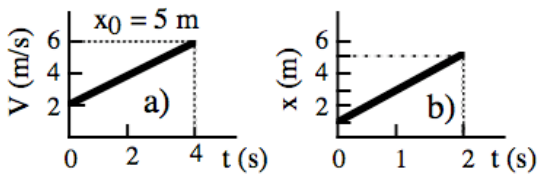
EXAMEN DE FISICA I (I.I.) 9-2-2010

CUESTIONES

1) Dos partículas describen los movimientos unidimensionales representados en las figuras. Determinar en cada caso las características del movimiento representando para cada una de ellas x(t), v(t) y a(t).



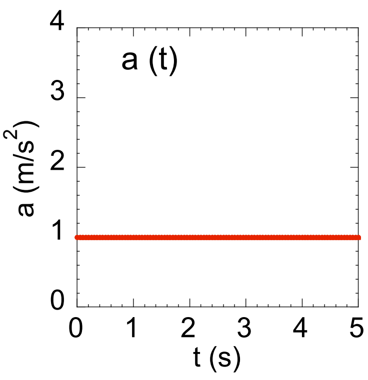
SOLUCION:

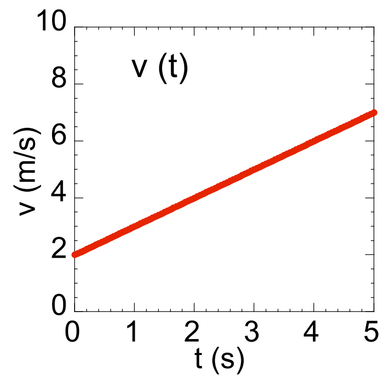
a) La velocidad aumenta linealmente, por lo que es un movimiento uniformemente acelerado:

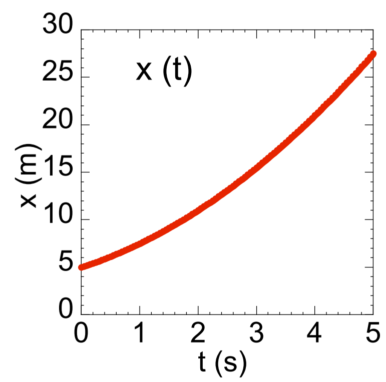
$a = \Delta v/\Delta t = 4/4 = 1$ m/s^2

$v_0 = 2$ m/s $\Rightarrow$ $\boxed{v = 2 + 1t}$

$x_0 = 5$ m $\Rightarrow$ $\boxed{x = 5 + 2t + ½\, t^2}$



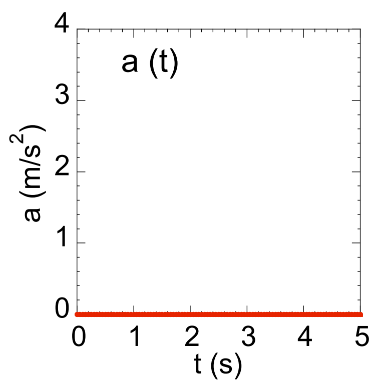


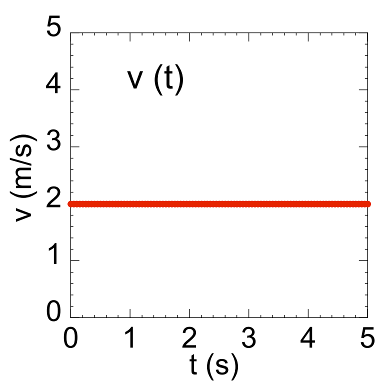


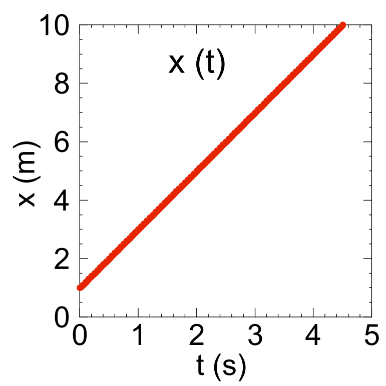
b) La posición aumenta linealmente, por lo que la velocidad es constante y la a = 0 (es un movimiento uniforme):

$v = \Delta x/\Delta t = 4/2 = 2$ m/s

$x_0 = 1$ m $\Rightarrow$ $\boxed{x = 1 + 2t}$







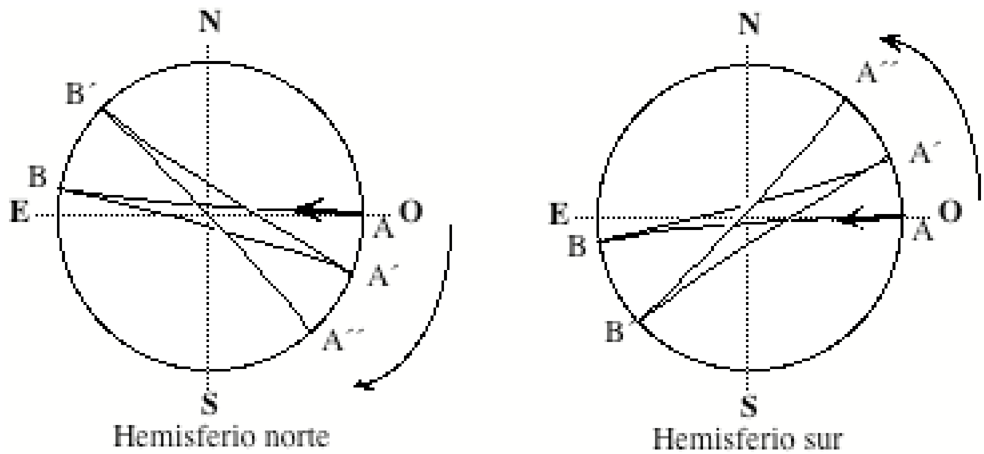
2) Péndulo de Foucault: ¿Qué es? ¿Para que sirve? ¿En que ley o principio físico se basa? Explica su funcionamiento.

SOLUCION:

El péndulo de Foucault es un péndulo simple. Foucault construyó su péndulo en 1851 y lo colgó de la Torre de los Inválidos, en París, para demostrar que la Tierra está girando. El plano de oscilación del péndulo gira 360° en 24 horas. En realidad, el plano de oscilación no es el que gira, sino la Tierra.

En el Hemisferio Norte el plano de oscilación gira en sentido horario, mientras que en el Hemisferio Sur lo hace en el antihorario. Esta variación puede entenderse en términos de la aceleración coriolis: para un observador situado en el Hemisferio Norte, cuando el péndulo realiza una oscilación, sufre una aceleración de Coriolis ($-2\ w \wedge v'$)dirigida hacia la derecha del movimiento, lo que hace que el plano de oscilación gire en sentido horario (ver figura).

Si nos encontramos en el Hemisferio Sur, la aceleración de coriolis va dirigida hacia la izquierda del movimiento, lo que produce que el plano de oscilación gire en sentido antihorario (ver figura).



3) Choque central entre dos partículas:

a) ¿Cuál es el valor máximo y mínimo del coeficiente de restitución e? ($e = -\dfrac{v'_B - v'_A}{v_B - v_A}$).

Comenta qué le pasa a las partículas después del choque en ambos casos.

b) Demuestra que cuando e = 1 se conserva la energía cinética del sistema.

SOLUCION:

a) El valor máximo es 1 y el es mínimo 0. En el primer caso, el choque es elástico, y las partículas se separan entre si con una velocidad máxima. En el segundo caso el choque es inelástico, y las partículas se quedan "pegadas", moviéndose las dos con la misma velocidad.
Para e = 1 se conserva la energía mecánica, mientras que cuando e = 0 se pierde la mayor energía posible.

b) Por la conservación del momento:

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B \Rightarrow \boxed{m_A (v_A - v'_A)} = \boxed{m_B (v'_B - v_B)}$$

$$\text{Si } e = 1 \quad \Rightarrow \quad (v_B - v_A) = -(v'_B - v'_A) \quad \Rightarrow \boxed{v_A + v'_A} = \boxed{v_B + v'_B}$$

El producto de los términos de la izquierda de las ecuaciones anteriores, tiene que ser igual al producto de los términos de la derecha.:

$$m_A (v_A - v'_A)(v_A + v'_A) = m_B (v'_B - v_B)(v_B + v'_B) \quad \Rightarrow \quad m_A v_A^2 - m_A v'^2_A = m_B v'^2_B - m_B v_B^2$$

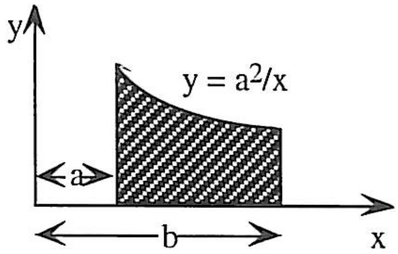
Multiplicando los dos miembros de esta última ecuación por (1/2) y despejando los términos iniciales a la izquierda y los finales a la derecha de la ecuación se transforma en :

$$\boxed{(1/2)\, m_A v_A^2 + (1/2)\, m_B v_B^2 = (1/2)\, m_A v'^2_A + (1/2)\, m_B v'^2_B}$$

que es la ecuación de conservación de la energía cinética.

4) Determinar la posición del centro de masas de la placa homogénea de la figura.

Nota: recordar que $\int dx/x = \ln x$.

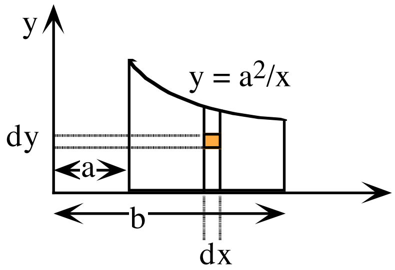


SOLUCION

Recordando la definición de centro de masas de una superficie homogénea

$$x_{CM} = \frac{\int x\, dA}{\int dA} \qquad \text{e} \qquad y_{CM} = \frac{\int y\, dA}{\int dA}$$

con $dA = dx\, dy$. integramos primero dy entre 0 y a^2/x y posteriormente dx entre a y b



$$\boxed{\int x dA} = \iint x\, dxdy = \int_a^b xdx \int_0^{a^2/x} dy = \int_a^b xdx\,[y]_0^{a^2/x} = \int_a^b xdx \frac{a^2}{x} = \int_a^b a^2 dx = a^2[x]_a^b = \boxed{a^2(b-a)}$$

$$\boxed{\int y dA} = \iint y\, dxdy = \int_a^b dx \int_0^{a^2/x} ydy = \int_a^b dx \left[\frac{y^2}{2}\right]_0^{a^2/x} = \int_a^b dx \frac{a^4}{2x^2} = \int_a^b \frac{a^4}{2x^2} dx = \frac{a^4}{2}\left[-\frac{1}{x}\right]_a^b = \boxed{\frac{a^4}{2}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}$$

$$\boxed{\int dA} = \iint dxdy = \int_a^b dx \int_0^{a^2/x} dy = \int_a^b dx\,[y]_0^{a^2/x} = \int_a^b dx \frac{a^2}{x} = a^2[Lnx]_a^b = a^2(Lnb - Lna) = \boxed{a^2 Ln(b/a)}$$

Sustituyendo estos valores en las ecuaciones iniciales:

$$\boxed{x_{CM}} = \frac{\int x\, dA}{\int dA} = \frac{a^2(b-a)}{a^2 Ln(b/a)} = \boxed{\frac{(b-a)}{Ln(b/a)}}$$

$$\boxed{y_{CM}} = \frac{\int y\, dA}{\int dA} = \frac{\frac{a^4}{2}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}{a^2 Ln(b/a)} = \frac{a^2\left(\frac{b-a}{ab}\right)}{2Ln(b/a)} = \boxed{\frac{a(b-a)}{2bLn(b/a)}}$$

PROBLEMAS

---

1) Un trineo de 20 kg se desliza por una colina, desde una altura de 20 m. El trineo inicia su movimiento a partir del reposo y tiene una velocidad de 16 m/s cuando llega al pie de la colina.
a) Calcular la energía perdida por fricción.
b) Si la pendiente de la colina es de 30˚, calcular el coeficiente de rozamiento entre el trineo y el suelo.
c) Calcular la potencia media desarrollada por la fuerza de rozamiento.
d) Calcular la potencia instantánea desarrollada por la fuerza de rozamiento cuando la velocidad es de 16 m/s.
e) Una vez que llega al pie de la colina ¿Cuántos metros recorre antes de detenerse? (suponer que el coeficiente de rozamiento es el mismo).

SOLUCION:

a) La energía mecánica inicial (punto 1) mas el trabajo no conservativo (energía perdida por fricción) es igual a la energía mecánica final (punto 2):

$$Em_1 + Wnoc = Em_2$$

$$\frac{1}{2} mv_1^2 + mgh_1 + Wnoc = \frac{1}{2} mv_2^2 + mgh_2 \Rightarrow$$

Tomando $h_2 = 0$ al pie de la colina: $0 + mgh_1 + Wnoc = \frac{1}{2} mv_2^2 + 0 \Rightarrow$

$$\boxed{Wnoc = \frac{1}{2} mv_2^2 - mgh_1 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 16^2 - 20 \cdot 9.81 \cdot 20 = -1364 \text{ J}}$$

b) $Wnoc = Wfr = -fr \cdot e = -\mu mg\cos 30 \cdot (20/\text{sen}30) \Rightarrow$

$$\boxed{\mu = -\ Wnoc\ tg30 / 20\ mg = 1364\ tg30/20 \cdot 20 \cdot 9.81 = 0.2007}$$

c) La potencia media es el trabajo dividido entre el tiempo. El trabajo ya lo conocemos (1364J) por lo que solo nos queda calcular el tiempo que tarda en descender el trineo.

Como es un movimiento uniformemente acelerado, $vf = vi + at \Rightarrow t = (vf-vi)/a$

Para calcular la aceleración aplicamos la segunda ley de Newton a la dirección del movimiento:

$$\sum F = ma \Rightarrow mg\ \text{sen}30 - \mu mg\cos 30 = ma \Rightarrow \boxed{a = g(\text{sen}30 - \mu\cos 30)}$$

sustituyendo en la ecuación del tiempo: $\boxed{t = (16 - 0)/9.81(\text{sen}30 - 0.2007\cos 30) = 5 \text{ s}}$

Finalmente la potencia media es $\boxed{Pm = W/t = 1364/5 = 272.8\ \omega}$

d) La potencia instantánea es el producto de la fuerza por la velocidad:

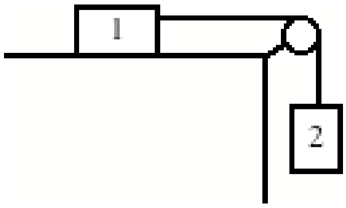
$$\boxed{Pi = fr \cdot v = \mu mg\cos 30 \cdot v = 0.2007 \cdot 20 \cdot 9.81 \cdot \cos 30 \cdot 16 = 546.6\ \omega}$$

e) Cuando se detiene, toda la energía cinética que lleva al pie de la colina se pierde por el rozamiento:

$$\frac{1}{2} mv_2^2 = fr \cdot e \Rightarrow \boxed{e = \frac{1}{2} mv_2^2 / \mu mg = v_2^2 / 2\mu g = 16^2 / 2 \cdot 0.2007 \cdot 9.81 = 65.01 \text{ m}}$$

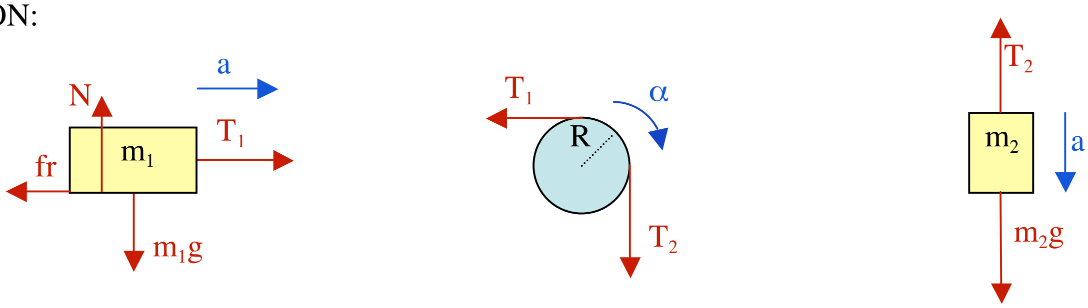
UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

2) En el sistema representado en la figura, las masa de los cuerpos 1 y 2 son m1= 4 kg y m2 = 2 kg y el coeficiente de rozamiento entre m1 y la superficie horizontal es $\mu = 0,2$. La polea, de masa mP = 1 kg y radio R = 4 cm, puede considerarse como un disco homogéneo.
a) Representar las fuerzas que actúan sobre los dos cuerpos y la polea.
b) Calcular la aceleración de los dos cuerpos.
c) Determinar las tensiones de la cuerda.



SOLUCION:

a)



b) Primero aplicamos la 2ª ley de Newton al cuerpo 1 en la dirección vertical:

$$N - m_1 g = 0 \Rightarrow fr = \mu N = \mu m_1 g$$

A continuación, aplicamos la segunda ley de Newton ($\Sigma F = ma$) a la traslación de los cuerpos 1 y 2 y su equivalente en la rotación ($\Sigma M = I\alpha$) para el giro de la polea. Hay que tener en cuenta que los dos cuerpos llevan la misma aceleración a, y que la aceleración angular de la polea es $\alpha = a/R$.

$$\begin{array}{lll}
T_1 - fr = m_1 a & & \Rightarrow \; T_1 - fr = m_1 a \\
m_2 g - T_2 = m_2 a & & \Rightarrow \; m_2 g - T_2 = m_2 a \\
T_2 R - T_1 R = I\alpha & \Rightarrow \; T_2 - T_1 = I\alpha/R & \Rightarrow \; \underline{T_2 - T_1 = Ia/R^2}
\end{array}$$

Sumando las 3 ecuaciones, se van las tensiones: $\quad m_2 g - fr = m_1 a + m_2 a + Ia/R^2$

Sacando factor común a la aceleración y despejando:

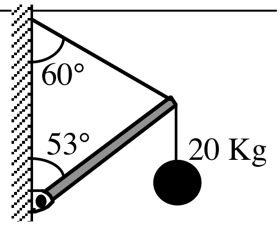
$$\boxed{a} = \frac{m_2 g - fr}{m_1 + m_2 + I/R^2} = \frac{m_2 g - \mu m_1 g}{m_1 + m_2 + (1/2)m_P} = \frac{(2 - 0.2 \bullet 4)\, 9.81}{4 + 2 + (1/2)\, 1} = \boxed{1.81 \text{ m/s}^2}$$

c) Utilizando las ecuaciones de las traslaciones del apartado anterior:

$$T_1 - fr = m_1 a \Rightarrow \boxed{T_1} = m_1 a + fr = 4 \bullet 1.81 + 0.2 \bullet 4 \bullet 9.91 = \boxed{15.09 \text{ N}}$$

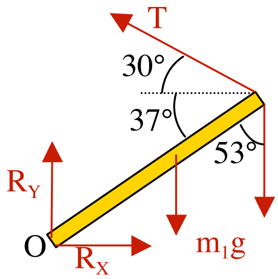
$$m_2 g - T_2 = m_2 a \Rightarrow \boxed{T_2} = m_2 (g - a) = 2\,(9.81 - 1.81) = \boxed{16 \text{ N}}$$

3) En una viga uniforme de 4 m de longitud y 10 kg cuelga una masa de 20 kg, tal como se ve en la Figura.
a) Dibujar un diagrama de cuerpo libre para la viga.
b) Determinar la tensión en el alambre.
c) Determinar las componentes de la fuerza de reacción en el eje.
d) Si la tensión máxima que puede soportar el alambre es de 300 N, ¿hasta que masa podemos colgar en el extremo de la viga en lugar de la de 20 kg, sin que se rompa el alambre?



SOLUCION:

a) La fuerzas que actúan sobre la viga de longitud L son:



b) Aplicando $\sum M = 0$ respecto del punto O:

$$m_1 g (L/2)\ \mathrm{sen}53 + m_2 g L\ \mathrm{sen}53 = T L\ \mathrm{sen}67 \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{T} = \frac{g\,\mathrm{sen}53\ (m_1/2 + m_2)}{\mathrm{sen}67} = \frac{9.81\,\mathrm{sen}53\ (5 + 20)}{\mathrm{sen}67} = \boxed{212.78\ \mathrm{N}}$$

c) $\sum Fx = 0 \quad \Rightarrow R_X - T\cos 30 = 0 \quad \Rightarrow \boxed{R_X} = T\cos 30 = \boxed{184.27\ \mathrm{N}}$

$\sum Fy = 0 \Rightarrow R_Y + T\,\mathrm{sen}30 - m_1 g - m_2 g = 0 \quad \Rightarrow \boxed{R_Y} = (10 + 20)9.81 - 212.78\,\mathrm{sen}30 = \boxed{187.91\ \mathrm{N}}$

d) De nuevo aplicamos $\sum M = 0$ respecto del punto O pero ahora suponiendo que la tensión es de 300 N:

$$m_1 g (L/2)\ \mathrm{sen}53 + m_2 g L\ \mathrm{sen}53 = 300 L\ \mathrm{sen}67 \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{m_2} = \frac{300\ \mathrm{sen}67 - (m_1/2) g\ \mathrm{sen}53}{g\,\mathrm{sen}53} = \frac{300\ \mathrm{sen}67 - 5 \cdot 9.81\ \mathrm{sen}53}{9.81\,\mathrm{sen}53} = \boxed{30.25\ \mathrm{kg}}$$