EXAMEN DE FISICA I (GTI) 1-9-2020

CUESTIONES

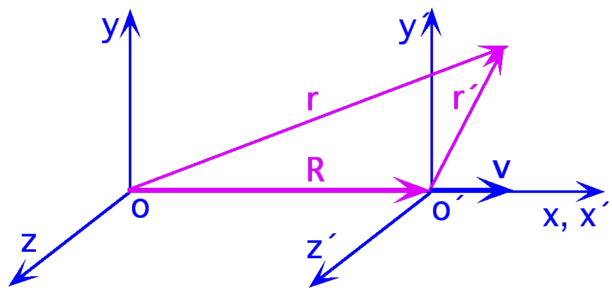
---

1) Relación entre las coordenadas espaciales, velocidades y aceleraciones en el movimiento relativo de traslación uniforme (Transformaciones Galileanas). ¿Cuando no se pueden utilizar estas trasformaciones, y hay que utilizar las de Lorentz? Da una idea de porqué.

SOLUCION

Supongamos que tenemos dos sistemas de referencia con los ejes paralelos y uno moviéndose respecto al otro a lo largo de la dirección x con una velocidad : $\mathbf{v} = v\mathbf{i}$

Supongamos también que para t = 0 el origen de coordenadas de ambos sistemas o y o´ coinciden.
En un cierto instante de tiempo la separación entre los dos orígenes será $\mathbf{R} = \mathbf{oo´} = \mathbf{v}t = vt\,\mathbf{i}$
La posición de una partícula respecto al sistema o viene descrita por un vector de posición **r**, mientras que respecto al sistema o´ el vector de posición será **r´**.



La relación entre los vectores de posición en ambos sistemas es $\boxed{\mathbf{r} = \mathbf{R} + \mathbf{r}'} \Rightarrow \begin{cases} x = vt + x' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$

Solo es diferente la coordenada x. Derivando la relación vectorial de las posiciones:

$$\boxed{\mathbf{V}} = d\mathbf{r}/dt = d\mathbf{R}/dt + d\mathbf{r}'/dt = \boxed{\mathbf{v} + \mathbf{V}'} \Rightarrow \begin{cases} Vx = v + V'x \\ Vy = V'y \\ Vz = V'z \end{cases}$$

Solo es diferente la componente x de la velocidad. Derivando la relación vectorial de las velocidades:

$$\mathbf{a} = d\mathbf{V}/dt = d\mathbf{v}/dt + d\mathbf{V}'/dt$$

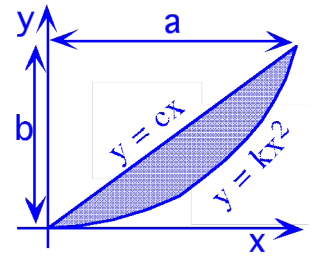
Pero al ser un movimiento de traslación uniforme: $d\mathbf{v}/dt = 0$ y $d\mathbf{V}'/dt = \mathbf{a}'$ por lo que $\boxed{\mathbf{a} = \mathbf{a}'}$

Este es un resultado muy importante, ya que la aceleración es un invariante en los sistemas que se mueven con velocidades uniformes unos respecto de otros (sistemas inerciales).

Las transformaciones de Galileo dejan de ser validas cuando las velocidades entre los sistemas de referencia se acercan a la velocidad de la luz. En ese caso tenemos que utilizar las transformaciones de Lorentz. La razón esta en que la luz tiene que llevar la misma velocidad para los dos sistemas de referencia, y esto solo se cumple si aplicamos las transformaciones de Lorentz.

Para velocidades de desplazamiento entre sistemas pequeñas ($v \ll c$) aunque apliquemos las transformaciones de Galileo, la luz lleva prácticamente la misma velocidad c para los dos sistemas. Sin embargo, si v tiende a c, al aplicar las transformaciones de Galileo, encontraríamos claramente diferentes velocidades para la luz en los dos sistemas y ello nos obliga a utilizar Lorentz.

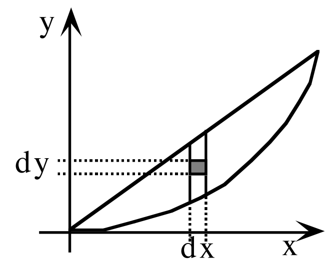
2) Determinar el centro de gravedad de las placa de la figura.



SOLUCION

Recordando la definición de centro de masas de una superficie homogénea

$x_{CM} = \dfrac{\int x\, da}{\int da}$ y teniendo en cuenta que $da = dx\, dy$, donde este diferencial de área se integra en el área sombreada delimitada por una recta y una parábola de coeficientes $c = b/a$ y $k = b/a$ respectivamente, llegamos a la ecuación de partida:



$$\boxed{x_{CM}} = \frac{\iint x dx dy}{\iint dx dy} = \frac{\int_0^a x dx \int_{kx^2}^{cx} dy}{\int_0^a dx \int_{kx^2}^{cx} dy} = \frac{\int_0^a x dx \left[y\right]_{kx^2}^{cx}}{\int_0^a dx \left[y\right]_{kx^2}^{cx}} = \frac{\int_0^a x dx\,(cx - kx^2)}{\int_0^a dx (cx - kx^2)} =$$

donde primero hemos integrado dy entre la parábola (kx^2) y la recta (cx) y posteriormente integraremos la variable x entre o y a.

$$= \frac{\int_0^a (cx^2 - kx^3)\, dx}{\int_0^a (cx - kx^2)\, dx} = \frac{\left[c\frac{x^3}{3}\right]_0^a - \left[k\frac{x^4}{4}\right]_0^a}{\left[c\frac{x^2}{2}\right]_0^a - \left[k\frac{x^3}{3}\right]_0^a} = \frac{c\frac{a^3}{3} - k\frac{a^4}{4}}{c\frac{a^2}{2} - k\frac{a^3}{3}} = \frac{\frac{b}{a}\frac{a^3}{3} - \frac{b}{a^2}\frac{a^4}{4}}{\frac{b}{a}\frac{a^2}{2} - \frac{b}{a^2}\frac{a^3}{3}} =$$

$$= \frac{ba^2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)}{ba\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)} = \frac{\frac{1}{12}ba^2}{\frac{1}{6}ba} = \boxed{\frac{1}{2}\, a}$$

Procediendo de forma análoga para la coordenada y:

$$\boxed{y_{CM}} = \frac{\iint y dx dy}{\iint dx dy} = \frac{\int_0^a dx \int_{kx^2}^{cx} y dy}{\int_0^a dx \int_{kx^2}^{cx} dy} = \frac{\int_0^a dx \left[\frac{y^2}{2}\right]_{kx^2}^{cx}}{\int_0^a dx \left[y\right]_{kx^2}^{cx}} = \frac{\int_0^a dx\, \frac{(c^2x^2 - k^2x^4)}{2}}{\int_0^a dx (cx - kx^2)} =$$

$$= \frac{\left[\frac{c^2}{2}\frac{x^3}{3}\right]_0^a - \left[\frac{k^2}{2}\frac{x^5}{5}\right]_0^a}{\left[c\frac{x^2}{2}\right]_0^a - \left[k\frac{x^3}{3}\right]_0^a} = \frac{\frac{c^2}{2}\frac{a^3}{3} - \frac{k^2}{2}\frac{a^5}{5}}{c\frac{a^2}{2} - k\frac{a^3}{3}} = \frac{\frac{b^2/a^2}{2}\frac{a^3}{3} - \frac{b^2/a4}{2}\frac{a^5}{5}}{\frac{b}{a}\frac{a^2}{2} - \frac{b}{a^2}\frac{a^3}{3}} =$$

$$= \frac{b^2 a\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{10}\right)}{ba\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)} = \frac{\frac{2}{30}b^2 a}{\frac{1}{6}ba} = \frac{6}{15}\,b = \boxed{0.4\,b}$$

---

3) Enunciar y demostrar el teorema de Steiner o teorema de los ejes paralelos (busca un ejemplo sencillo en el que se pueda aplicar dicho teorema y aplícalo).

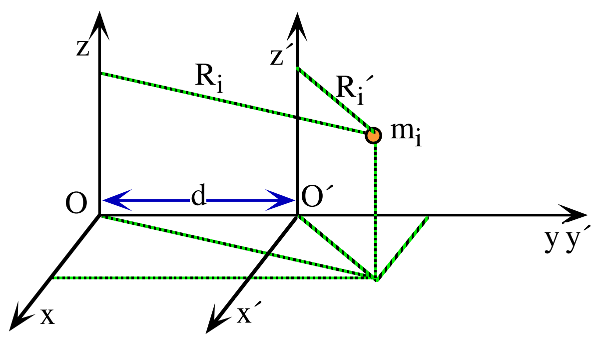
SOLUCION

El teorema de Steiner dice que el momento de inercia respecto a un eje cualquiera es igual al momento de inercia respecto a un eje paralelo que pase por el centro de masas mas el producto de la masa por la distancia entre ejes al cuadrado

$$\boxed{I = I_{CM} + md^2}$$

Demostración:

Consideremos un sistemas de referencia O´(x´, y´, z´) con origen en el centro de masas, y otro O (x, y, z) separado una distancia d, con los tres ejes paralelos al primero y de forma que los ejes y e y´ se superpongan ver figura.



La distancia al cuadrado de una masa m_i cualquiera al eje z´ es : $R_i´^2 = x_i´^2 + y_i´^2$

mientras que la distancia al eje z es: $R_i^2 = x_i´^2 + (y_i´+d)^2 = x_i´^2 + y_i´^2 + d^2 + 2\,y_i´d = R_i´^2 + d^2 + 2\,y_i´d$

El momento de inercia respecto al eje z será: $I_z = \sum m_i R_i^2 = \sum m_i\,[R_i´^2 + d^2 + 2\,y_i´d] \Rightarrow$

$$I_z = \sum m_i R_i´^2 + \sum m_i d^2 + \sum m_i\,2\,y_i´d = I_{CM} + d^2(\sum m_i) + 2d\sum m_i y_i´$$

Llamando $m = \sum m_i$, y considerando que $\sum m_i y_i´ = m\,y_{CM}´$, donde $y_{CM}´$ es la coordenada y del centro de masas en el sistema de referencia centro de masas, por lo que $y_{CM}´ = 0 \Rightarrow \sum m_i\,y_i´ = 0$, nos queda

$$\boxed{I = I_{CM} + md^2}$$

Un ejemplo de aplicación puede ser el momento de inercia de un cilindro homogéneo respecto a un eje perpendicular que pase por su centro: $I = (1/2)\ mr^2$. El momento de inercia respecto a un eje paralelo que pase por el borde del disco es $I = (1/2)\ mr^2. + mr^2 = (3/2)\ mr^2$

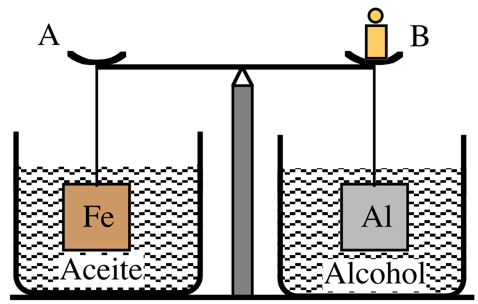
Otro ejemplo en el de una varilla homogénea de longitud L. El momento de inercia respecto de un eje perpendicular que pase por su centro es $I = (1/12)\ mL^2$. El momento de inercia respecto de un eje paralelo al primero, que pase por un extremo de la misma será: es $I = (1/12)\ mL^2 + m(L/2)^2 = (1/3)\ mL^2$

---

4) a) Enunciar el principio de Arquímedes.

b) Del platillo A de una balanza hidrostática se suspende un cubo macizo de Fe de arista 7 cm y del platillo B se suspende un cubo macizo de Al de arista 10 cm. Sumergimos el cubo de Fe en aceite y el de Al en alcohol. En estas condiciones hay que añadir al platillo B una masa de 496 g para equilibrar la balanza. Calcular la densidad del aceite.

Datos: $\rho_{Fe} = 7{,}8\ g / cm^3$, $\rho_{Al} = 2{,}67\ g / cm^3$, $\rho_{Alcohol} = 0{,}91\ g / cm^3$

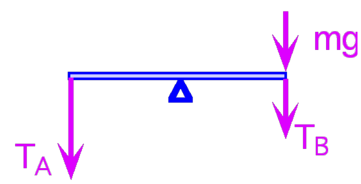


SOLUCION

a) El principio de Arquímedes dice que todo cuerpo sumergido en el seno de un fluido experimenta una fuerza ascensorial (empuje) igual al peso del volumen desalojado.

b) Sobre el brazo de la balanza solo actúan las tensiones de las cuerdas y el peso colocado en B. Como está en equilibrio, se tiene que cumplir que

$$T_A = T_B + mg \qquad (1)$$



Para calcular las tensiones, aplicamos el Principio de Arquímedes a cada uno de los cuerpos:

Cuerpo A: $T_A + E_A - P_A = 0 \Rightarrow T_A = P_A - E_A = V_A \rho_A g - V_A \rho_{aceite} g$

Cuerpo B: $T_B + E_B - P_B = 0 \Rightarrow T_B = P_B - E_B = V_B \rho_B g - V_B \rho_{alcohol} g$

Sustituyendo estas tensiones en la ecuación (1) :

$$V_A \rho_A \cancel{g} - V_A \rho_{aceite} \cancel{g} = V_B \rho_B \cancel{g} - V_B \rho_{alcohol} \cancel{g} + m\cancel{g} \Rightarrow$$

$$V_A \rho_A - V_A \rho_{aceite} = V_B (\rho_B - \rho_{alcohol}) + m \Rightarrow$$

$$V_A \rho_{aceite} = V_A \rho_A - V_B (\rho_B - \rho_{alcohol}) - m \Rightarrow$$

$$\rho_{aceite} = [V_A \rho_A - V_B (\rho_B - \rho_{alcohol}) - m] / V_A \Rightarrow$$

$$\boxed{\rho_{aceite}} = [(0.07)^3\ 7.8\ 10^3 - (0.1)^3\ (2.67 - 0.91)\ 10^3 - 0.496] / (0.07)^3 = \boxed{1.22\ 10^3\ Kg/m^3}$$

PROBLEMAS

1) Un atleta lanza una bola a cierta distancia sobre el suelo plano con velocidad de 12.0 m/s, 51.0° sobre la horizontal. La bola golpea el suelo 2.08 s después. Ignore la resistencia del aire.:
a) ¿Cuáles son las componentes de la velocidad de la bola al final de su trayectoria?
b)) ¿A qué distancia horizontal llegó la bola?
c) ¿A qué altura sobre el suelo se lanzó la bola?
d) ¿Cuál es el radio de curvatura de la trayectoria parabólica en el punto más alto?
e) ¿Cuales son las componentes intrínsecas de la aceleración de la bola justo antes de impactar con el suelo?

SOLUCION

a) Si tomamos los ejes de coordenadas de forma que la velocidad inicial tenga componentes $v_{0,x}$ y $v_{0,y}$ positivas, con el origen en el suelo a los pies del atleta y ponemos a cero el cronómetro al lanzar la bola:

$$\left.\begin{array}{l} v_x(t) = v_{0,x} \\ v_y(t) = v_{0,y} - gt \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{r} v_x(t_{suelo}) = v_{0,x} = v_0\cos\theta = \boxed{7.55\,\mathrm{m/s}} \\ v_y(t_{suelo}) = v_{0,y} - gt_{suelo} = v_0 \mathrm{sen}\theta - gt_{suelo} = \boxed{-11.06\,\mathrm{m/s}} \end{array}\right.$$

b) Para la coordenada *x*: $x(t) = v_{0,x}t \quad \Rightarrow \quad x(t_{suelo}) = v_{0,x}t_{suelo} = \boxed{15.71\,\mathrm{m}}$

c) Para la coordenada *y*:

$$y(t) = h + v_{0,y}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad y(t_{suelo}) = h + v_{0,y}t_{suelo} - \frac{1}{2}gt_{suelo}^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{1}{2}gt_{suelo}^2 - v_{0,y}t_{suelo} = \boxed{1.80\,\mathrm{m}}$$

d) En el punto más alto la aceleración es perpendicular a la velocidad, con lo que sólo habrá componente normal de la aceleración y será la aceleración de la gravedad:

$$g = a_{normal} = \frac{v_{arriba}^2}{R_{curvatura}} = \frac{v_{0,x}^2}{R_{curvatura}} \quad \Rightarrow \quad R_{curvatura} = \frac{v_{0,x}^2}{g} = \boxed{5.82\,\mathrm{m}}$$

Observación: en el punto más alto **¡el radio de curvatura NO es la altura de la bola sobre el suelo!**

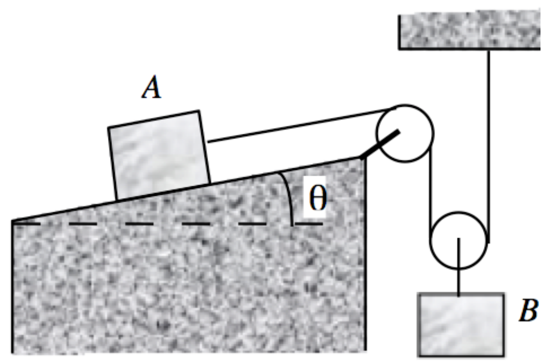
e) Al llegar al suelo sabemos perfectamente cual es la orientación de la velocidad, apartado a), y la orientación de la aceleración, la de la gravedad. Hallar las componentes intrínsecas de la aceleración de la bolita es simplemente proyectar su aceleración en las direcciones paralela y perpendicular a la velocidad:

$$a_{tangencial} = \vec{a}\cdot\hat{v} = \vec{a}\cdot\left(\frac{\vec{v}}{v}\right) = \boxed{8.09\,\mathrm{m/s^2}}$$

$$g = a = \sqrt{a^2_{tangencial} + a^2_{normal}} \quad \Rightarrow \quad a_{normal} = \sqrt{g^2 - a^2_{tangencial}} = \boxed{5.53\,\mathrm{m/s^2}}$$

---

2) En el sistema la figura,

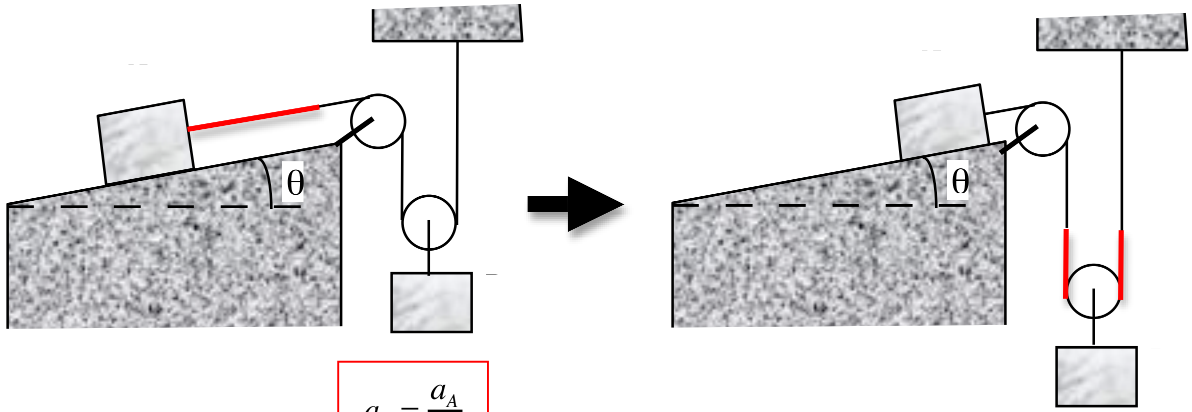


a) Explicar cual es la relación entre los desplazamientos, velocidades y aceleraciones de A y de B.
b) Explicar cual es la relación entre las tensiones de las cuerdas que tiran de los dos cuerpos.
Si inicialmente el cuerpo A se movía hacia la derecha a una velocidad v_0 = 1 m/s encontrar:
c) la aceleración de cada bloque y las tensiones de las cuerdas que tiran de ellos.
d) la distancia recorrida por A desde dicho momento inicial hasta que se para.
e) Demostrar que el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento durante el desplazamiento se ha invertido en variar la energía mecánica del sistema.
f) ¿Cuál debe ser el mínimo valor de $\mu_{estático}$ para que después del movimiento anterior los bloques se queden parados?
Datos: $m_A = 1.5$ kg, $m_B = 1.0$ kg, $\theta = 30°$, $\mu_{dinámico} = 0.1$.

SOLUCION

Cada bloque va a realizar un movimiento rectilíneo. En general no tenemos por qué conocer con certeza el sentido de las aceleraciones. Como regla general, debemos tomar un sentido positivo de movimiento para cada uno de ellos (como cuando uno tomaba un sistema de referencia para los movimientos unidimensionales). Al final el signo del resultado nos informará del sentido de los vectores en juego. Vamos a tomar en nuestro caso el sentido positivo de movimiento ascendente para A y descendente para B.

1) Cuando el bloque A se desplaza una cierta distancia en el sentido positivo escogido para su movimiento unidimensional, en nuestro caso ascendiendo por el plano, el bloque B se desplaza una distancia mitad, también en el sentido positivo de su movimiento, en nuestro caso descendente (ver figura). Si los desplazamientos de B son siempre la mitad de los desplazamientos de A, derivando una vez obtenemos que la velocidad de descenso de B será la mitad de la velocidad de A, y derivando de nuevo obtenemos que la relación entre aceleraciones es similar:

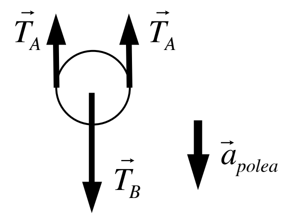


$$\boxed{a_B = \frac{a_A}{2}} \qquad (1)$$

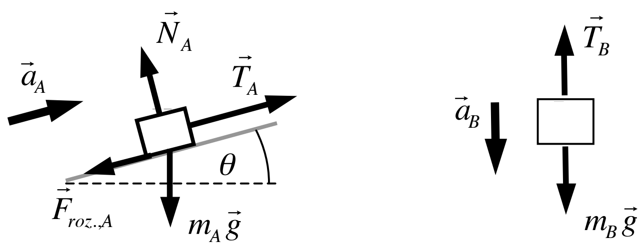
2) Si suponemos que la cuerda que engancha A con el techo es ideal (sin masa) y que la polea es también ideal (sin masa) la tensión es la misma en todos los puntos de la cuerda. Aplicando la segunda ley de Newton a la polea móvil, podemos ver que la tensión que tira de B es el doble que la tensión que tira de A:

$$T_B - 2T_A = m_{polea} a_{polea} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{T_B = 2T_A} \quad (2)$$



3) Dibujando el diagrama de fuerzas para los dos cuerpos (considerando que el movimiento real se produce hacia la derecha para poder dibujar las fuerzas de rozamiento):



Planteando la segunda ley de Newton para cada cuerpo y teniendo en cuenta que el rozamiento sobre A es dinámico $\left(F_{roz.} = \mu N\right)$:

$$\vec{F}_{roz.,A} + \vec{T}_A + \vec{N}_A + m_A\vec{g} = m_A\vec{a}_A$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} N_A = m_A g\cos\theta \\ T_A - F_{roz.,A} - m_A g\operatorname{sen}\theta = m_A a_A \end{array} \right\} \Rightarrow \quad T_A - \mu m_A g\cos\theta - m_A g\operatorname{sen}\theta = m_A a_A \quad (3)$$

$$m_B\vec{g} + \vec{T}_B = m_B\vec{a}_B \quad \Rightarrow \quad m_B g - T_B = m_B a_B \quad (4)$$

Tenemos un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas cuya solución es:

$$\boxed{a_A = -2.13 \text{ m/s}^2, \quad a_B = -1.06 \text{ m/s}^2, \quad T_A = 5.43 \text{ N}, \quad T_B = 10.86 \text{ N}}$$

El signo menos de las aceleraciones indica que el movimiento hacia la derecha de A es retardado (con lo cual llegará un momento en que se parará como se indica en el enunciado) y el movimiento de descenso de B también se irá frenando.

Algunos pasos intermedios para encontrar la solución son los siguientes: introduciendo las ecuaciones (1) y (2) en la (4)

$$m_B g - 2T_A = m_B \frac{a_A}{2} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{T_A = \frac{1}{2} m_B g - \frac{1}{4} m_B a_A} \quad (5)$$

y sustituyendo el valor de la ecuación (5) en la (3)

$$\frac{1}{2} m_B g - \frac{1}{4} m_B a_A - \mu m_A g \cos\theta - m_A g \,\mathrm{sen}\,\theta = m_A a_A \qquad \Rightarrow$$

$$\boxed{a_A = \frac{\frac{1}{2} m_B - m_A(\mu \cos\theta + \mathrm{sen}\,\theta)}{m_A + \frac{1}{4} m_B}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{a_B = \frac{m_B - 2m_A(\mu \cos\theta + \mathrm{sen}\,\theta)}{4m_A + m_B}}$$

Una vez calculadas las dos aceleraciones, con la ecuación (5) calculamos T_A y con la (2) T_B.

4) Utilizando la ecuación del movimiento unidimensional uniformemente acelerado que relaciona la velocidad inicial con la velocidad final, la aceleración y el desplazamiento realizado tenemos que en el momento que se para el desplazamiento de A ha sido:

$$V_{A,final}^2 = V_{A,inicial}^2 + 2a_A \Delta s_A \qquad \Rightarrow \qquad \Delta s_A = -\frac{V_{A,inicial}^2}{2a_A} = \boxed{0.24 \text{ m}}$$

5) La variación de energía del sistema desde el momento inicial hasta que los dos bloques se paran será:

$$\begin{aligned}
&\Delta E_{sistema} = \Delta E_{cin.,A} + \Delta E_{cin.,B} + \Delta U_{grav.,A} + \Delta U_{grav.,B} = \\
&= \frac{1}{2} m_A \left(V_{A,final}^2 - V_{A,inicial}^2\right) + \frac{1}{2} m_B \left(V_{B,final}^2 - V_{B,inicial}^2\right) + \\
&+ m_A g \left(y_{A,final} - y_{A,inicial}\right) + m_B g \left(y_{B,final} - y_{B,inicial}\right) = \\
&= -\frac{1}{2} m_A v_0^2 - \frac{1}{2} m_B \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + m_A g \left(\Delta s_A \mathrm{sen}\,\theta\right) - m_B g \left(\frac{\Delta s_A}{2}\right) = \\
&= -\frac{1}{2}\left(m_A + \frac{m_B}{4}\right) v_0^2 + \left(m_A \mathrm{sen}\,\theta - \frac{m_B}{2}\right) g \Delta s_A = -0.30 \text{ J}
\end{aligned}$$

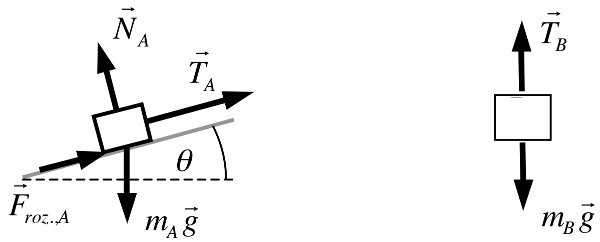
Por otro lado el trabajo de rozamiento realizado sobre el bloque A será:

$$W_{roz.} = -F_{roz.} \Delta s_A = -\mu m_A g \cos\theta \Delta s_A = -0.30 \text{ J}$$

Con lo que se verifica que dicho trabajo se ha invertido en modificar la energía del sistema:

$$\boxed{\Delta E_{sistema} = W_{roz.}}$$

6) Si los dos bloques se quedan parados el diagrama de fuerzas será:



con lo que:

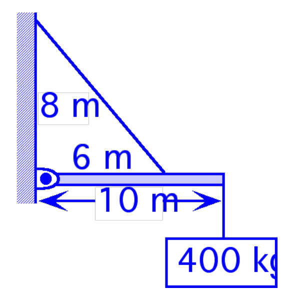
$$\left.\begin{array}{r} T_A + F_{roz,A} - m_A g \,\text{sen}\theta = 0 \\ m_B g - T_B = 0 \\ T_B = 2T_A \end{array}\right\} \Rightarrow \quad F_{roz,A} = m_A g\,\text{sen}\theta - \frac{1}{2} m_B g$$

Para que se mantengan parados la fuerza de rozamiento no debe exceder su valor máximo:

$$F_{roz,A} \leq F_{roz,A,máxima} = \mu_e N_A = \mu_e m_A g \cos\theta \quad \Rightarrow \quad \mu_e \geq \text{tg}\theta - \frac{m_B}{2m_A \cos\theta} = \boxed{0.19}$$

---

3) Un extremo de una viga uniforme de 100 kg y 10 m de longitud cuelga mediante una bisagra de una pared vertical. Se mantiene horizontalmente mediante un cable que sujeta la viga a una distancia de 6 m desde la pared, como muestra la figura. Del extremo libre de la viga se suspende un peso de 400 kg.



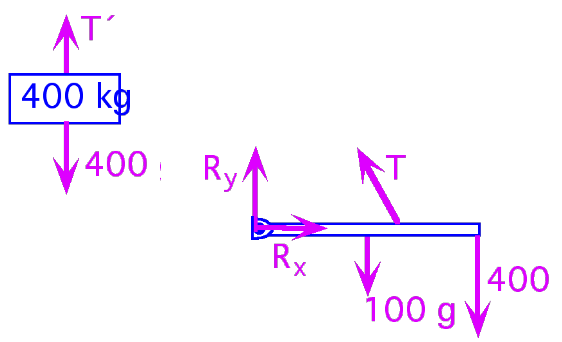
a) Representa todas las fuerzas que actúan sobre la viga.
b) ¿Qué tensión soporta el cable?
c) ¿Cuál es la fuerza que ejerce la viga sobre la bisagra?

Si el cable lo dejamos sujeto a la pared 8 m por encima de la bisagra, pero permitimos que su longitud varíe de modo que pueda conectarse a la viga a diversas distancias x de la pared:
d) ¿A qué distancia de la pared debe sujetarse para que la fuerza sobre la bisagra no tenga componente vertical?

SOLUCION

a) Como los 400 kg están en reposo, el cable que los sujeta soporta una fuerza de T´ = 400 g. Esta fuerza se propaga por el cable hasta la viga

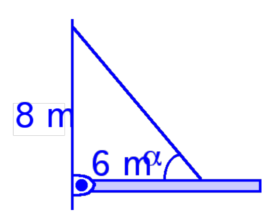
Las fuerzas que actúan sobre la viga son:



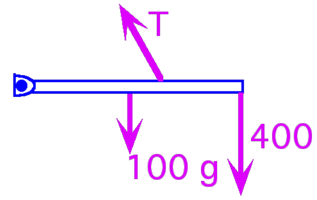
b) Como paso previo calculamos el ángulo α que forma el cable con la viga:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{8}{\sqrt{8^2+6^2}} = \frac{8}{100} = 0.8$$

$$\cos\alpha = \frac{6}{\sqrt{8^2+6^2}} = \frac{6}{100} = 0.6 \Rightarrow \alpha = 53.13°$$



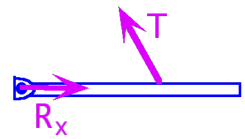
Para determinar las fuerzas, lo mas sencillo es comenzar con $\sum M = 0$,
calculando los momentos respecto al gozne:



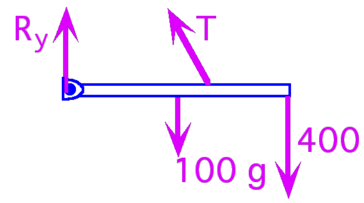
$$T\,6 \text{ sen } \alpha - 100\text{ g } 5 - 400\text{ g } 10 = 0 \quad \Rightarrow$$

$$T = \frac{4500\text{ g}}{6\ \text{sen}\alpha} = \frac{4500\ 9.81}{6\ \ 0.8} = 9196.9\text{ N}$$

c) Primero determinamos las fuerzas que ejerce la bisagra sobre la viga



$$\sum Fx = 0 \;\Rightarrow\; Rx - T\cos\alpha = 0 \;\Rightarrow\; Rx = T\cos\alpha = 9196.9\ \ 0.6 = 5518\text{ N}$$

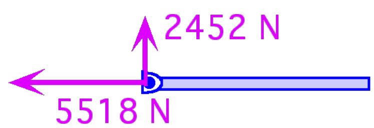


$$\sum Fy = 0 \;\Rightarrow\; Ry + T\text{sen }\alpha - 100\text{ g} - 400\text{ g} = 0 \;\Rightarrow$$

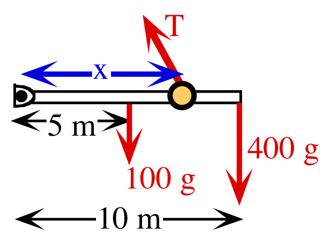
$$Ry = 500\ \ 9.81 - 9196.9\ \ 0.8 = -2452.5\text{ N}$$

El que salga negativo significa que el sentido es el contrario al representado en la figura, es decir, va dirigida hacia abajo.

Las fuerzas que ejerce la viga sobre la bisagra son las opuestas (-Rx, -Ry), es decir:



d) Al variar x, se modifican el valor de T y el ángulo que forma con la viga. Si Ry = 0, la forma mas directa de calcular x, es la de suponer que $\sum M = 0$, calculando los momentos respecto al punto en que la cuerda engancha a la viga. Las únicas fuerzas que originan momentos diferentes de 0 son la tensión del cuerpo colgado y el peso de la viga:



$$400\text{ g }(10 - x) - 100\text{ g }(x - 5) = 0 \;\Rightarrow$$

$$4000 - 400\,x - 100\,x + 500 = 0 \Rightarrow \quad 500x = 4500 \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = 9\text{ m}}$$