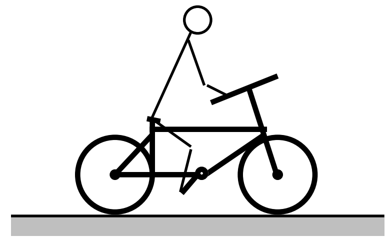
EXAMEN DE FISICA I (I.I. e I.Q.) 9-2-2001

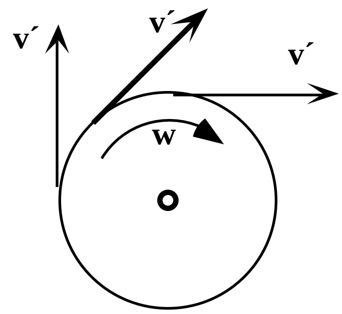
CUESTIONES

1) Cuando viajamos en una bicicleta a gran velocidad y atravesamos una zona de barro, ¿puede la rueda trasera salpicarnos la espalda? Justifica la respuesta.
Si vamos sin manos, somos capaces de tomar una curva inclinando la bicicleta hacia el mismo lado de la curva. Explica el motivo indicando que mecanismo esta en juego.

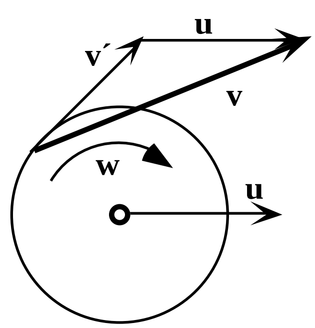


SOLUCION

La respuesta es si.

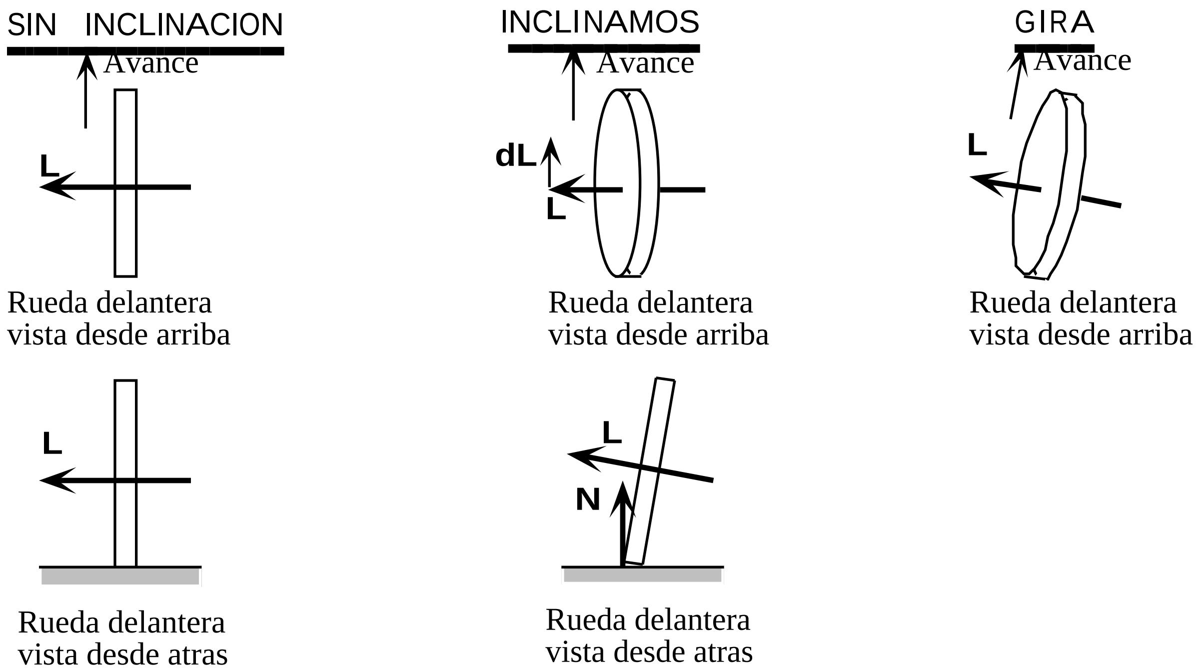


Cuando el ciclista viaja a una velocidad **u**, el eje de la rueda viaja a la misma velocidad. La rueda gira en torno al eje con una velocidad angular w (= u /R), y por lo tanto, respecto a un sistema de referencia situado en la propia bicicleta, el borde de la rueda se moverá con una velocidad v´ tal que |**v**´| = |**u**|.
Si hay barro adherido, este se puede desprenderse llevando la misma velocidad que el borde de la rueda y por lo tanto con una velocidad respecto al ciclista u. Si el barro se desprende en el punto adecuado, pude dar en la espalda del ciclista.



Si analizamos las velocidades que vería un observador fijo en la carretera, el ciclista llevaría una velocidad **u** y el borde de la rueda **u**+**v**´, ver figura, por lo que el barro puede llevar mayor velocidad que el ciclista e impactarle en la espalda.

La rueda delantera tiene un momento angular **L**. Al inclinar la rueda hacia la derecha, la normal en el suelo, ejerce un momento respecto del eje que lleva la dirección de avance de la bici.. Recordando que **M** = d**L**/dt
⇒ se origina un d**L** = **M** dt que es perpendicular al principio **L** y lo que hace es cambiar la dirección de **L**.
⇒ L rota y el eje de la rueda rota hacia la derecha. Ver figura

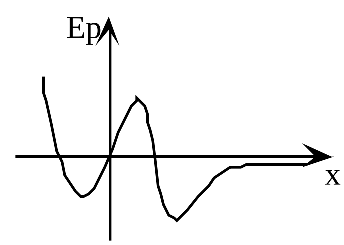


Si inclinásemos la rueda hacia la izquierda, el **M** llevaría sentido opuesto al avance de la bici $\Rightarrow$ **dL** también $\Rightarrow$ la rueda gira en sentido contrario, hacia la izquierda.

El mecanismo que está en juego es la variación del momento angular debido a la aplicación de un momento.

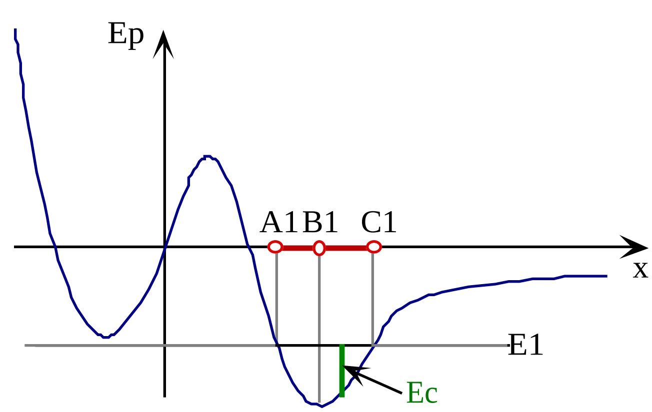
---

2) Dada la siguiente curva de energía potencial especificar el tipo de movimiento que sigue el móvil en función de su energía mecánica total.

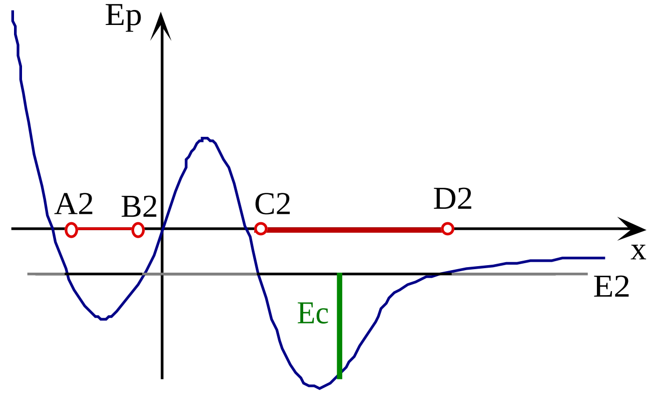


SOLUCION
Existen 4 posibilidades distintas de energía total.

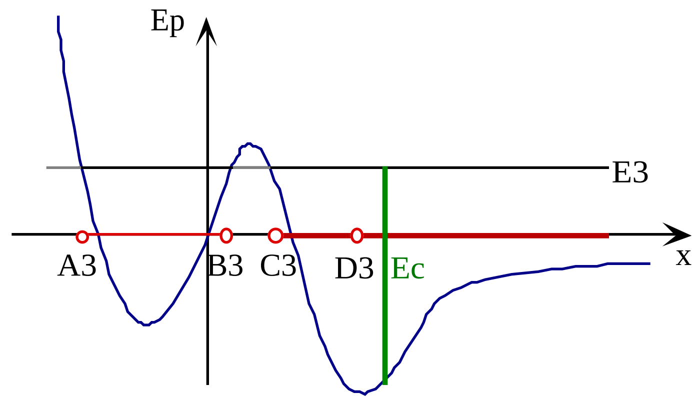
E1.
El movil solo puede moverse entre los puntos A1 y C1.
En los puntos A1 y C1, la Ec es 0 y el móvil estará en reposo. La diferencia de alturas entre la energía total (E1) y la Ep es la Ec, que será máxima en el punto B1.
Si dejásemos libre el móvil en A1, este partiría del reposo hacia C1 acelerando. Al llegar a B1 alcanzaría la máxima velocidad, en dicho punto la aceleración es 0. Una vez superado B1, comienza a decelerar, llegando a C1 con velocidad 0. Aquí comienza a moverse de vuelta hacia A1.
El móvil estaría moviéndose indefinidamente entre A1 y C1 de forma periódica.



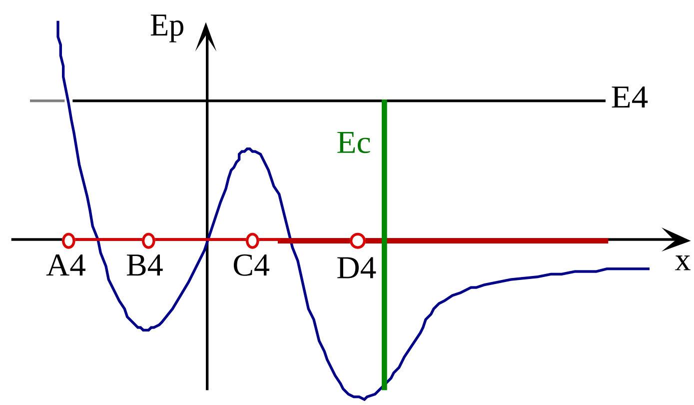
E2.
El móvil solo se puede mover entre A2 y B2 o entre C2 y D2. No tiene energía suficiente para pasar de una región a otra. Dentro de cada una de las regiones, el movimiento sería periódico, tal como hemos descrito para E1.



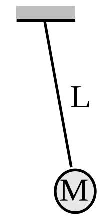
E3.
El móvil solo se puede mover entre A3 y B3 o entre C3 y + ∞. No tiene energía suficiente para pasar de una región a otra. En la 1ª región el movimiento será periódico, tal como lo describimos para E1. Si esta en la 2ª región, la partícula se puede mover entre C3 y + ∞. Si parte de C3, en reposo, acelerará hasta D3, donde alcanza su máxima velocidad y después se alejara hacia el ∞ decelerando continuamente pero sin pararse nunca.



E4.
El móvil se moverá entre A4 y el infinito, y no es un movimiento periódico. Si parte del reposo en A4, acelerará hasta llegar a B4, donde alcanza un máximo en la velocidad, decelera hasta C4 donde llega con un mínimo local en la velocidad, vuelve a acelerar hasta D4 (nuevo máximo) para decelerar continuamente hacia el infinito.

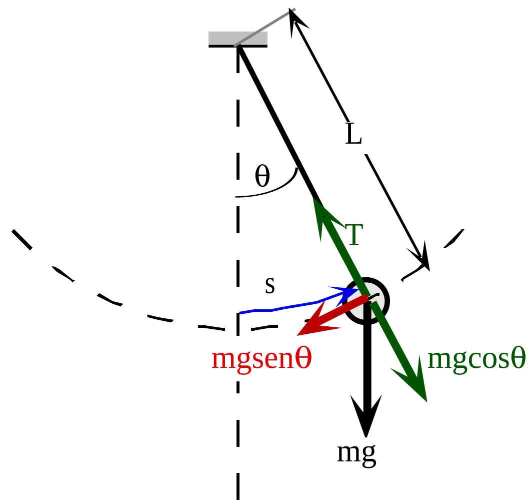


3) Construimos un péndulo suspendiendo una masa M de un hilo de longitud L y masa despreciable. Demostrar el tipo de movimiento que realiza para pequeños ángulos. Encontrar su período.



SOLUCION

Al desplazar la masa de su posición de equilibrio, la componente tangencial del peso, origina una aceleración tangencial. Si aplicamos la 2º ley de Newton:



$$F_T = m\,a_T = m\,\frac{dv}{dt} = m\,\frac{d^2s}{dt^2} = mL\,\frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \Rightarrow$$

$$-\,mg\,\mathrm{sen}\theta = mL\,\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

El signo (-) de la fuerza se introduce ya que cuando el ángulo θ es (+) la fuerza es (-). La fuerza se opone al aumento del ángulo

Si $\theta < 10°$ $\mathrm{sen}\theta = \theta$ $\Rightarrow$ La ecuación anterior se transforma en

$$-\,g\theta = L\,\frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0}$$

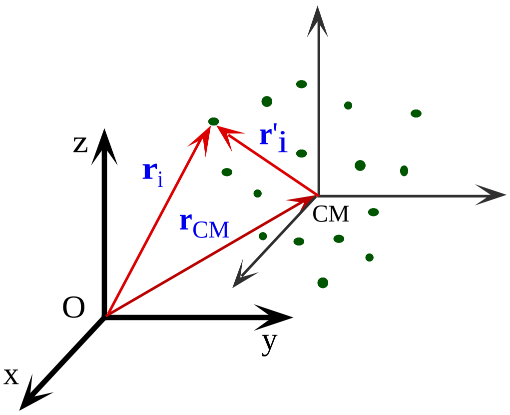
Es una ecuación diferencial de 2º grado cuya solución es $\boxed{\theta = \theta_0 \cos\left(\sqrt{g/L}\;t + \alpha\right)}$

Por lo que realizara un movimiento periódico armónico simple de amplitud θ_0, fase inicial α y frecuencia angular $\omega = \sqrt{g/L}$ $\Rightarrow$

el período será: $T = 2\pi/\omega$ $\Rightarrow$ $\boxed{T = 2\pi\sqrt{L/g}}$

4) Si se desea determinar el momento angular de un sistema de partículas respecto a su centro de masas, que diferencias habrá entre el calculado por un observador situado en un sistema fijo o sistema laboratorio (Lcm) y otro situado en el propio centro de masas (L´cm). Demuéstralo.

SOLUCION



El momento angular del sistema de partículas respecto al centro de masas, visto por un observador situado en O es:

$$\mathbf{L}_{CM} = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{r}'_i \wedge m_i \, \mathbf{v}_i \quad (1)$$

El momento angular del sistema de partículas respecto al centro de masas, visto por un observador situado en el propio centro de masas es

$$\mathbf{L}'_{CM} = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{r}'_i \wedge m_i \, \mathbf{v}'_i$$

Es decir, la única diferencia es que la velocidad de las partículas para los dos observadores es diferente. Para encontrar la relación, partimos de la ecuación (1) y sustituimos $\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_{CM} + \mathbf{v}'_i$:

$$\mathbf{L}_{CM} = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{r}'_i \wedge m_i \, \mathbf{v}_i = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{r}'_i \wedge m_i \, (\mathbf{v}_{cm} + \mathbf{v}'_i) = \sum_{i=1}^{N} [(\mathbf{r}'_i \wedge m_i \, \mathbf{v}_{cm}) + (\mathbf{r}'_i \wedge m_i \, \mathbf{v}'_i)] \Rightarrow$$

$$\mathbf{L}_{CM} = \sum_{i=1}^{N} (\mathbf{r}'_i \wedge m_i \, \mathbf{v}_{cm}) + \sum_{i=1}^{N} (\mathbf{r}'_i \wedge m_i \, \mathbf{v}'_i) = \cancel{\left(\sum_{i=1}^{N} m_i \mathbf{r}'_i \right)} \wedge \mathbf{v}_{cm} + \mathbf{L}'_{CM}$$

y como $\sum m_i \mathbf{r}'_i = 0$ por ser la posición del centro de masas respecto al propio centro de masas, la expresión anterior se reduce a

$$\boxed{\mathbf{L}_{CM} = \mathbf{L}'_{CM}}$$