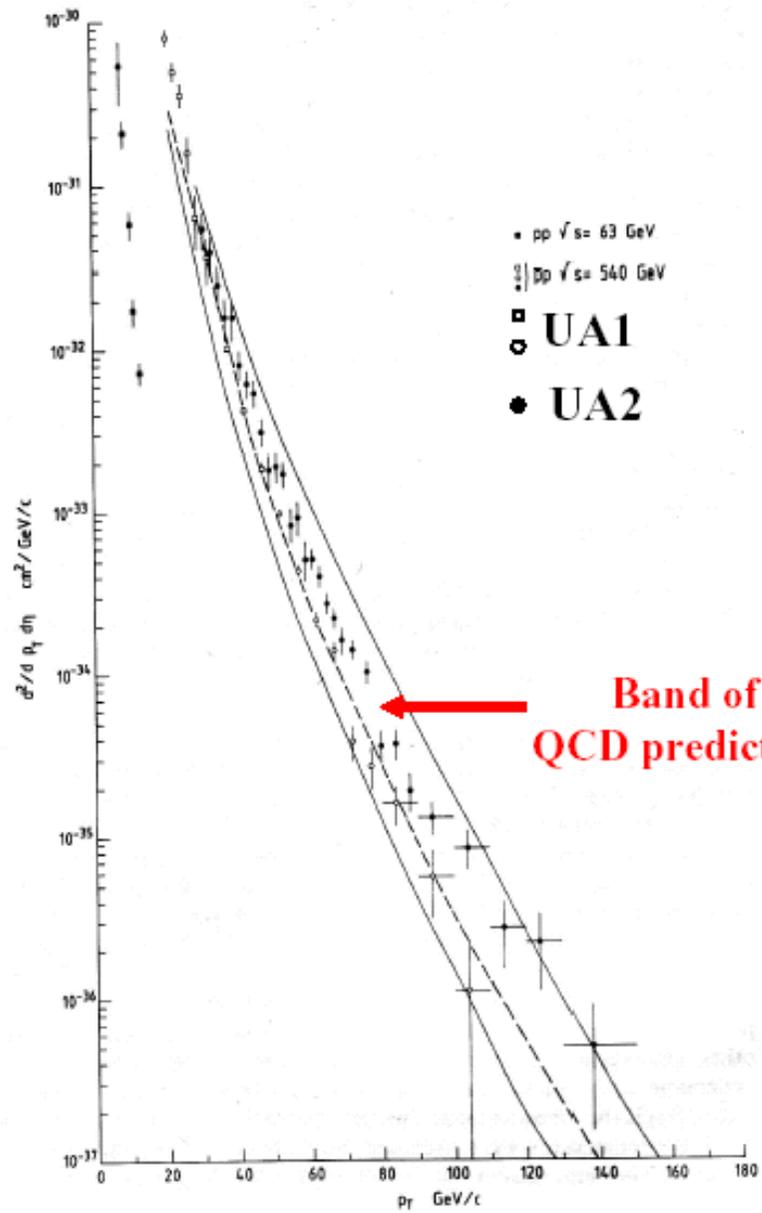
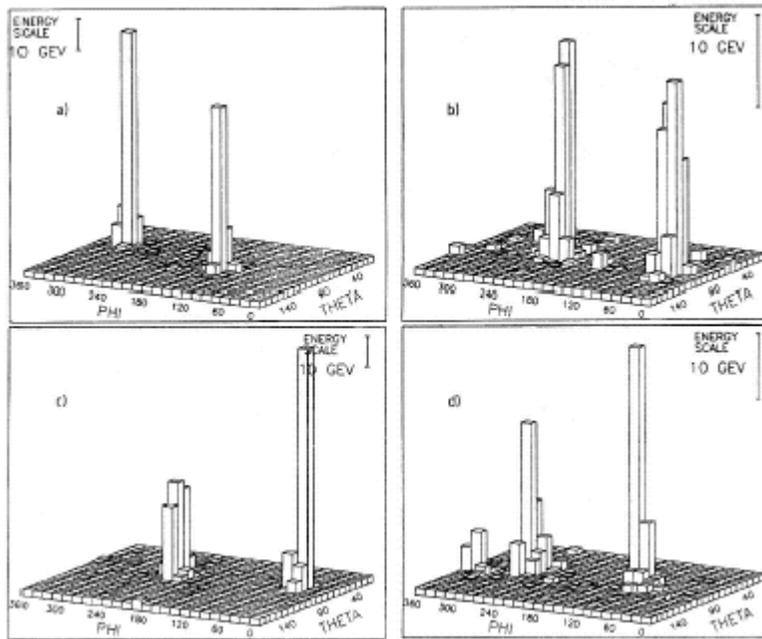
Recombinación

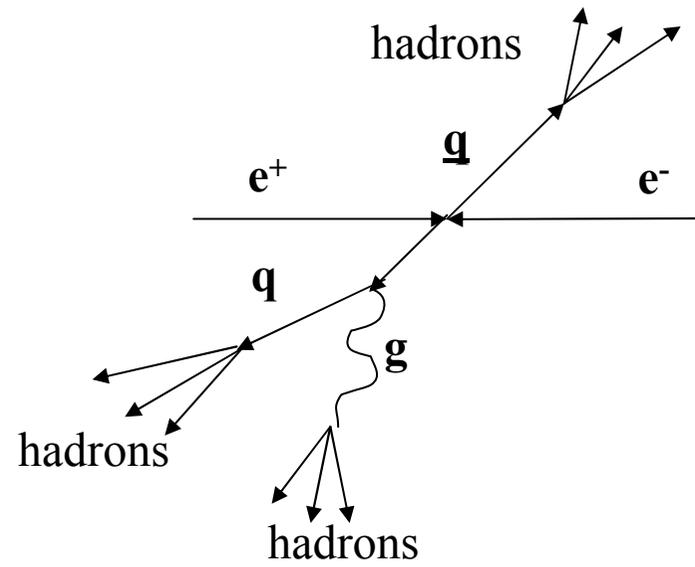
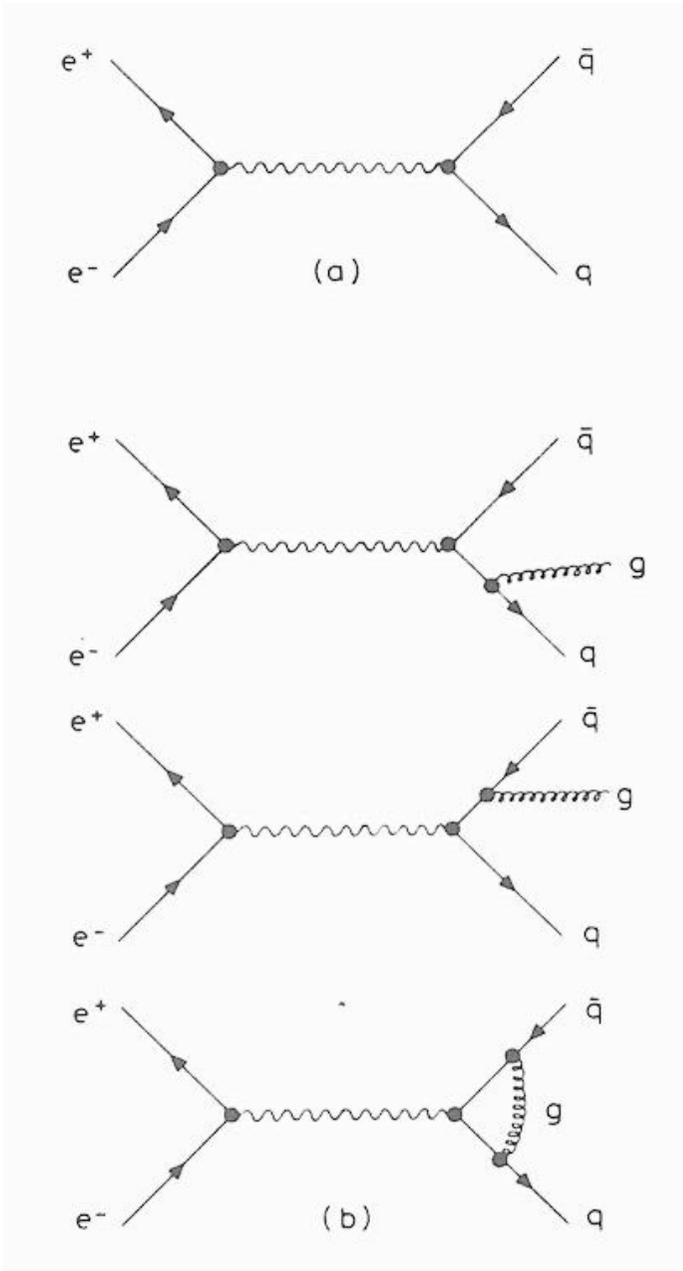


parton scattering

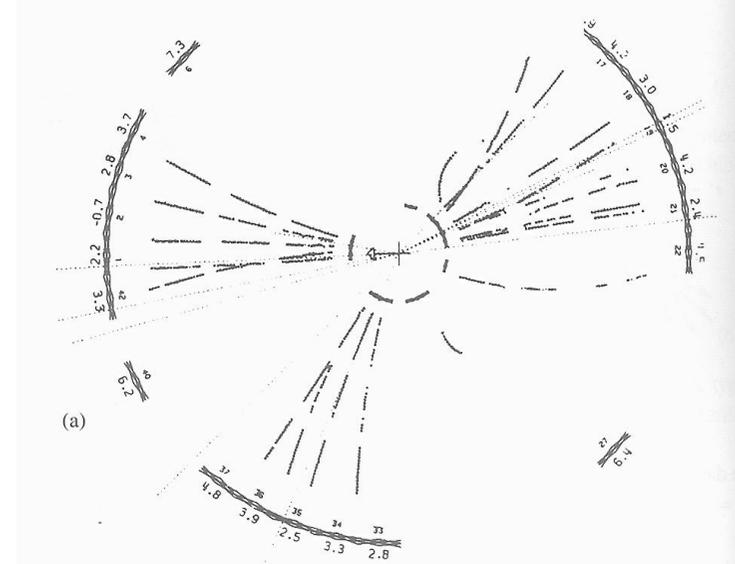
$a + b \rightarrow a + b$   
at  $\theta^* = 90^\circ$

- $\bar{q} + q \rightarrow \bar{q} + q$
- $\bar{q} + g \rightarrow \bar{q} + g$
- $g + q \rightarrow g + q$
- $g + g \rightarrow g + g$
- $\bar{q} + q \rightarrow g + g$
- $g + g \rightarrow \bar{q} + q$





Evidencia experimental de los gluones



## Ruptura de simetría

Ejemplo: magnetismo = interacción de spines en un lattice. El  $H$  para un material ferromagnético

$$H = -\kappa \sum_i \vec{S}_i \cdot \vec{S}_{i+1} \quad (\text{Invariante bajo rotaciones})$$

$\kappa > 0$  Intensidad del acoplo entre spines próximos

↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ... ↑

Spines alineados en el estado fundamental de un material ferromagnético

La configuración del estado fundamental rompe la simetría rotacional del Hamiltoniano. Cuando la **solución** de un conjunto de ecuaciones dinámicas viola una simetría inherente de esas ecuaciones se dice que hay una ruptura espontánea de simetría.

Este fenómeno es un aspecto general de todos los sistemas con ruptura espontánea de simetría. (Aparecen correlaciones de largo rango que pueden ser asociadas a partículas de masa 0).

Cuantitativamente: consideramos un Hamiltoniano clásico en 2 dimensiones (similar a un oscilador armónico, salvo por el signo de  $\lambda$ ) :

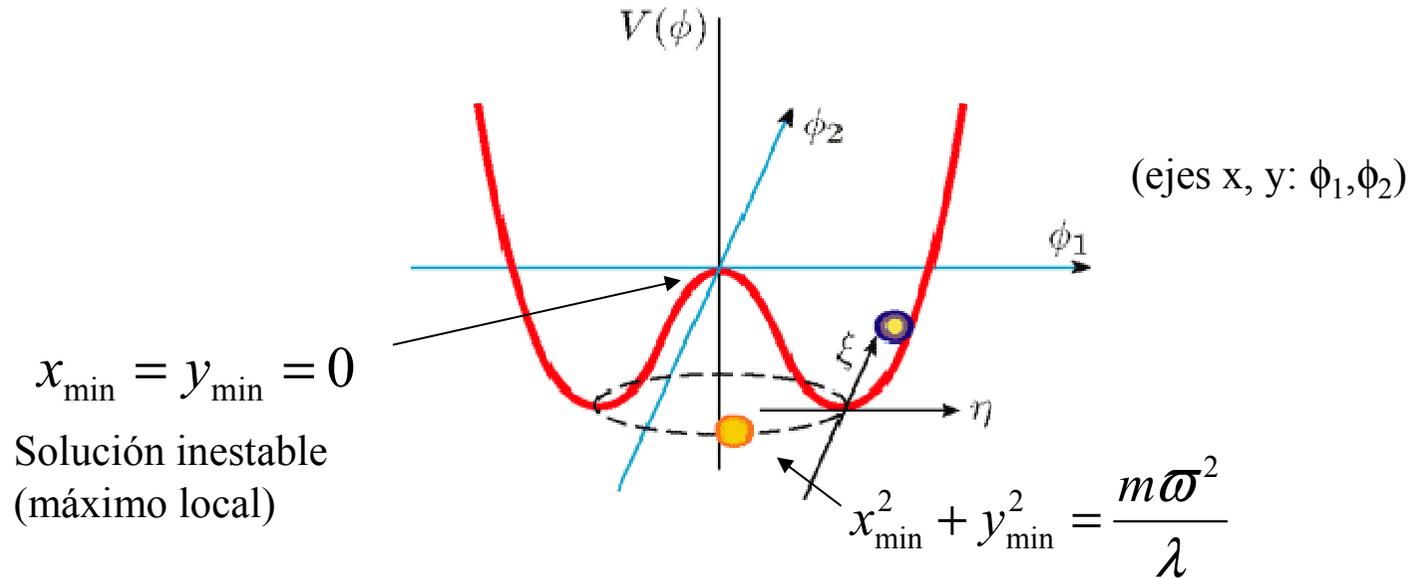
$$H = T + V = \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2) - \frac{1}{2} m \omega^2 (x^2 + y^2) + \frac{\lambda}{4} (x^2 + y^2)^2, \quad \lambda > 0$$

H es invariante bajo rotaciones alrededor del eje z (simetría global del sistema). La solución de mínima energía será la de energía cinética 0, Por tanto, el mínimo de energía total será aquel que coincida con el mínimo de potencial:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x} &= x(-m\omega^2 + \lambda(x^2 + y^2)) = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial y} &= y(-m\omega^2 + \lambda(x^2 + y^2)) = 0 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Dos soluciones:} \\ x, y = 0 ; (\dots) = 0 \end{array}$$

Las coordenadas en el extremo de potencial verifican:

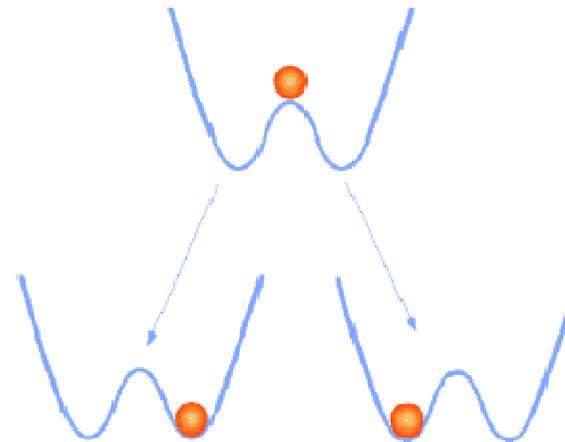
$$x_{\min} = y_{\min} = 0 \quad \text{ó} \quad x_{\min}^2 + y_{\min}^2 = \frac{m\bar{\omega}^2}{\lambda}$$



Si por simplicidad elegimos:

$$y_{\min} = 0, \quad x_{\min} = \sqrt{\frac{m\bar{\omega}^2}{\lambda}}$$

Se rompe la simetría rotacional del sistema.



Pequeñas oscilaciones respecto a este mínimo determinan la estabilidad del sistema.

$$V(x_{\min} + x, y_{\min} + y) = -\frac{1}{2} m \omega^2 \left( (x_{\min} + x)^2 + y^2 \right) + \frac{\lambda}{4} \left( (x_{\min} + x)^2 + y^2 \right)^2$$

Expandiendo el potencial en torno a estas coordenadas:

$$V(x_{\min} + x, y) = -\frac{m^2 \omega^4}{4\lambda} + m \omega^2 x^2 + \text{ordenes superiores}$$

Pequeñas oscilaciones a lo largo del eje  $x$  o del eje  $y$  darán lugar a frecuencias  $\omega_x$  y  $\omega_y$  :

$$\begin{aligned} \omega_x &= \sqrt{2} \omega \rightarrow \text{eje } x && \leftarrow \text{----- Con cambio de E} \\ \omega_y &= 0 \quad \rightarrow \text{eje } y && \leftarrow \text{----- Sin cambio de E} \end{aligned}$$

Para cualquier solución, podemos definir modos normales de oscilación tal que pequeñas oscilaciones a lo largo del valle de potencial no suponen cambio en energía (y corresponden a frecuencias de oscilación 0), mientras que los modos ortogonales supondrán cambios en E y tendrán una frecuencia no nula.

En mecánica cuántica los modos de frecuencia 0 se asocian a las partículas sin masa. Los modos de frecuencia no nula a las partículas masivas. (Bosones de Goldstone)



Este procedimiento aplicado a las interacciones débiles permite explicar la masa de las partículas gauge ( $W^\pm \psi Z^0$ )  $\Leftrightarrow$  Mecanismo de Higgs donde el bosón de Goldstone masivo es el **bosón escalar de Higgs**.

$$m_\gamma \sim 0$$

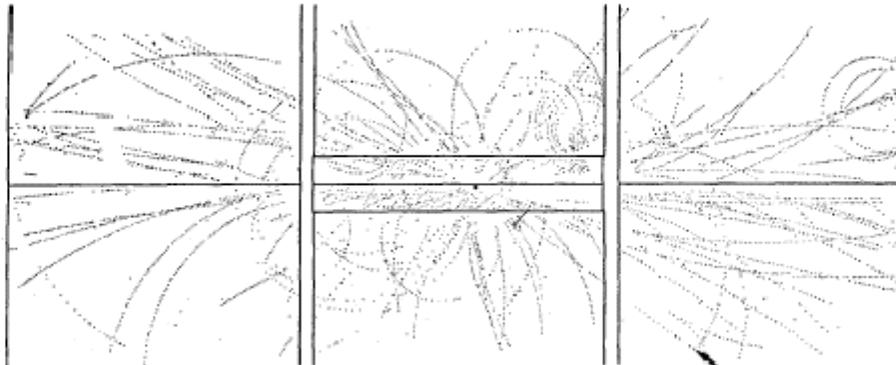
$$m_{W^\pm} \cong 80.4 \text{ GeV} \quad \text{y} \quad m_{Z^0} \cong 91.2 \text{ GeV}$$

(El isospin débil no será un “buen” número cuántico.)

Como en el caso del ferromagnetismo, al elevar la temperatura del sistema se restaura la simetría y los bosones volverán a ser de masa 0  $\Rightarrow$  Las intensidades de las fuerzas electromagnéticas y débiles son comparables  $\Rightarrow$  Unificación de las fuerzas.

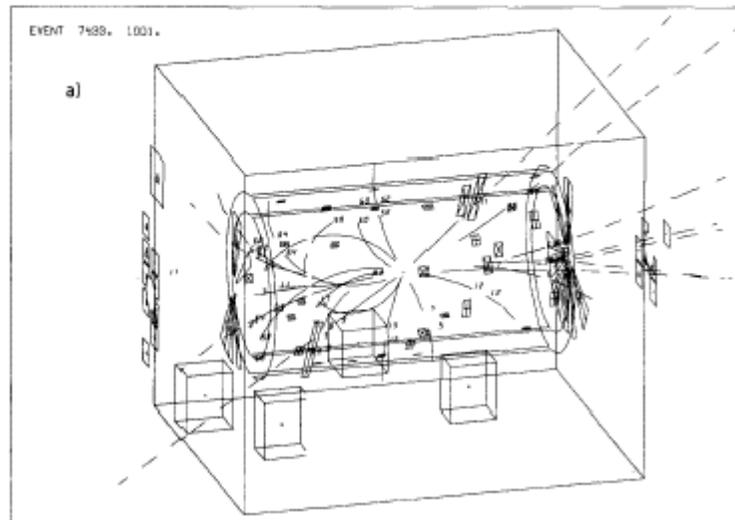
## UA1 $W \rightarrow e \nu$ events

EVENT 2958. 1279.



electron  
track

## UA1 $Z \rightarrow e^+ e^-$ event



Display of all reconstructed tracks  
and calorimeter hits

$$u + \bar{d} \rightarrow W^+$$

$$\bar{u} + d \rightarrow W^-$$

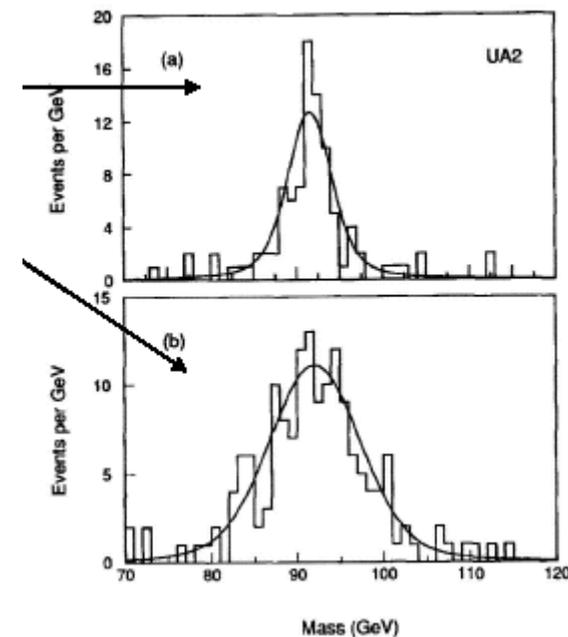
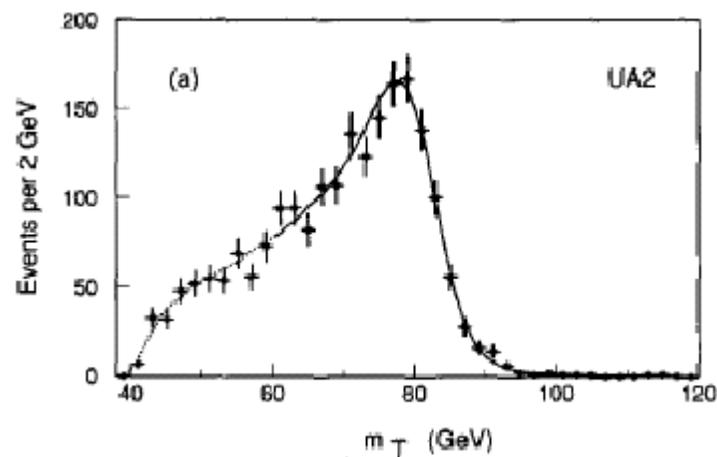
$$u + \bar{u} \rightarrow Z$$

$$d + \bar{d} \rightarrow Z$$

$$W^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$$

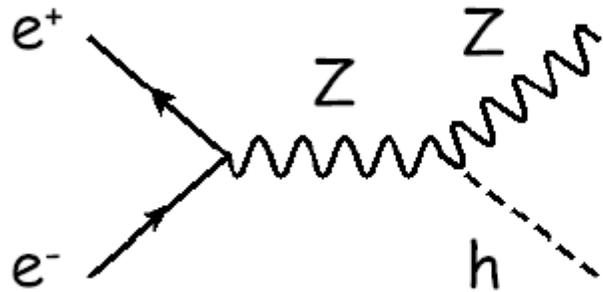
$$W^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

$W \rightarrow q \bar{q}' \rightarrow$  two hadronic jets



# Sensibilidad al boson de Higgs

## Direct searches at LEP



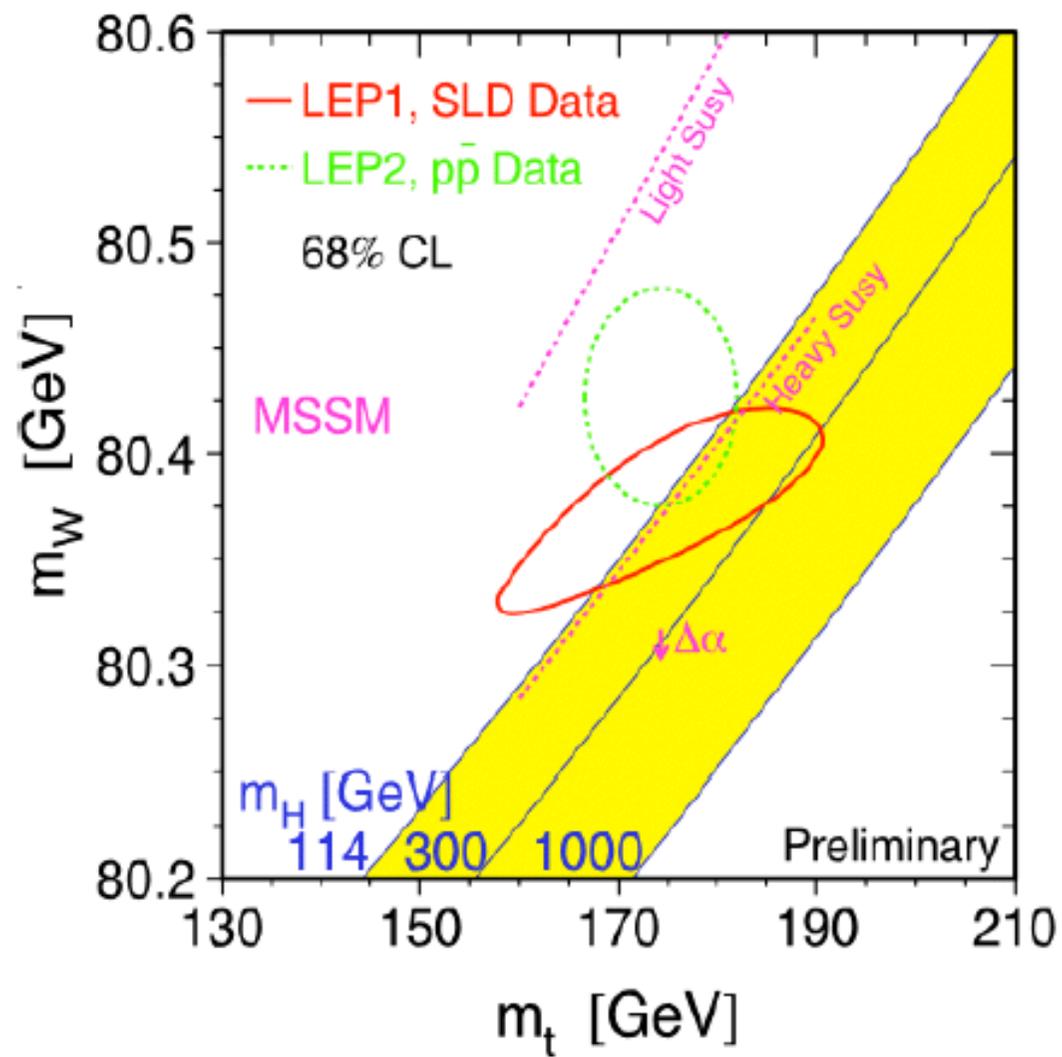
$$M_h > 114 \text{ GeV}$$

## Loop corrections $\rightarrow$ LEP observables

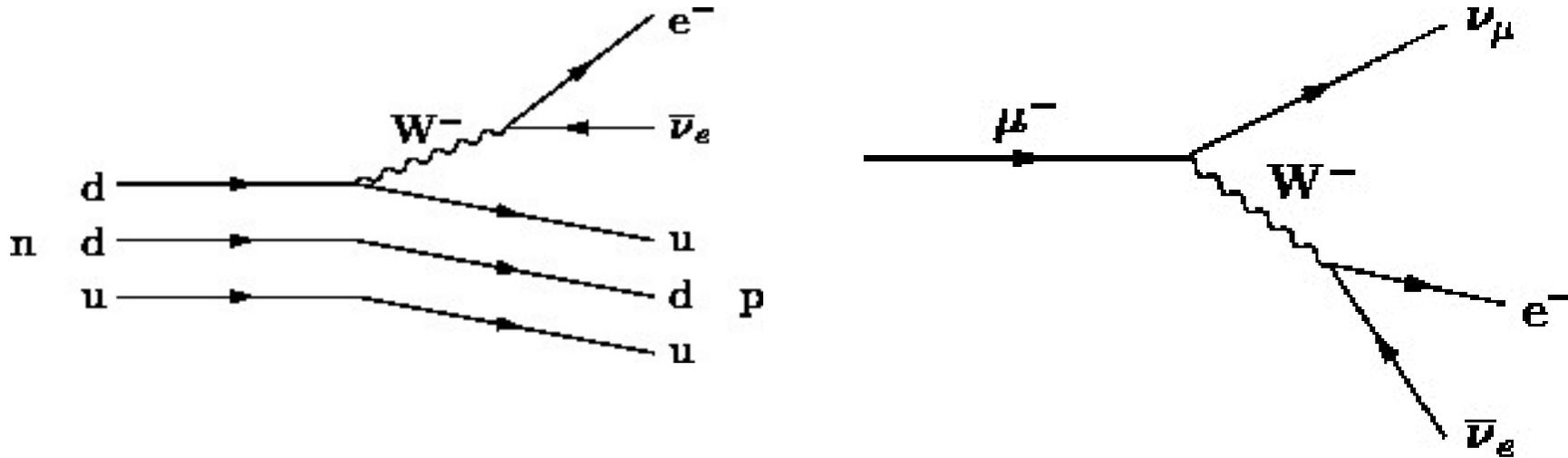


$$M_h < 219 \text{ GeV}$$

(sensitive to  $\Delta\alpha, M_t$ )



## El mecanismo de GIM y la matriz CKM



Los bosones W y Z pueden producir transiciones entre miembros del mismo doblete de isospin

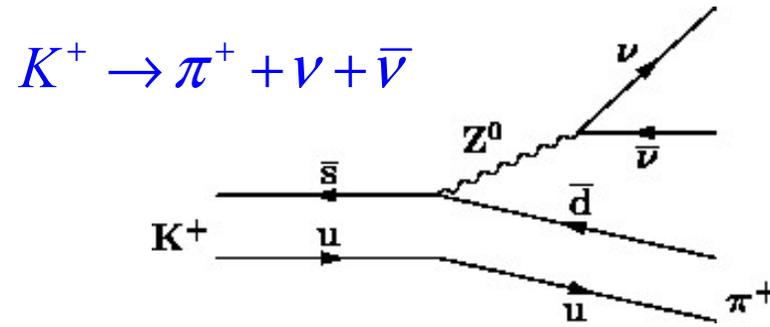
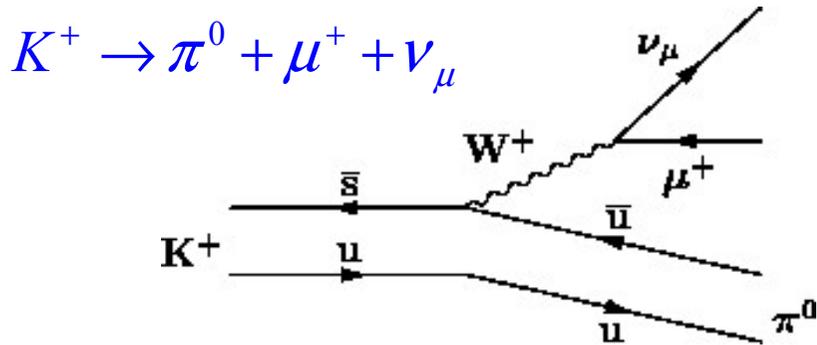
Para explicar las transiciones con  $|\Delta S|=1$  (como las observadas en las desintegraciones débiles), y en analogía con el análisis del sistema de kaones neutros:

**N. Cabibbo**  $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}$  donde  $d' = d \cos \theta_c + s \operatorname{sen} \theta_c$

(antes del descubrimiento del quark c)

$$\left. \begin{aligned} W^+ &\rightarrow u\bar{s} \\ W^+ &\rightarrow u\bar{d} \\ Z^0 &\rightarrow u\bar{u} \\ Z^0 &\rightarrow d\bar{s} \end{aligned} \right\}$$

$$\Delta S = 0, \Delta S = 1 \Rightarrow \text{sen}\theta_c = 0.23$$



Otras razones de transición (en particular aquellas relacionadas con las desintegraciones leptónicas de los kaones neutros) no podían acomodarse en la estructura de análisis del ángulo de Cabibbo, se **postulo la existencia del quark c** (y un nuevo doblete de quarks).

S. Glashow, J. Illiopoulos y L. Maiani  
(Mecanismo de GIM)  $\Rightarrow \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}$  con  $s' = -d \text{sen}\theta_c + s \text{cos}\theta_c$

Los dos dobletes:  $\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}$  y  $\begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}$

Son los **auto-estados de la interacción débil**.

Están relacionados con los auto-estados de la interacción fuerte, mediante la matriz de mezcla de Cabibbo:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \text{sen} \theta_c \\ -\text{sen} \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

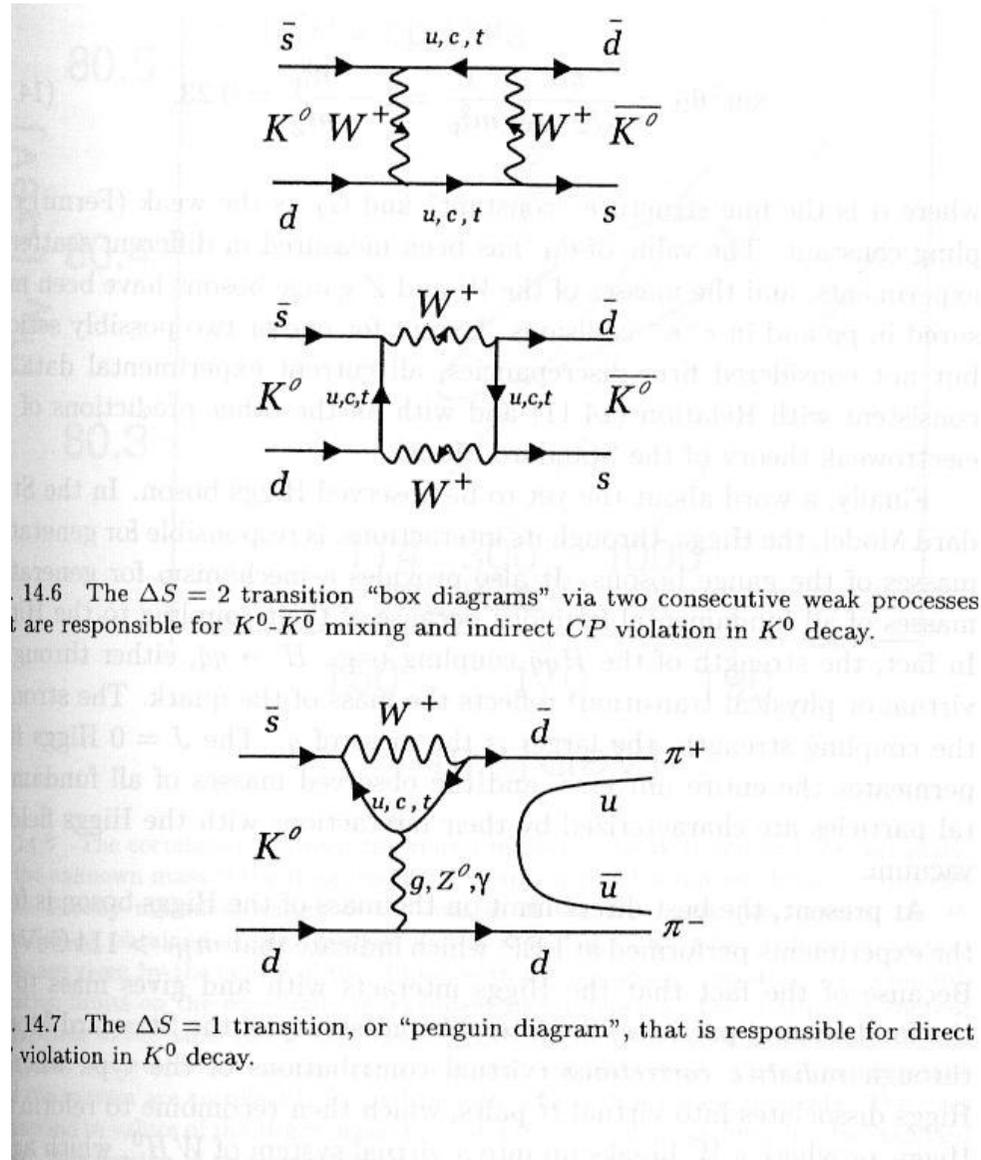
Con el descubrimiento de la nueva familia de **quarks  $b$  y  $t$** , los tres dobletes de quarks son:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Matriz de  
Cabibbo- Kobayashi-Maskawa  
(CKM)

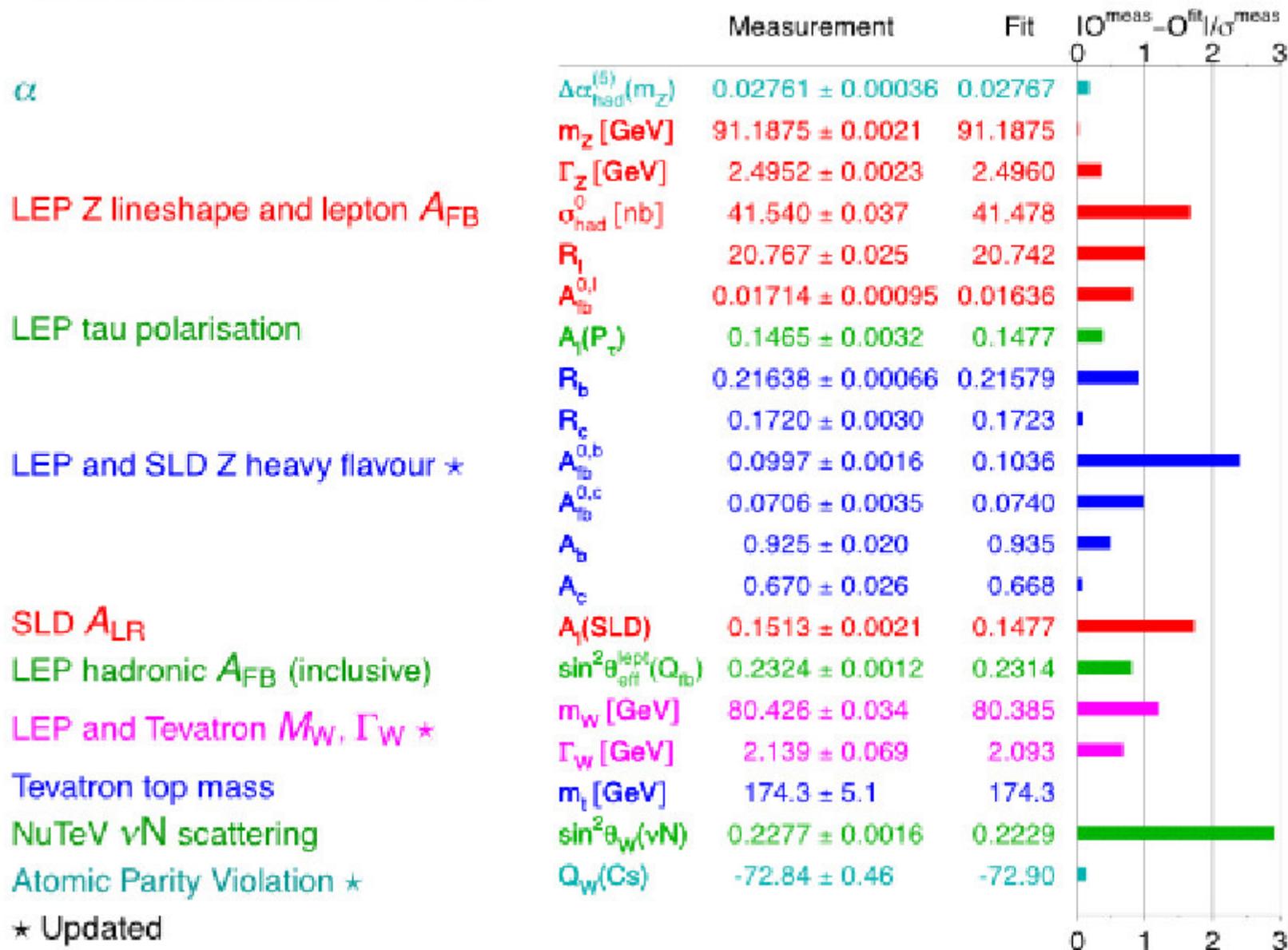
Acomoda la violación de CP observada en el sistema de kaones neutros, por medio de una fase en los elementos de la matriz unitaria.



Comprobación experimental del  
Modelo Estándar:  $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$

Global electroweak fit

Summer 2003



\* Updated

## Otros aspectos (problemas?) del Modelo Estándar :

Describe muy bien el mundo de “baja energía”, pero...

El boson de Higgs todavía no se ha observado

No se conoce el origen de 3 familias de leptones / quarks

Hay “demasiados” parámetros libres en la teoría

Ya que adecuar la existencia de la masa de los neutrinos

$$\begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e'e} & U_{e'\mu} & U_{e'\tau} \\ U_{\mu'e} & U_{\mu'\mu} & U_{\mu'\tau} \\ U_{\tau'e} & U_{\tau'\mu} & U_{\tau'\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$$

Naturaleza de los neutrinos?

Dirac (con neutrino y antineutrino distinguibles)

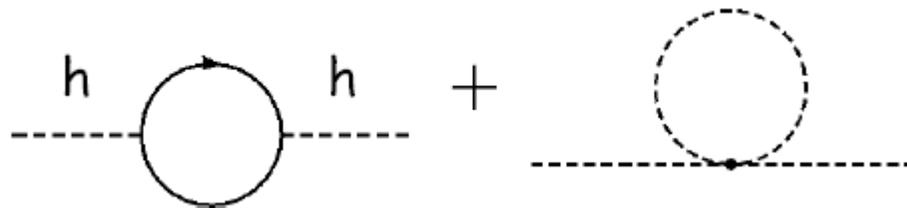
Majorana (con neutrino y antineutrino indistinguibles)

No incorpora la gravedad

## Otros aspectos (problemas?) del Modelo Estándar :

**Problema de jerarquía:** En teoría de campos, la masa de cualquier partícula se determina a partir de la suma de todas sus interacciones.

Para el bosón de Higgs, en particular, sus interacciones en el vacío dando lugar a correcciones radiativas a su masa.



Estas correcciones pueden escribirse como:

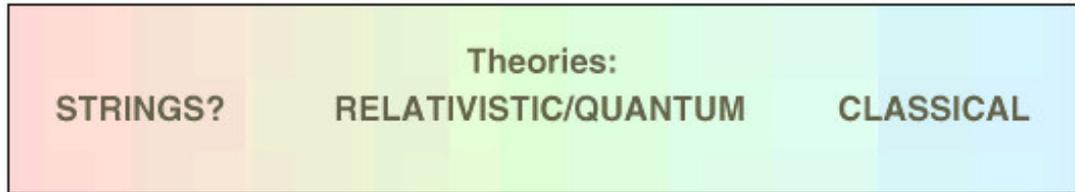
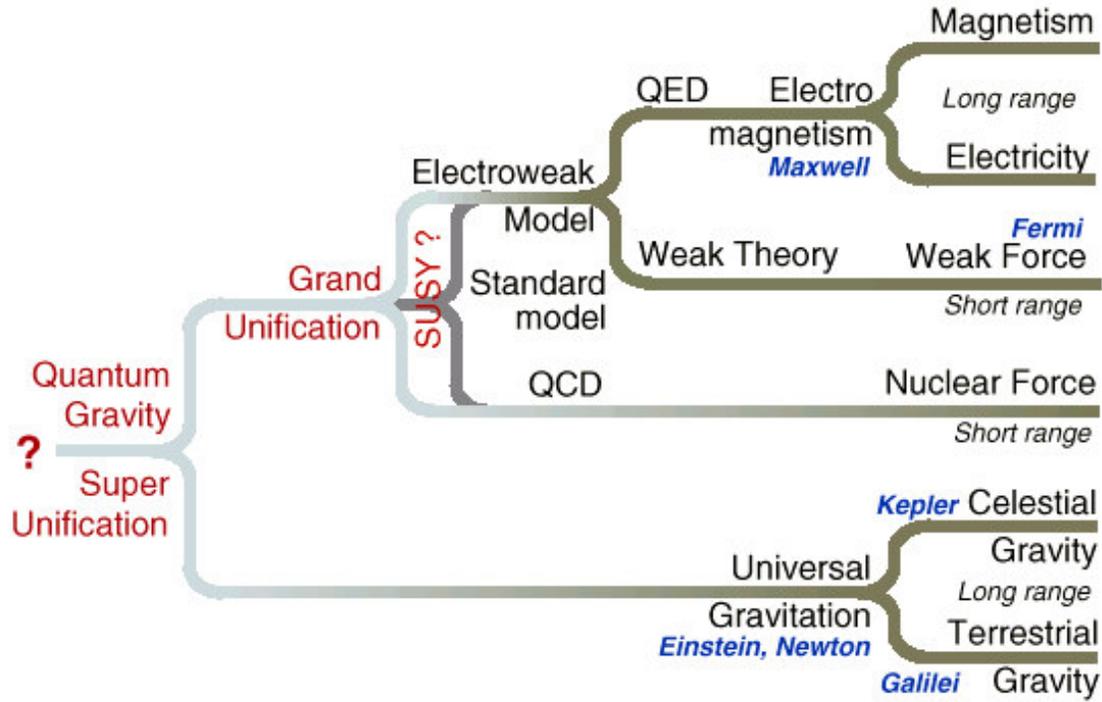
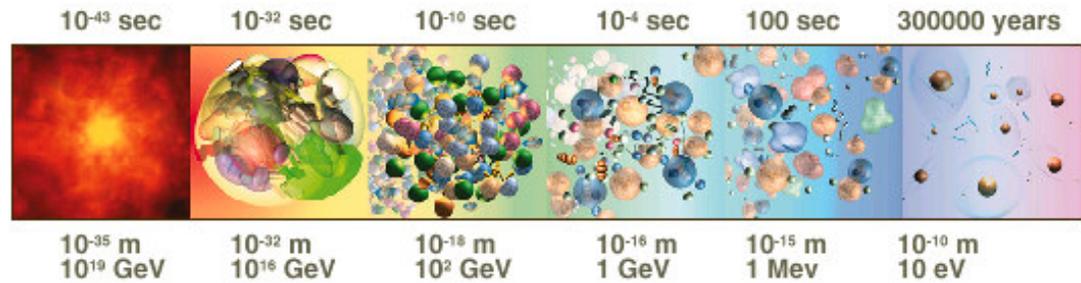
$$\delta m_H^2 \approx g^2 \left( \Lambda^2 + m_{EM}^2 \right)$$

Donde  $\Lambda$  corresponde al cutoff de energía, a partir del cual los efectos de nuevas fuerzas (p.e. la fuerza de la gravedad) se hace importante. Y  $m_{EW}$  es la masa de cualquier objeto que contribuya (loop virtuales relevantes) a la escala electrodébil  $\leq \text{TeV}$ ,  $g$  representa el acoplamiento de cualquier objeto al bosón de Higgs.

Como la escala de la gravedad cuántica (la única otra fuerza conocida hasta el momento) se espera que sea del orden de  $\Lambda \sim 10^{19} \text{ GeV}$ , las correcciones deberían ser del mismo orden...

O bien hay cancelaciones fortuitas de 16 ordenes de magnitud o bien existen nuevas interacciones (a la escala de TeV) que permite la estabilidad de la masa del Higgs a los valores “intuidos” experimentalmente.

# Extensiones del Modelo Estándar ⇒ Simetrías superiores



# Modelos de Gran Unificación

Grupos de simetría no Abelianos (no conmutativos) dan lugar a cuantización de las cantidades conservadas. P.e. el grupo de rotaciones  $\Leftrightarrow$  momento angular cuantizado en unidades de:  $\frac{1}{2}\hbar$   
 En el ME la carga eléctrica esta cuantizada en unidades de  $1/3$  e y proviene de una simetría  $U_Q(1)$  que es una transformación de fase descrita por un grupo de simetría conmutativo....

Podría explicarse si  $G \supset SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1) \Rightarrow G = SU(5)$  (similar al isospin  $\rightarrow$  rotaciones en un espacio interno de 5 dimensiones)

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} u^a \\ d^a \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} c^a \\ s^a \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} t^a \\ b^a \end{pmatrix}$$

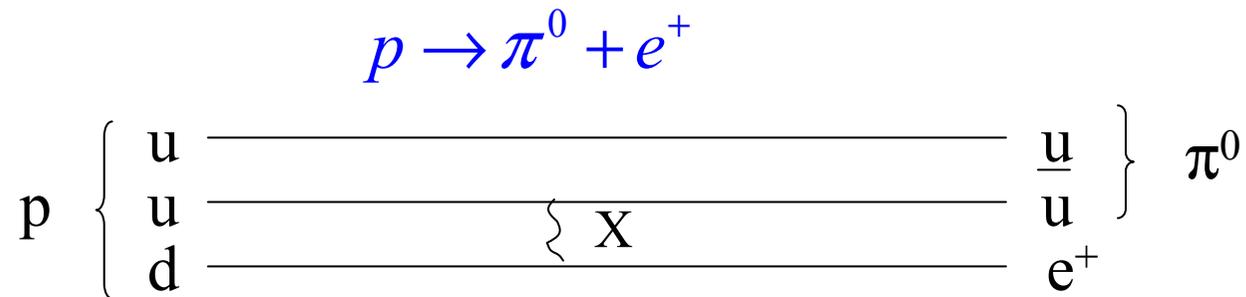
$$\begin{pmatrix} q \\ l \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{multipletes de estados}} \begin{pmatrix} d^{red} \\ d^{blue} \\ d^{green} \\ e^+ \\ \nu_e \end{pmatrix}_R, \quad \begin{pmatrix} 0 & \bar{u}^{green} & \bar{u}^{blue} & u^{red} & d^{red} \\ & 0 & \bar{u}^{red} & u^{blue} & d^{blue} \\ & & 0 & u^{green} & d^{green} \\ & & & 0 & e^+ \\ & & & & 0 \end{pmatrix}_L$$

Nuevos campos gauge (X, Y hasta 24).

La escala de unificación  $M_X \sim 10^{15}$  GeV .. Con un gran “desierto” desde  $M_W$  a  $M_X$

*La violación de B y L sería posible →*

Predicciones experimentales: **vida media del protón (p.e.)**



Limites experimentales:

Experimentos geoquimicos:

$$\tau_p > 1.6 \times 10^{25} \text{ años (independiente del modo)}$$

Experimentos de partículas (dedicados):

$$\tau_p > 10^{31} - 10^{34} \text{ años (modo específicos)}$$

## Supersimetría (SUSY)

Interrelaciona Fermiones y Bosones. Resuelve el problema de “jerarquía”, introduce escalares que pueden tener masa en el vacío diferente de 0 sin romper la invarianza Lorentz de la teoría.

Operador de las transformaciones:  $Q|F\rangle = |B\rangle$  ,  $Q|B\rangle = |F\rangle$

Invarianza gauge global  $\Rightarrow$  Nuevo número cuántico conservado (multiplicativo) :

**R-parity** (R = +1 para partículas y R= -1 antipartículas)

Los estados son multipletes que contienen igual numero de bosones y fermiones:

$$\left\{ \begin{array}{l} \textit{fermión} \quad \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \\ \textit{s-fermion} \quad |0,0\rangle \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} \textit{boson gauge} \quad |1,1\rangle \\ \textit{gaugino} \quad \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \end{array} \right\}$$

Spin  $\frac{1}{2}$

Spin 0

Spin 1

Spin  $\frac{1}{2}$

Quark  $q_L, q_R$

Squark  $\tilde{q}_L, \tilde{q}_R$

Fotón  $\gamma$

Fotino  $\tilde{\gamma}$

Lepton  $l_L, l_R$

Slepton  $\tilde{l}_L, \tilde{l}_R$

Bosones  $W, Z$

Wino/Zino  $\tilde{W}, \tilde{Z}$

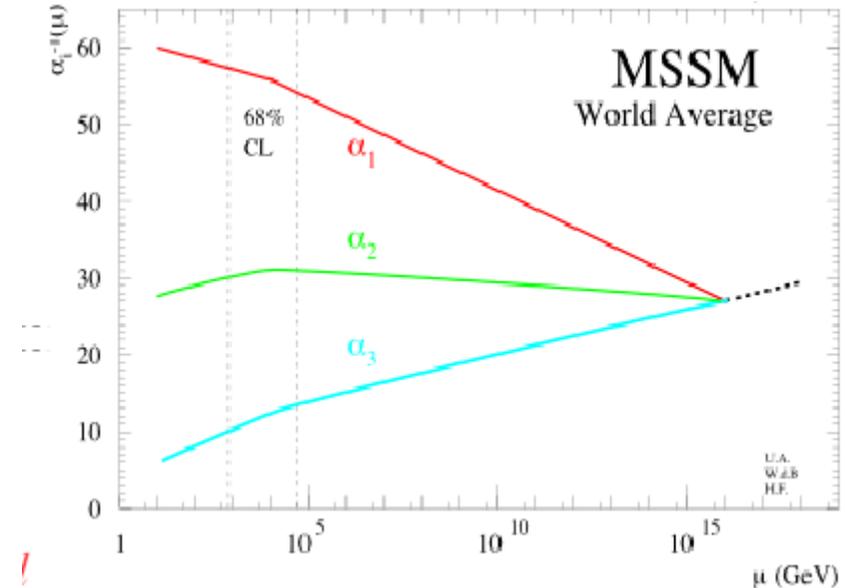
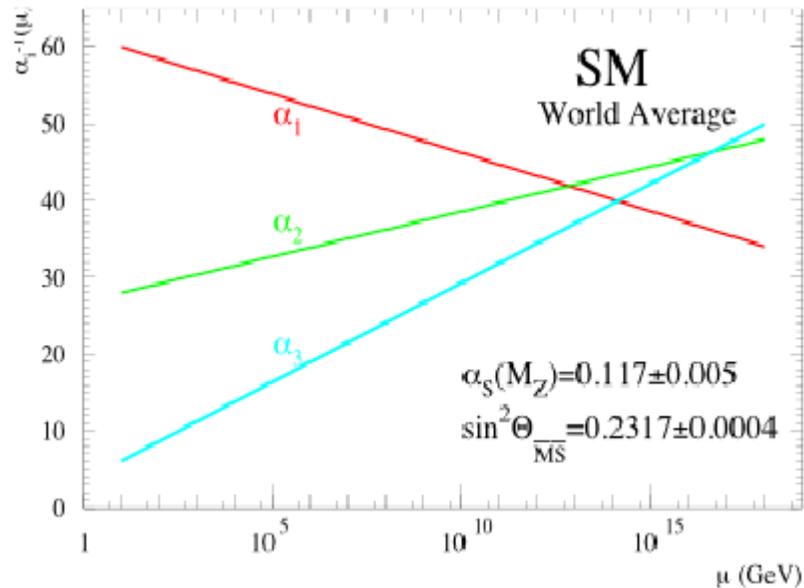
Higgsino  $\tilde{\phi}, \tilde{\phi}'$

Higgs  $\phi, \phi'$

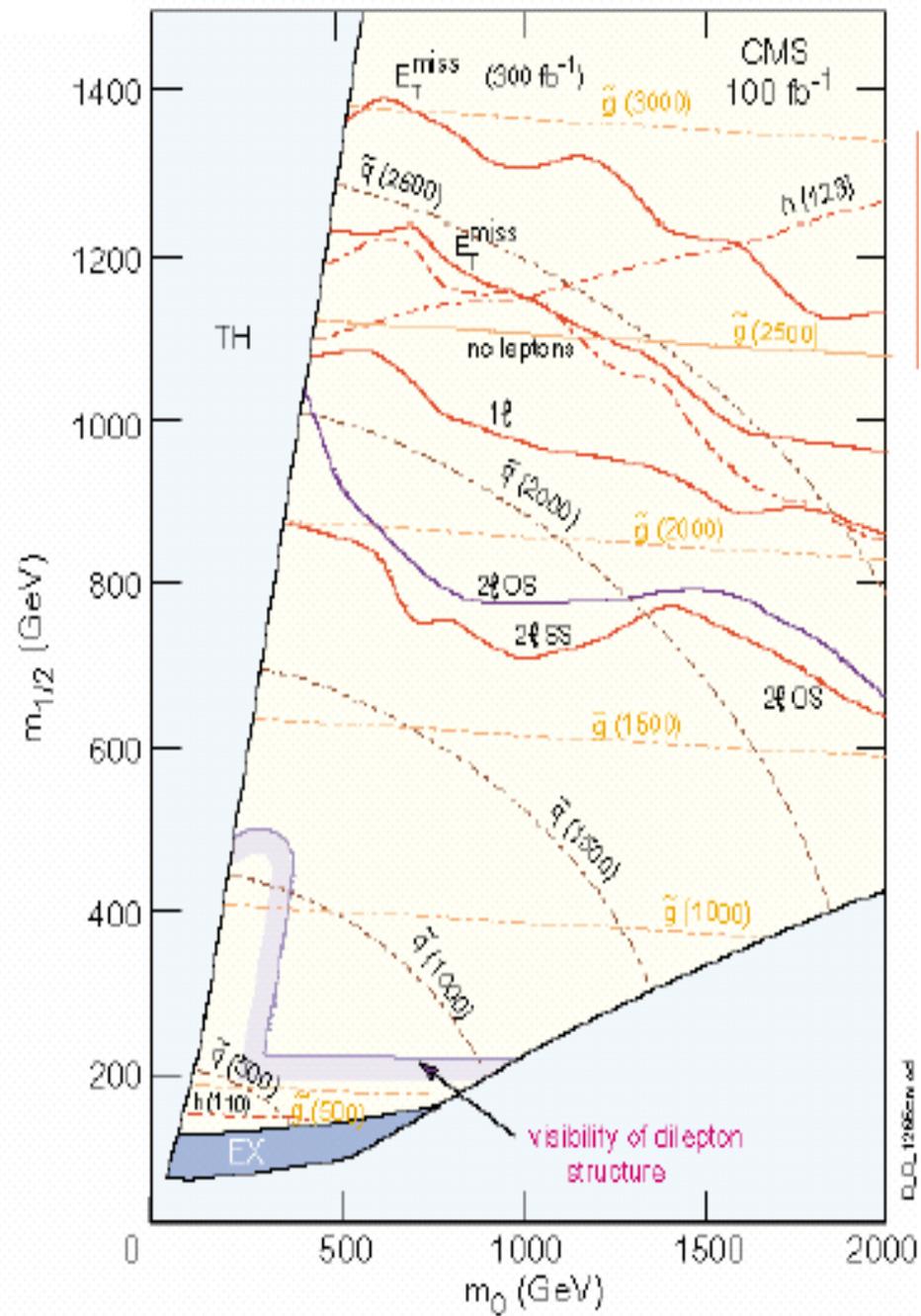
Gluón  $g$

Gluino  $\tilde{g}$

El nuevo espectro de partículas debe tener masas  $\leq 1$  TeV



$m$  SUGRA,  $A_0 = 0$ ,  $\tan \beta = 35$ ,  $\mu > 0$   
 $5 \sigma$  contours ; non - isolated muons



## Supersimetría (SUSY) → Supergravedad

En analogía con QED: Si exigimos simetría gauge local al grupo de transformaciones de supersimetría

⇒ tensor energía-momento  $T^{\mu\nu}$

Campo gauge = gravitón: partícula de spin 3/2.

La constante de acoplamiento tiene dimensiones de  $(\text{masa})^{-1}$

# Teoría de Supercuerdas

<http://superstringtheory.com/>

$$V_{grav}(r) = G_N \frac{m^2}{r}$$

Apreciable a distancias (o energías) en la escala de Planck:

$$r \approx 10^{-33} \text{ cm} \quad (E \approx 10^{19} \text{ GeV})$$

p.e. 2 partículas relativistas con  $E=pc$

$$V_{grav}(r) = G_N \frac{\left(\frac{E}{c^2}\right)^2}{r}; \quad r \approx \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar c}{E} \Rightarrow V_{grav} \approx \frac{G_N}{\hbar c} \times E \times \left(\frac{E}{c^2}\right)^2$$

usando el principio de incertidumbre

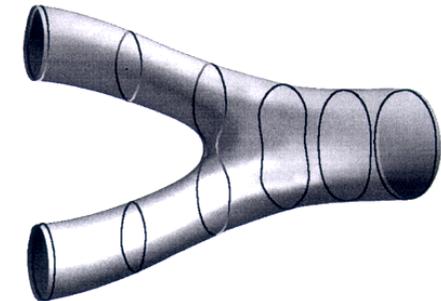
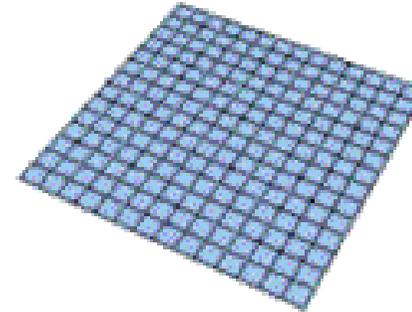
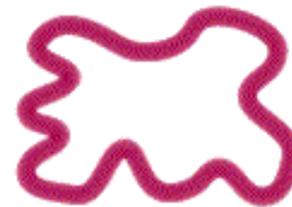
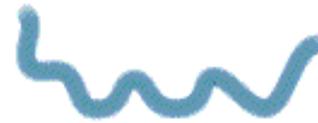
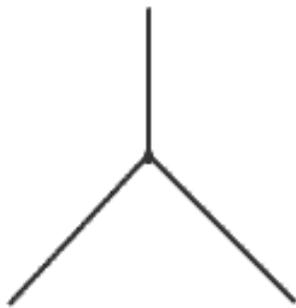
$$V_{grav} \approx E \rightarrow \left(\frac{E}{c^2}\right)^2 \approx \frac{\hbar c}{G_N} \approx \frac{6}{6.7} \times 10^{39} (\text{GeV} / c^2)^2$$

escala a la cual la fuerza gravitatoria no puede despreciarse

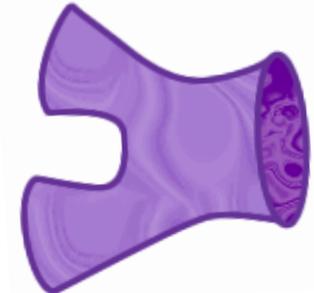
Teoría Cuántica de partículas puntuales

Gravedad

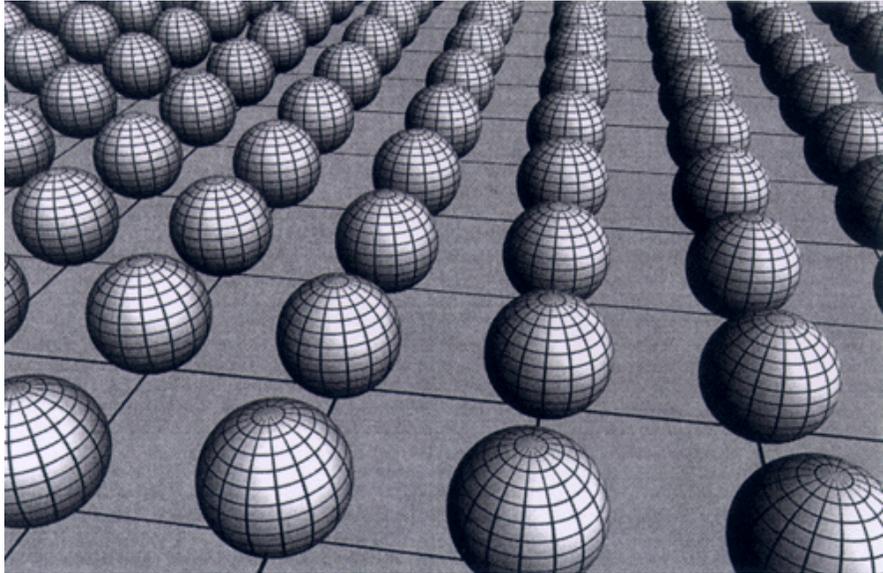
Interacción de partículas puntuales



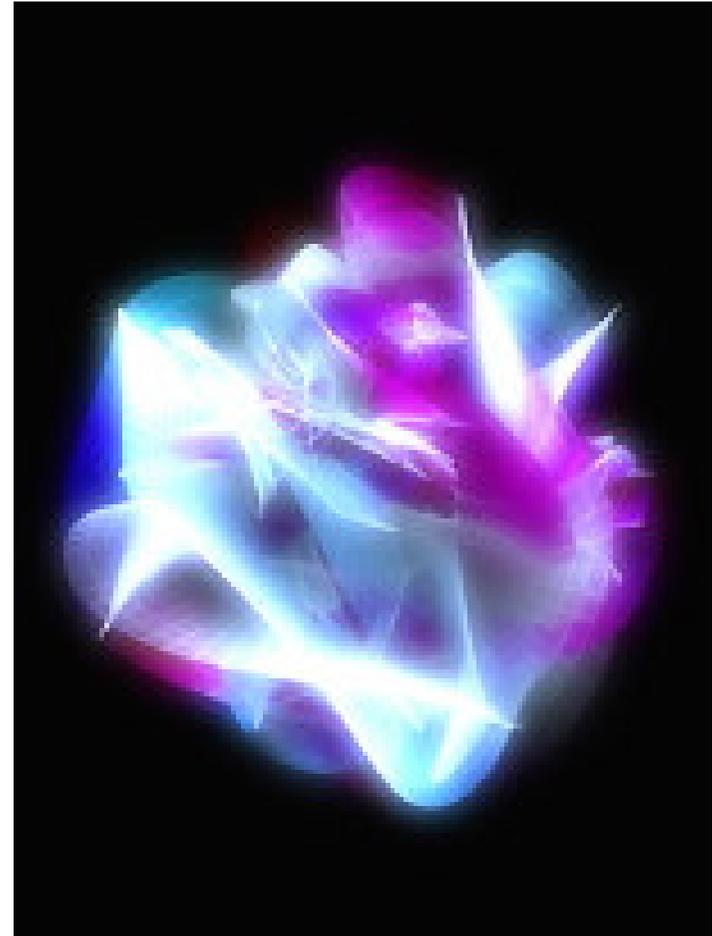
Interacción de partículas

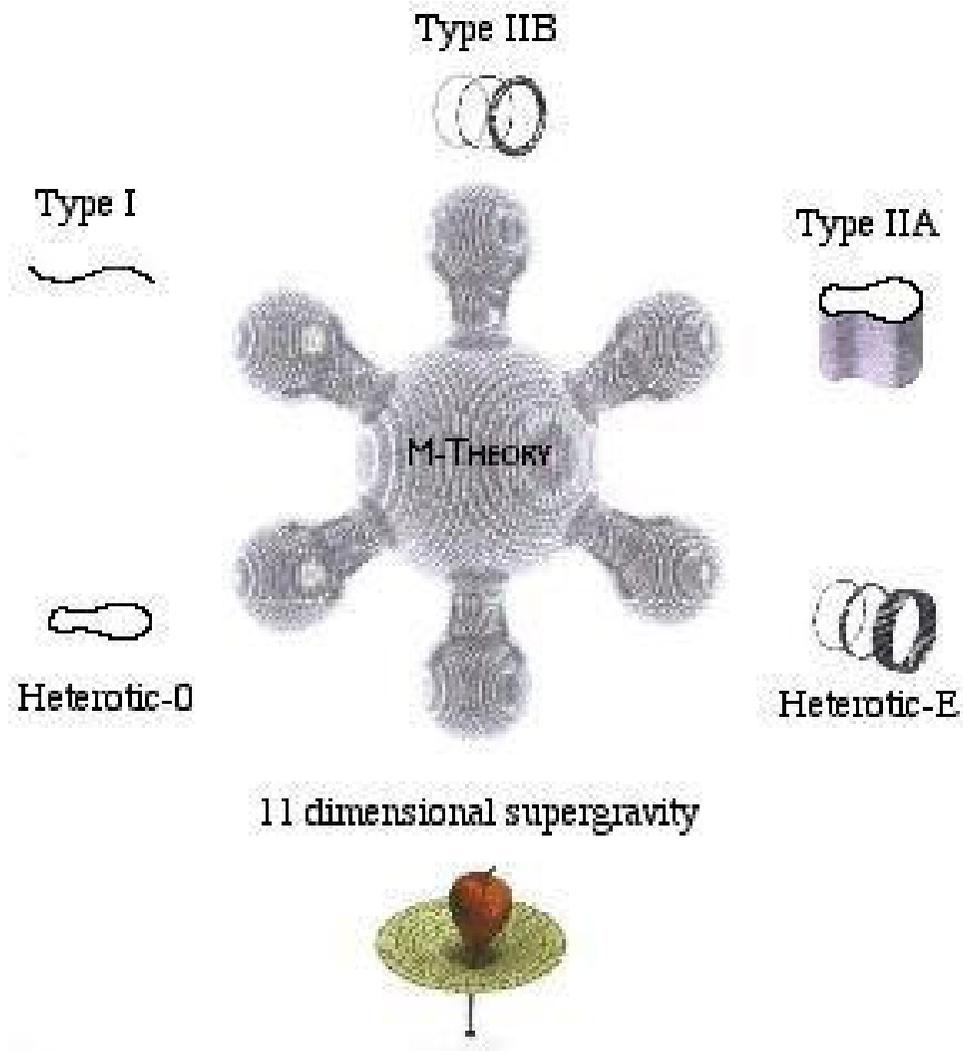


## Dimensiones extras



A Calabi-Yau shape: a two dimensional of the six additional spatial dimensions required by string theory.





**Para este verano...**  
**Brian Green: The Elegant Universe**