EXAMEN DE FISICA I (GTI) 29-1-2025

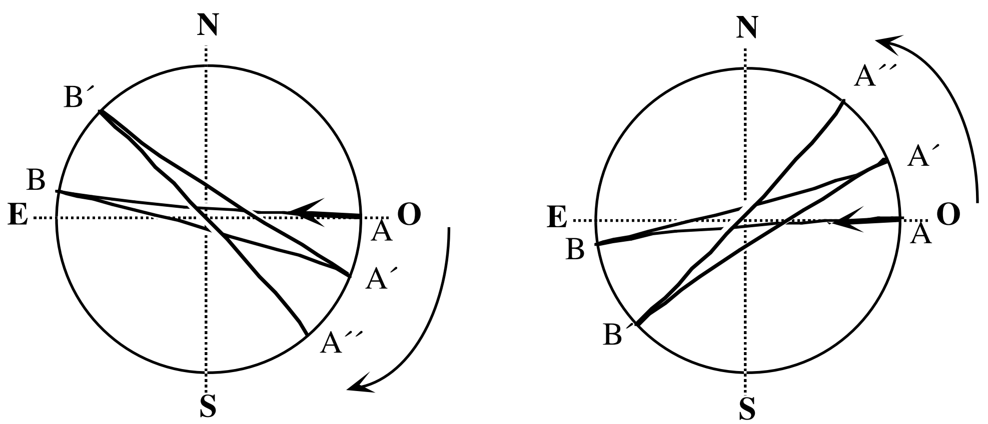
CUESTIONES

1) Péndulo de Foucault: ¿Qué es? ¿Para que sirve? ¿En que ley o principio físico se basa? Explica su funcionamiento.

SOLUCION:
El péndulo de Foucault es un péndulo simple de gran tamaño. Foucault construyó su péndulo en 1851 y lo colgó de la Torre de los Inválidos, en París, para demostrar que la Tierra está girando. El plano de oscilación del péndulo gira 360° en 24 horas. En realidad, el plano de oscilación no es el que gira, sino la Tierra.

En el Hemisferio Norte el plano de oscilación gira en sentido horario, mientras que en el Hemisferio Sur lo hace en el antihorario. Esta variación puede entenderse en términos de la aceleración Coriolis: para un observador situado en el Hemisferio Norte, cuando el péndulo realiza una oscilación, sufre una aceleración de Coriolis ($-2\,\mathbf{w} \wedge \mathbf{v}'$) dirigida hacia la derecha del movimiento, lo que hace que el plano de oscilación gire en sentido horario (ver figura).

Si nos encontramos en el Hemisferio Sur, la aceleración de Coriolis va dirigida hacia la izquierda del movimiento, lo que produce que el plano de oscilación gire en sentido antihorario (ver figura).



Hemisferio norte Hemisferio sur

2) a) Define y explica brevemente las leyes de Newton **(0.6)**.
b) A partir del principio de conservación del momento lineal para un sistema de dos partículas razonar y deducir la 3ª ley de Newton **(0.4)**.

SOLUCION:
a)
La **primera ley** se la conoce como ley de inercia y dice que una partícula libre mantiene su estado de movimiento, es decir que si estaba en reposo, sigue en reposo, y si se movía con una velocidad v, mantiene dicha velocidad. Una partícula es libre si no está sujeta a ninguna interacción

$$\text{Partícula libre} \Rightarrow \mathbf{v} = \text{cte}$$

La **segunda ley** dice que para cambiar el estado de movimiento (producir una aceleración) hay que aplicar una fuerza. Para un objeto determinado, la relación entre la fuerza aplicada y la aceleración del objeto es constante $\mathbf{F}/\mathbf{a} = \text{Cte}$. Esta constante es la masa del objeto ($\mathbf{F}/\mathbf{a} = m$), por lo que la masa nos da una medida de la inercia de un cuerpo a cambiar su estado de movimiento. La segunda ley se suele enunciar como:

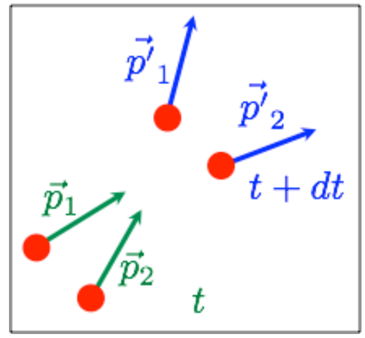
$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

La **tercera ley** se la conoce como ley de acción y reacción y dice que las fuerzas siempre actúan por pares: si un cuerpo A ejerce una fuerza $\mathbf{F}_{AB}$ sobre otro B , el cuerpo B, a su vez, realiza una fuerza $\mathbf{F}_{BA}$ sobre el A, de tal forma que las dos fuerzas tienen el mismo módulo, la misma dirección pero sentidos contrarios $\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$ Además, cada fuerza actúa en un cuerpo distinto.

b) Las leyes de newton (1ª y 3ª) se pueden deducir directamente a partir del **principio general de conservación del momento lineal**: en un sistema aislado, el momento lineal se conserva. La 1ª se deduce aplicando dicho principio aun cuerpo:

$$\vec{p} = \text{cte.} \Rightarrow m\vec{v} = \text{cte.} \Rightarrow \vec{v} = \text{cte.}$$

y la 3ª aplicándolo a un sistema formado por dos cuerpos aislados:



$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p'}_1 + \vec{p'}_2 \Rightarrow \vec{p'}_1 - \vec{p}_1 = -(\vec{p'}_2 - \vec{p}_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d\vec{p}_1 = -d\vec{p}_2 \Rightarrow \frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt} \Rightarrow \vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

Donde hemos aplicado la definición de fuerza:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

Lo que se corresponde con la 2ª ley de Newton

---

3) a) Explicar los distintos tipos de choque según el valor del coeficiente de restitución, resaltando que magnitudes físicas permanecen constantes en cada caso **(0.4)**.

Una bola de arcilla se lanza contra una pared de ladrillo. La arcilla se detiene y se queda pegada en la pared.

b) ¿De que tipo de choque se trata? **(0.1).**

c) ¿Se conserva la energía mecánica? **(0.2).**

d) ¿Se conserva el momento lineal? **(0.3).**

Contestar razonadamente a cada una de las preguntas.

SOLUCION:

a) El coeficiente de restitución tiene valores comprendidos entre 0 y 1. Cualquiera que sea el valor de e, siempre se conserva el momento lineal, por lo que el valor de e solo afecta a la energía.

Si **e = 1** el choque es elástico y se conserva la energía mecánica. Las diferencias de velocidades entres los dos cuerpos antes y después del choque son las mismas.

Si **e<1** el choque es inelástico, hay perdida de energía y las velocidades relativas entres las partículas después del choque es menor que antes del choque.

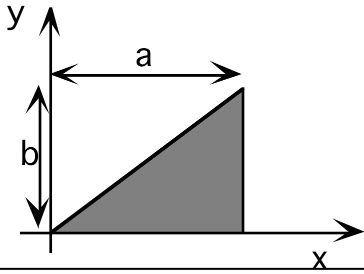
Si **e = 0**, el choque es el mas inelástico posible, es cuando mas energía mecánica se pierde y las partículas quedan "pegadas" después del choque, llevando la misma velocidad.

b) Como la bola queda pegada a la pared, la velocidad de bola (v'_b) y pared (v'_p) es la misma después del choque, por lo que se trata de un **choque inelástico con e = 0** (recordemos que $e = -\dfrac{v'_b - v'_p}{v_b - v_p}$).

c) No se conserva la energía mecánica, ya que la energía cinética que lleva la bola se pierde una vez que choca con la pared. Esto es debido a que se supone que la velocidad de la pared es cero.

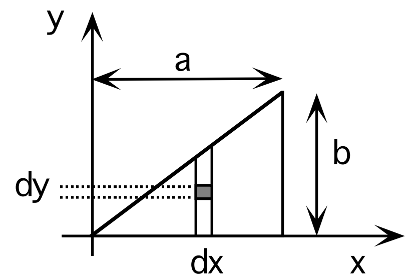
d) El momento lineal **si** se conserva, ya que como comentamos en el primer apartado, en un choque el momento lineal siempre se conserva.
Aparentemente es contradictorio: primero la bola tiene velocidad y momento y después de chocar pasan ambos a valer cero. Sin embargo, hay que tener en cuenta, que aunque la velocidad después del choque se supone cero, la masa del conjunto bola-pared es infinita comparada con la de la bola, y aunque la velocidad es "prácticamente" cero, al tener una masa cuasi infinita, el producto cero*infinito equivalen al momento del conjunto antes del choque.

4) Determina la posición del centro de masas del cuerpo homogéneo de la figura.



SOLUCION:

Recordando la definición de centro de masas de una superficie homogénea $x_{CM} = \dfrac{\int x\,ds}{\int ds}$ y teniendo en cuenta que $ds = dx\,dy$, donde este diferencial de área se integra en el área sombreada delimitada por una recta de pendiente $k = b/a$ y el eje x, llegamos a la ecuación de partida:



$$x_{CM} = \frac{\iint x\,dx\,dy}{\iint dx\,dy} = \frac{\int_0^a x\,dx \int_0^{kx} dy}{\int_0^a dx \int_0^{kx} dy} = \frac{\int_0^a x\,dx\,[y]_0^{kx}}{\int_0^a dx\,[y]_0^{kx}} = \frac{\int_0^a x\,dx\;kx}{\int_0^a dx\;kx} = \;\ldots\ldots$$

donde primero hemos integrado dy entre el eje x y la recta (kx) y posteriormente integraremos la variable x entre 0 y a.

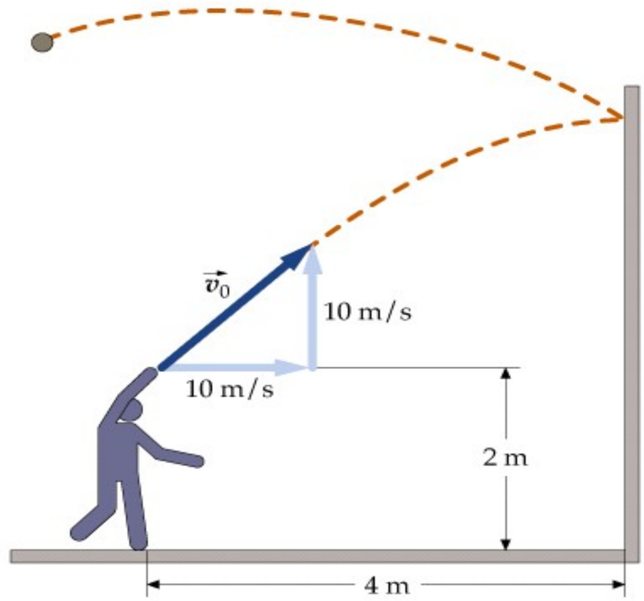
$$\ldots\ldots\ldots\ldots = \frac{\int_0^a kx^2\;dx}{\int_0^a kx\;dx} = \frac{\left[k\dfrac{x^3}{3}\right]_0^a}{\left[k\dfrac{x^2}{2}\right]_0^a} = \frac{k\dfrac{a^3}{3}}{k\dfrac{a^2}{2}} = \frac{\left(\dfrac{b}{a}\right)\dfrac{a^3}{3}}{\left(\dfrac{b}{a}\right)\dfrac{a^2}{2}} = \frac{b\dfrac{a^2}{3}}{b\dfrac{a}{2}} = \boxed{\frac{2}{3}a}$$

Procediendo de forma análoga para la coordenada y:

$$\boxed{y_{CM}} = \frac{\iint y\,dx\,dy}{\iint dx\,dy} = \frac{\int_0^a dx \int_0^{kx} y\;dy}{\int_0^a dx \int_0^{kx} dy} = \frac{\int_0^a dx \left[\dfrac{y^2}{2}\right]_0^{kx}}{\int_0^a dx\,[y]_0^{kx}} = \frac{\int_0^a dx\,\dfrac{k^2x^2}{2}}{\int_0^a dx\,kx} =$$

$$= \frac{\left[\dfrac{k^2}{2}\dfrac{x^3}{3}\right]_0^a}{\left[k\dfrac{x^2}{2}\right]_0^a} = \frac{\dfrac{k^2}{2}\dfrac{a^3}{3}}{k\dfrac{a^2}{2}} = \frac{\left(\dfrac{b}{a}\right)^2\dfrac{a^3}{6}}{\left(\dfrac{b}{a}\right)\dfrac{a^2}{2}} = \frac{b^2\dfrac{a}{6}}{b\dfrac{a}{2}} = \boxed{\frac{1}{3}b}$$

PROBLEMAS



1) Una persona que está a d = 4m de una pared vertical lanza contra ella una pelota. La pelota sale de su mano a h = 2m por encima del suelo con una velocidad inicial v0 = 10 i + 10 j m/s. Cuando la pelota choca en la pared se invierte la componente horizontal de su velocidad mientras que permanece sin variar su componente vertical.

a) ¿A qué altura de la pared golpeará la pelota? (0.6)

b) ¿Que altura máxima alcanza la pelota respecto al suelo? (0.6)

c) ¿Cuál es el radio de curvatura en ese punto de máxima altura? (0.6)

d) ¿A que distancia de la persona llega la pelota al suelo? (0.6)

e) ¿Cuáles son los valores de la a_T y a_N justo antes de impactar con el suelo? (0.6)

SOLUCION

a) Si colocamos el origen de coordenadas en la posición de la persona a ras del suelo, y en el instante del lanzamiento ponemos en marcha el cronómetro, las ecuaciones del movimiento de la pelota en su movimiento antes de chocar con la pared serán:

$$t_0 = 0\,,\quad x_0 = 0\,,\quad y_0 = h = 2\,\text{m}\,,\quad v_{0,x} = 10\,\text{m/s}\,,\quad v_{0,y} = 10\,\text{m/s}$$

$$x(t) = v_{0,x}\,t\,,\quad y(t) = h + v_{0,y}\,t - \frac{1}{2}gt^2\,,\quad v_x(t) = v_{0,x}\,,\quad v_y(t) = v_{0,y} - gt$$

En el instante $t = t_a$ la pelota choca contra la pared:

$$x(t_a) = d = 4\,\text{m} \quad\Rightarrow\quad v_{0,x}\,t_a = d \quad\Rightarrow\quad \boxed{t_a = \frac{d}{v_{0,x}} = 0.4\,\text{s}}$$

$$\boxed{y(t_a) == h + v_{0,y}\,t_a - \frac{1}{2}gt_a^2 = 5.216\ \text{m}}$$

b) $v_x(t_a) = v_{0,x}$=10 m/s , $v_y(t_a) = v_{0,y} - gt_a = v_{0,y} - \dfrac{gd}{v_{0,x}}$=6.08 m/s

En el choque la componente horizontal de la velocidad cambia de signo, y a partir de ese instante la pelota realiza un nuevo movimiento parabólico donde:

$$t'_0 = t_a = 0.4\,\text{s}\,,\quad x'_0 = d = 4\,\text{m}\,,\quad y'_0 = y(t_a) = 5.216\,\text{m}$$

$$v'_{0,x} = -10\,\text{m/s}\,,\quad v'_{0,y} = 6.08\,\text{m/s}$$

$$x'(t) = x'_0 + v'_{0,x}(t - t_a)\ ,\quad y'(t) = y'_0 + v'_{0,y}(t - t_a) - \frac{1}{2}g(t - t_a)^2$$

$$v'_x(t) = v'_{0,x}\ ,\quad v'_y(t) = v'_{0,y} - g(t - t_a)$$

En el punto más alto $v'_y = 0 \Rightarrow (t - t_a) = v'_{0,y}/g = 0.6194$ s.

Introduciendo este valor en la ecuación de y' nos queda $\boxed{y'} = 5.216 + 6.08 * 0.6194 - (1/2)\, g * 0.6194^2 = 5.216 + 1.8816 = \boxed{7.096\ \text{m}}$

c) En el punto más alto la velocidad es horizontal ($v = v_x$), por lo que la aceleración, que es la aceleración de la gravedad, solo origina a_n, siendo la $a_t = 0$. Es decir, $g = a_n = v_x^2/\rho \Rightarrow \boxed{\rho} = v_x^2/g = \boxed{10.19\ \text{m}}$

d) En el instante $t = t_b$ en que llegue al suelo:

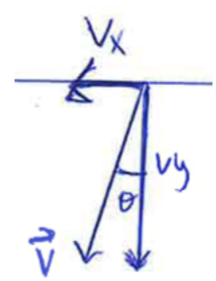
$$y'(t_b) = 0 \quad \Rightarrow \quad y'_0 + v'_{0,y}(t_b - t_a) - \frac{1}{2}g(t_b - t_a)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad t_b = 2.224\,\text{s}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{x'(t_b)} = x'_0 + v'_{0,x}(t_b - t_a) = \boxed{-14.24m}$$

La pelota golpea el suelo 18.24 m a la izquierda de la pared.

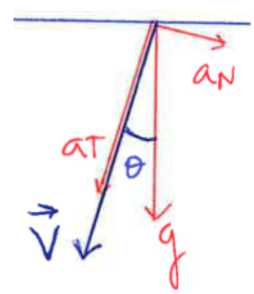
De no existir la pared, el movimiento de la pelota sería una parábola. Dadas las condiciones que se dan en el impacto de la pelota con la pared (inversión de la componente horizontal de la velocidad), el efecto de ésta sobre la trayectoria es doblarla como si se obtuviese la imagen especular de la misma, no afectando al movimiento vertical. Se puede comprobar esto verificando que si la pelota pudiese atravesar la pared caería a 18.24 m a la derecha de ésta.

e) Al llegar al suelo $v'_y = v'_{0,y} - g\,(t_b - t_a) = 6.08 - 9.81\,(2.224 - 0.4) = -11.81$ m/s



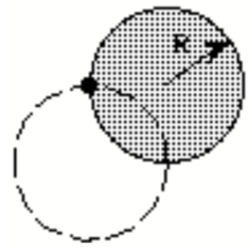
Recordando que $v'_{0,x} = -10$ m/s, el ángulo θ que forma la velocidad con la vertical es:

θ = arco tg (10/11.81) = 40.26° , este es el ángulo que forma velocidad con la aceleración g



por lo que la $\boxed{a_T} = g\cos\theta = \boxed{7.49\ \text{m/s}^2} \Rightarrow \boxed{a_N} = (g2 - a_T2)^{1/2} = \boxed{6.34\ \text{m/s}^2}$

2) Un disco sólido uniforme de radio R y masa m puede girar libremente sobre un pivote sin fricción que pasa por un punto de su borde (ver figura). Sabiendo que el momento de inercia del disco respecto a un eje perpendicular que pase por su centro es $(1/2)mR^2$:



a) Determina el momento de inercia respecto a un eje perpendicular al disco que pase por el borde. (0.2)

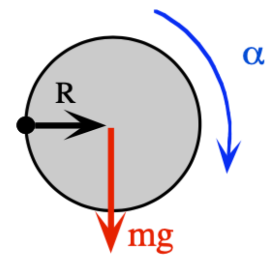
Si el disco se libera a partir del reposo en la posición mostrada en la figura:
b) ¿Cuál es la aceleración angular inicial del disco? (0.6)
c) Calcular la velocidad de su centro de masa cuando alcanza la posición indicada por el círculo de líneas de trazo. (0.6)
e) Calcular numéricamente los apartados a) , b) y c) para m = 1kg y R = 20 cm. (0.6)

SOLUCION:

a) Como los dos ejes son paralelos podemos aplicar el teorema de Stenier:

$$I = I_{CM} + md^2 = (1/2)m R^2 + MR^2 = (3/2)m R^2 \qquad (3.1)$$

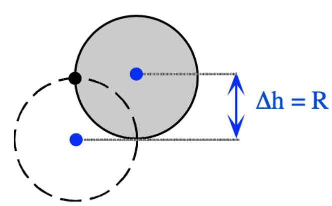
b) Aplicamos $\sum M = I\alpha$



Despejando α y teniendo en cuenta que respecto al eje de giro, el único momento es el del peso: M = mgR

$$\alpha = \frac{\sum M}{I} = \frac{mgR}{\frac{3}{2}mR^2} = \frac{2}{3}\frac{g}{R} \qquad (3.2)$$

c) Aplicamos el teorema de conservación de la energía entre las dos posiciones. En la inicial solo tenemos energía potencial gravitatoria (mgh), que se transforma en energía cinética de rotación $[(1/2)I\omega^2]$. La energía potencial se calcula en el centro de masas y suponemos que en la parte inferior la energía potencial es cero. La variación de altura es $\Delta h = R$



$$mgR = (1/2)\, I\, \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2mgR}{I}} = \sqrt{\frac{2mgR}{\frac{3}{2}mR^2}} = \sqrt{\frac{4g}{3R}}$$

Teniendo en cuenta que la velocidad lineal de un punto es el producto de la velocidad angular por la distancia de dicho punto al eje de giro. En este caso esa distancia es el radio R

$$v = \omega R = \sqrt{\frac{4gR}{3}} \qquad (3.3)$$

d) Si tomamos m = 1kg y R = 20 cm

$$(3.1) \Rightarrow I = (3/2) m R^2 \quad \Rightarrow \quad I = (3/2)\ 1 \bullet 0.2^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{I = 0.06\ kgm^2}$$

$$(3.2) \Rightarrow \alpha = \frac{2}{3}\frac{g}{R} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{2}{3}\frac{9.81}{0.2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\alpha = 32.7\ rad/s^2}$$

$$(3.3) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{4gR}{3}} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{4 \bullet 9.81 \bullet 0.2}{3}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v = 1.62\ m/s}$$

---

3) El extremo de un canal de agua está formado por una placa ABC que está articulada en B y tiene 1.2 m de ancho. Sabiendo que b = 600 mm y h = 450 mm, hallar:

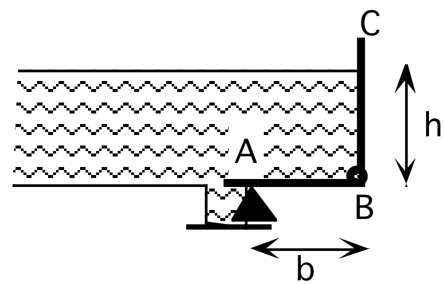
a) La presión absoluta en el punto A. **(0.2)**

b) La fuerza neta ejercida por el agua sobre el lado AB. **(0.2)**

c) La fuerza neta ejercida por el agua sobre el lado BC y el punto de aplicación de la misma. **(0.6)**

d) Las reacciones en A y B. (0.6)

e) Calcular la relación h/b para la cual la reacción en A es nula. (0.4)



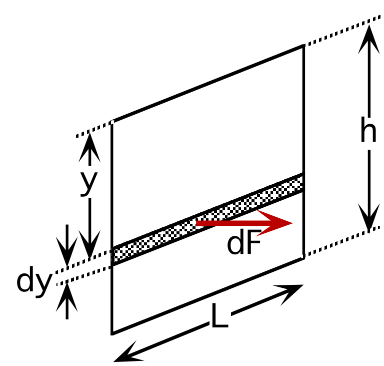
SOLUCION:

a) La presión absoluta es la suma de la presión atmosférica (Patm) mas la debida al agua:

$$P = Patm + \rho g H = 1.013 \bullet 10^5 + 10^3 \bullet 9.81 \bullet 0.45 = 1.013 \bullet 10^5 + 0.044 \bullet 10^5 \Rightarrow \boxed{P = 1.057\ 10^5 \ \text{Pascales}}$$

b) Como por la parte inferior del lado AB actúa la Patm, la fuerza neta que actúa sobre ese AB es la debida a la presión del agua: F_{AB} = (P-Patm) Area = ρgh Area = $0.0441 \bullet 10^5 \bullet 0.6 \bullet 1.2 \Rightarrow \boxed{F_{AB} = 3175\ N}$

c) Como Patm actúa en ambos lados de la parte BC, la fuerza absoluta sobre la misma será únicamente debida a la presión ejercida por el agua, a una profundidad y es P= ρgy. Si consideramos una franja de la presa altura dy y longitud L, toda ella situada a una profundidad y, la fuerza que actúa sobre la misma será:



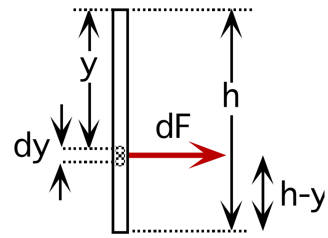
que
de
que

$$dF = Pds = PLdy = \rho g y\ Ldy$$

Para calcular la fuerza total sobre la presa debemos integrar dF entre la superficie del agua y el extremo inferior de la presa:

$$\boxed{F_{BC}} = \int_0^h \rho\, g\, y\, L\, dy = \rho\, g\, L \left[\frac{y^2}{2}\right]_0^h = \boxed{(1/2)\, \rho\, g\, L\, h^2} \Rightarrow \boxed{F_{BC}} = (1/2)\ 10^3 \bullet 9.81 \bullet 1.2 \bullet (0.45)^2 = \boxed{1192\ N}$$

El punto de aplicación de la fuerza F sobre la presa será aquél en el que el momento de la fuerza sea igual a la suma de los momentos que actúan sobre cada franja (el momento de la resultante = resultante de los momentos)



El momento <u>respecto a un punto del fondo</u> B de un dF actuando sobre una franja a una profundidad y será:

$$dM = dF(h-y) = \rho gy\, Ldy\, (h-y)$$

donde hemos tomado el valor de dF calculado en el apartado anterior. Para calcular el momento total, integramos entre el borde superior e inferior de la presa:

$$M = \int_0^h \rho\, gyL\,(h-y)\, dy = \rho\, gL \int_0^h (hy-y^2)\, dy = \rho\, gL\left(h\left[\frac{y^2}{2}\right]_0^h - \left[\frac{y^3}{3}\right]_0^h \right) = \rho\, gL\left(\frac{h^3}{2} - \frac{h^3}{3}\right) \Rightarrow$$

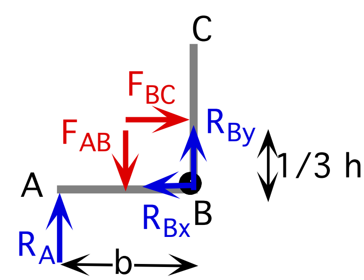
$$\boxed{M = (1/6)\, \rho gLh^3}$$

Si el punto de aplicación esta a una altura d respecto a la parte inferior de la presa, tiene que verificarse que

$$F_{BC} d = M \Rightarrow$$

$$d = \frac{M}{F_{BC}} = \frac{(1/6)\,\rho\, g\, L\, h^3}{(1/2)\,\rho\, g\, L\, h^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{d = (1/3)\, h \;=\; 0.15 \text{ m}}$$

c) Las fuerzas que actúa sobre la placa se muestran en la figura:
F_{BC} trata de girar la placa en sentido horario, mientras que F_{AB} lo intenta en sentido contrario. Si el momento de esta última es mayor, apoya en el punto A, originando que aparezca la reacción R_A.



Calculando momentos respecto al punto B; $\sum M_B = 0 \;\Rightarrow$

$$R_A b + F_{BC}(h/3) - F_{AB}\,(b/2) = 0 \Rightarrow$$

$$R_A = F_{AB}/2 - F_{BC}(h/3b) \;=\; 3175 / 2 \;-\; 1192(0.45 / 3 \bullet 0.6) \Rightarrow \quad \boxed{R_A = 1289.5 \text{ N}}$$

Posteriormente aplicamos que la suma de fuerzas tiene que ser cero:

$$\sum F_x = 0 \;\Rightarrow\; F_{BC} - R_{Bx} = 0 \quad\Rightarrow\quad \boxed{R_{Bx} = F_{BC} = 1192 \text{ N}}$$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{By} + R_A - F_{AB} = 0 \Rightarrow R_{By} = F_{AB} - R_A \Rightarrow$ $\boxed{R_{By} = 3175 - 1289.5 = 1885.5 \text{ N}}$

d) Si $R_A = 0 \Rightarrow F_{BC}(h/3) - F_{AB}(b/2) = 0 \Rightarrow (1/2)\,\rho\, g\, L\, h^2\,(h/3) = \rho\, g\, h\, L\, b\,(b/2) \Rightarrow$

Dividiendo por $\rho\, g\, L$: $\Rightarrow (1/6)\, h^3 = (1/2)\, b^2 h \Rightarrow h^2 = 3\, b^2 \Rightarrow$ $\boxed{h = \sqrt{3}\, b}$