



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA
ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA



MOTORES DE DOBLE

JAULA Y DE

RANURA PROFUNDA

Miguel Angel Rodríguez Pozueta

© 2009, Miguel Angel Rodríguez Pozueta
Universidad de Cantabria (España)
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

Está permitida la reproducción total o parcial de este documento con la condición inexcusable de citar su procedencia y su carácter gratuito.

Este documento puede descargarse gratuitamente desde esta Web:
<http://personales.unican.es/rodrigma/primer/publicaciones.htm>

MOTORES DE DOBLE JAULA Y DE RANURA PROFUNDA

Miguel Angel Rodríguez Pozueta

PRESENTACIÓN

El sistema de arranque de un motor asíncrono por introducción de resistencias en serie con el rotor permite obtener un elevado par en el arranque. Sin embargo, este método sólo puede utilizarse con motores de rotor bobinado. Se han construido motores de jaula que, de alguna manera, realizan un arranque similar al de los motores de rotor bobinado; es decir, tienen una resistencia rotórica elevada en el arranque, pero el valor de este parámetro se va reduciendo a medida que el motor aumenta su velocidad. De esta manera se consigue que estos motores posean un mayor par de arranque.

Este texto se dedica al estudio de estos motores asíncronos con características de arranque mejoradas. Se supone que el lector ya posee unos conocimientos básicos sobre la constitución y principio de funcionamiento de las máquinas asíncronas, así como de su circuito equivalente y de su curva de par.

DESCRIPCIÓN Y PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DE ESTOS MOTORES

Motores de doble jaula

Los *motores de doble jaula* poseen dos jaulas concéntricas (Fig. 1a), construidas de tal manera que la jaula externa (situada más cerca de la boca de las ranuras) presenta una pequeña inductancia de dispersión y una elevada resistencia, mientras que la interna (situada en el fondo de las ranuras del rotor) presenta baja resistencia y alta inductancia.

Para lograr esto la jaula externa tiene barras de menos sección que la jaula interna. En algunos casos, la jaula externa además se fabrica con un material de mayor resistividad (latón o bronce) que la interna (cobre). Así se consigue que la jaula externa tenga mayor resistencia que la interna. Por otra parte, cada ranura se estrecha en el espacio que hay entre ambas jaulas (Fig. 1a), dejando sólo una rendija delgada. De esta forma se aumenta el flujo de dispersión de la jaula interna, ya que así las líneas de campo de este flujo tienen un recorrido con menor reluctancia magnética (véase la Fig. 3). La jaula externa, al encontrarse más cerca del entrehierro, tiene un flujo de dispersión menor, pues sus líneas de campo tienen un recorrido de mayor reluctancia por incluir en mayor proporción trayectos en el aire (fuera del hierro). Así se consigue que la jaula interna presente mayor inductancia de dispersión que la jaula externa.

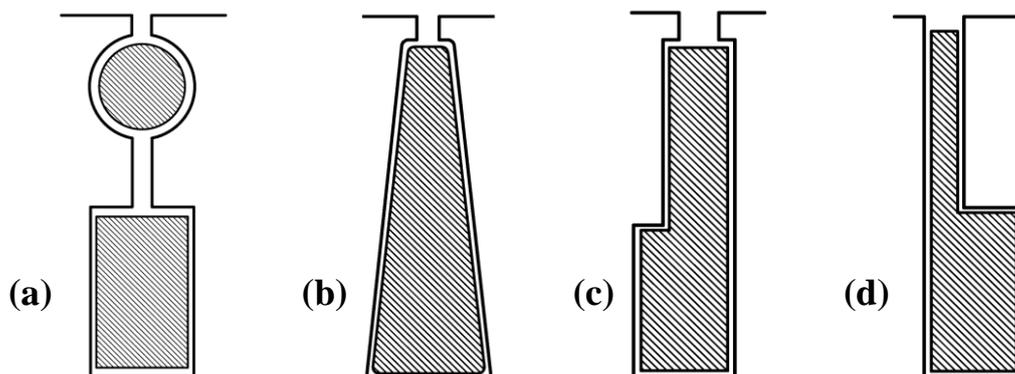


Fig. 1: Ranuras rotóricas de los motores de doble jaula (a) y de ranura profunda (b, c, y d)

Dado que se verifica que la frecuencia de las corrientes del rotor (f_2) está relacionada con la frecuencia de las corrientes del estator (f_1) y el deslizamiento (s) mediante esta fórmula:

$$f_2 = s f_1 \quad (1)$$

en el momento del arranque ($s = 1$), la frecuencia f_2 de las corrientes del rotor es igual a la de la red f_1 y la reactancia de las jaulas alcanza su valor máximo. Por ello, al arrancar la jaula externa, a pesar de tener mayor resistencia, presenta menos impedancia que la jaula interna -de alta reactancia y, en consecuencia, de mayor impedancia- y las corrientes rotóricas circulan preferentemente por ella. Se consigue así un elevado par de arranque, pues el rotor presenta entonces una resistencia alta.

A medida que el motor adquiere velocidad, disminuye la frecuencia rotórica y varía el reparto de corrientes entre las dos jaulas, aumentando la corriente de la jaula interna, cuya reactancia va bajando, y disminuyendo la corriente de la jaula externa. En régimen normal -es decir, con deslizamientos pequeños- la frecuencia rotórica es muy pequeña y las reactancias de las jaulas son despreciables, de tal manera que la corriente circula casi exclusivamente por la jaula interna; ya que ahora es la que presenta menor impedancia. En efecto, a bajos deslizamientos las reactancias son extremadamente pequeñas y las impedancias consisten casi sólo en resistencias. Esto significa que en estas condiciones el reparto de corrientes entre las dos jaulas viene condicionado por el valor de sus resistencias. La corriente circulará, entonces, preferentemente por la jaula de menor resistencia, que es la jaula interna.

Por lo tanto, en los motores de doble jaula el arranque se realiza con una resistencia elevada en el rotor que paulatinamente va disminuyendo a medida que el motor alcanza velocidad. El proceso de arranque presenta, pues, cierta similitud con el de los motores de rotor bobinado. Sin embargo, en los motores de doble jaula este aumento de la resistencia en el arranque va acompañado de una disminución de la inductancia en el arranque, lo cual no se produce en los motores de rotor bobinado.

Motores de ranura profunda

Los *motores de ranura profunda* tienen una jaula cuyos conductores tienen una forma tal que su parte inferior (en el fondo de las ranuras) presenta pequeña resistencia y alta autoinducción y la parte superior (hacia la boca de las ranuras) presenta alta resistencia y baja autoinducción (Fig. 1b, c, y d). Para ello las barras se construyen más estrechas cerca de la boca de la ranura que en el fondo.

El comportamiento de estos motores, por tanto, es similar al de los motores de doble jaula: en el arranque la corriente se concentra en la parte superior de los conductores (de alta resistencia) y en marcha normal la corriente circula preferentemente por la parte inferior, consiguiéndose así un elevado par de arranque.

Por lo tanto, en los motores de doble jaula y de ranura profunda los parámetros del rotor R'_2 y X'_2 no son constantes, sino que son funciones de la frecuencia rotórica f_2 . Dado que se cumple la relación (1), si el motor es alimentado con corrientes de frecuencia f_1 constante, se tiene que los parámetros R'_2 y X'_2 son funciones del deslizamiento s .

CIRCUITOS EQUIVALENTES PARA MOTORES DE DOBLE JAULA

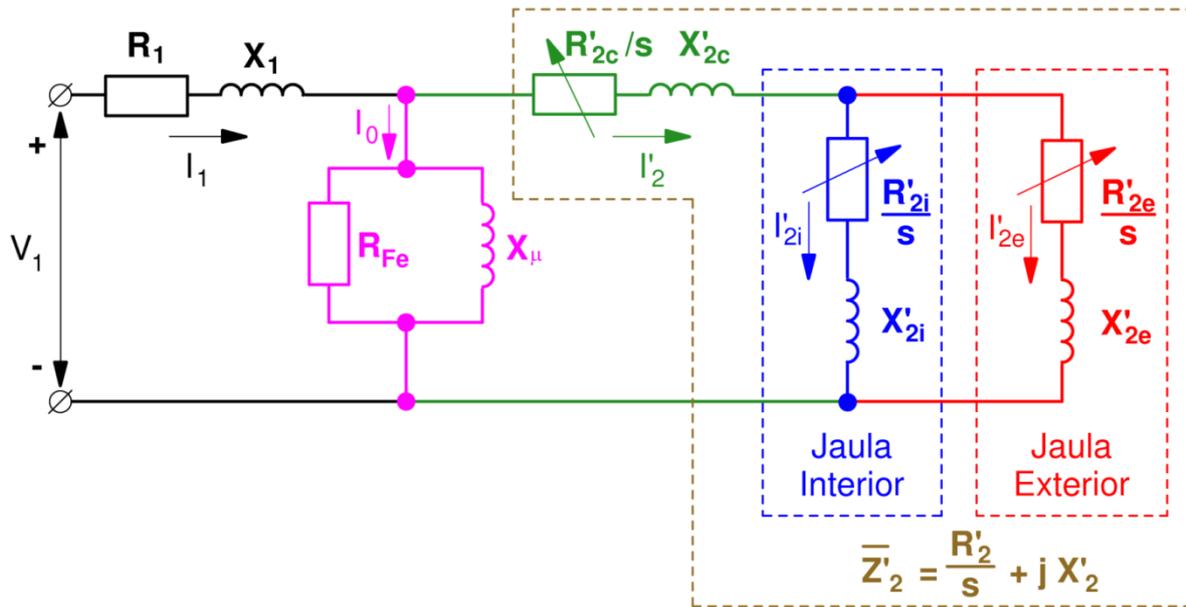


Fig. 2: Circuito equivalente de un motor asíncrono trifásico de doble jaula

En la Fig. 2 se muestra el circuito equivalente de un motor de doble jaula. Este circuito equivalente se puede utilizar también para los motores de ranura profunda.

La resistencia R'_{2c} corresponde a la resistencia de los anillos de cortocircuito cuando estos anillos son comunes a ambas jaulas y las resistencias R'_{2e} y R'_{2i} corresponden a las barras de las jaulas interna y externa, respectivamente. En los motores en los que los anillos de cortocircuito son diferentes para ambas jaulas, se da un valor nulo a la resistencia R'_{2c} y la resistencia de los anillos se incorpora a R'_{2e} y R'_{2i} .

En la Fig. 3 se representa una ranura de un motor de doble jaula y las líneas del campo magnético de dispersión correspondientes. Además de estas líneas de dispersión, también existirán las correspondientes al campo magnético principal que no se han incluido en la Fig. 3.

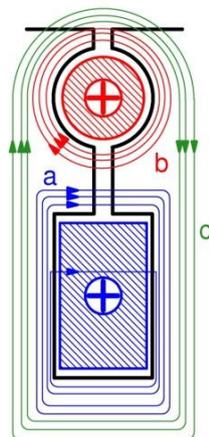


Fig. 3: Dispersión en una ranura rotórica de un motor de doble jaula

En la Fig. 3 se puede apreciar que existen unas líneas de campo magnético de dispersión que sólo rodean a una de las jaulas (líneas del tipo a y del tipo b en la Fig. 3). El campo magnético de dispersión cuyas líneas de campo sólo rodean a una jaula, en virtud del

Teorema de Ampère, es originado únicamente por la corriente que circula por esta jaula y sólo afecta a dicha jaula. En el circuito equivalente de la Fig. 2 los efectos de estos campos magnéticos de dispersión están representados por las reactancias X'_{2e} y X'_{2i} . Por otra parte, en la Fig. 3 se puede apreciar que también existen otras líneas de campo magnético de dispersión que son comunes a ambas jaulas (líneas del tipo c en la Fig. 3). Este campo de dispersión será originado por el efecto conjunto de las corrientes de las dos jaulas y ejerce influencia sobre ambas. Aunque este campo magnético afecta a dos de los devanados del motor, sigue tratándose de un campo magnético de dispersión pues sus líneas de campo no atraviesan el entrehierro y no afectan al devanado del estator. En el circuito equivalente de la Fig. 2 los efectos de este campo magnético de dispersión común está representado por la reactancia X'_{2c} ¹.

Se van a denominar R'_{20} y X'_{20} a los valores de la resistencia y la reactancia totales del rotor (R'_2 y X'_2) en el caso particular de que el deslizamiento vale 0 (marcha en vacío). Análogamente, se van a denominar R'_{2a} y X'_{2a} a los valores de estos parámetros en el caso particular de que el deslizamiento vale 1 (arranque).

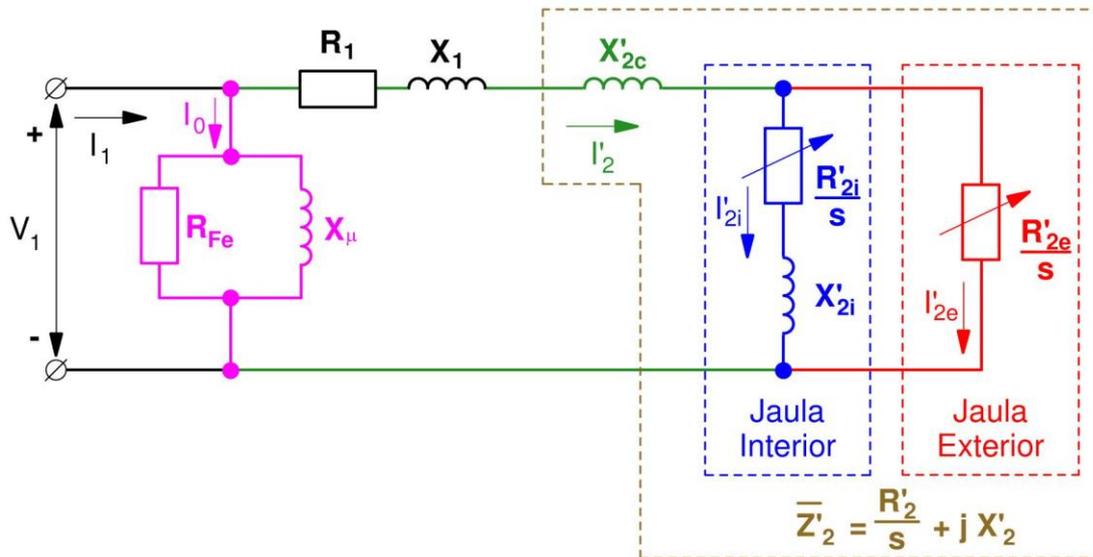


Fig. 4: Circuito equivalente simplificado de un motor asíncrono trifásico de doble jaula

El circuito equivalente de la Fig. 2 se suele simplificar de forma que la rama en paralelo quede situada justo en bornes del estator² y que sólo aparezcan 4 parámetros de resistencia y reactancia en el rotor, ya que así estos parámetros se podrán determinar si se conocen los valores de R'_{20} , X'_{20} , R'_{2a} y X'_{2a} .

¹ En realidad, el campo magnético de dispersión incluye otras líneas de campo además de las que rodean las ranuras del rotor; pero en todas ellas se puede hacer la división que se menciona en el texto: las líneas de campo de dispersión que afectan a cada una de las jaulas por separado (representadas por X'_{2e} y X'_{2i} , respectivamente) y las que son comunes a ambas jaulas (representadas por X'_{2c}).

² El desplazar la rama en paralelo a los bornes del estator introduce un error. En el libro de Kostenko [6] se demuestra que este error se reduce -especialmente en el cálculo del par- si, a la vez que se desplaza la rama en paralelo a los bornes del estator, se modifican ligeramente los parámetros del nuevo circuito equivalente empleando el coeficiente $c_1 = 1 + (X_1 / X_\mu)$, cuyo valor es ligeramente superior a 1. Así, los parámetros R_1 , X_1 , R_{Fe} y X_μ se deben multiplicar por c_1 y los parámetros del rotor, R'_2 , X'_2 , R'_{2c} , R'_{2e} , X'_{2e} , R'_{2i} y X'_{2i} , se deben multiplicar por c_1^2 .

Siempre se suele considerar nula la resistencia común R'_{2c} y, si es preciso, su efecto se incluye dentro de las resistencias de cada jaula, R'_{2e} y R'_{2i} . La mayoría de los autores (por ejemplo, Alger [1] y Kostenko [6]) recomiendan desprestigiar la reactancia X'_{2e} de la jaula externa porque su valor suele ser pequeño comparado con $\frac{R'_{2e}}{s}$ (Fig. 4). Otros autores ([3], [4]) recomiendan desprestigiar la reactancia común X'_{2c} y aumentar las reactancias de cada jaula, X'_{2e} y X'_{2i} , para incluir de un modo aproximado sus efectos (Fig. 5).

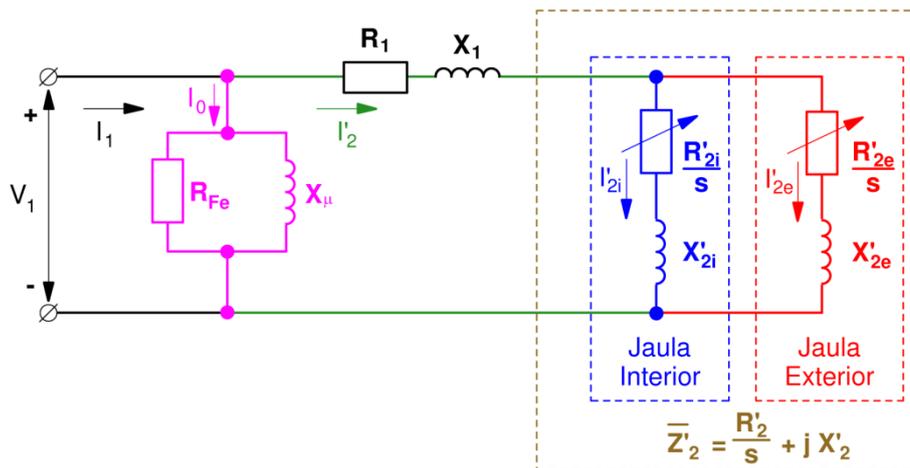


Fig. 5: Otro circuito equivalente simplificado de un motor asíncrono trifásico de doble jaula

También hay otros autores (como Chalmers [2]) que recomiendan desprestigiar en el circuito equivalente de la Fig. 2 sólo la resistencia R'_{2c} y establecer como dato adicional una proporción entre X'_{2e} y X'_{2c} . En efecto, es sabido que X'_{2e} toma valores entre el 5 y el 20% de X'_{2c} . Si no se conocen datos de diseño del motor que permitan establecer una relación más exacta, se puede considerar que X'_{2e} es igual al 7% de X'_{2c} .

Incluso en los motores de simple jaula existe en alguna medida el *efecto pelicular*, es decir, el fenómeno de la modificación de la distribución de la corriente en el interior de las barras cuando varía el deslizamiento (lo cual no sucede en los motores con el rotor bobinado). Por esta razón, es conveniente que en todos los motores de jaula se utilice alguno de los circuitos equivalentes de las Figs. 2, 4 y 5 en lugar del circuito equivalente de simple jaula.

No obstante, si lo que se desea es analizar el comportamiento de la máquina asíncrona con deslizamientos pequeños (para los cuáles los parámetros del rotor son constantes y valen R'_{20} y X'_{20} , respectivamente), sí que se puede emplear el circuito equivalente de un motor de simple jaula.

Impedancia total del rotor

La forma de calcular las características de un motor de doble jaula o de ranura profunda será el determinar para un deslizamiento s dado la impedancia equivalente \bar{Z}'_2 del rotor (de las dos jaulas en paralelo) e identificar esta impedancia con la impedancia $\frac{R'_2}{s} + jX'_2$ de un motor de simple jaula. Se resuelve entonces como si el motor fuera de simple jaula (Fig. 6) con dichos valores de R'_2 y X'_2 .

Téngase presente que estos valores de R'_2 y X'_2 sólo son válidos para un valor dado del deslizamiento s . Para otro valor del deslizamiento habrá que volver a calcular los valores de los parámetros R'_2 y X'_2 que le correspondan.

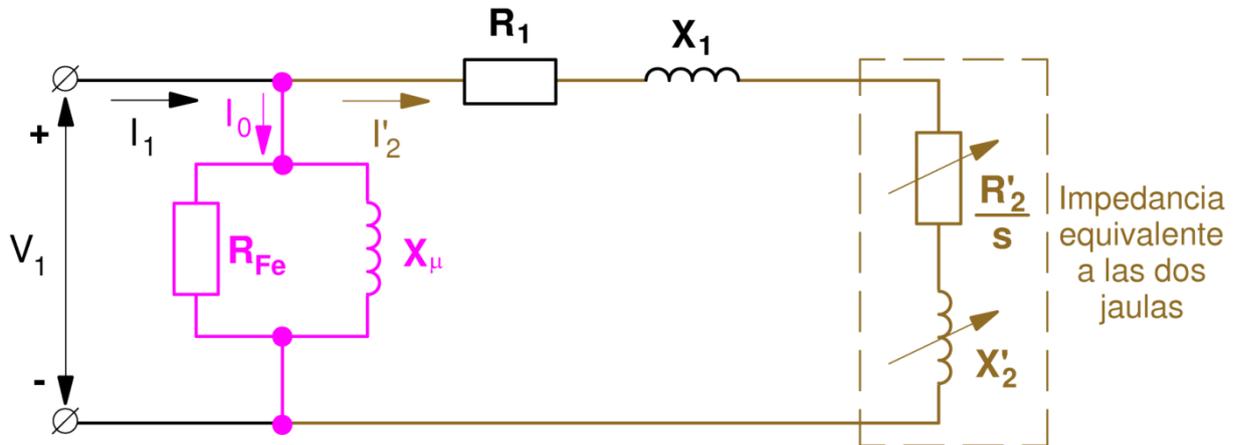


Fig. 6: Circuito equivalente de un motor de doble jaula con resistencia y reactancia del rotor variables con la frecuencia rotórica f_2

Así, si se utiliza el circuito equivalente más completo (Fig. 2), se obtienen estas expresiones:

$$R'_2 = \frac{R'_{2i} R'_{2e} (R'_{2i} + R'_{2e}) + s^2 (R'_{2i} X'^2_{2e} + R'_{2e} X'^2_{2i})}{(R'_{2i} + R'_{2e})^2 + s^2 (X'_{2i} + X'_{2e})^2} + R'_{2c} \quad (2a)$$

$$X'_2 = \frac{R'^2_{2i} X'_{2e} + R'^2_{2e} X'_{2i} + s^2 (X'_{2i} X'_{2e} (X'_{2i} + X'_{2e}))}{(R'_{2i} + R'_{2e})^2 + s^2 (X'_{2i} + X'_{2e})^2} + X'_{2c} \quad (2b)$$

Lo cual da las siguientes relaciones en vacío ($s = 0$):

$$R'_{20} = \frac{R'_{2i} R'_{2e}}{(R'_{2i} + R'_{2e})} + R'_{2c} \quad (3a)$$

$$X'_{20} = \frac{R'^2_{2i} X'_{2e} + R'^2_{2e} X'_{2i}}{(R'_{2i} + R'_{2e})^2} + X'_{2c} \quad (3b)$$

y en el arranque ($s = 1$):

$$R'_{2a} = \frac{R'_{2i} R'_{2e} (R'_{2i} + R'_{2e}) + R'_{2i} X'^2_{2e} + R'_{2e} X'^2_{2i}}{(R'_{2i} + R'_{2e})^2 + (X'_{2i} + X'_{2e})^2} + R'_{2c} \quad (4a)$$

$$X'_{2a} = \frac{R'^2_{2i} X'_{2e} + R'^2_{2e} X'_{2i} + X'_{2i} X'_{2e} (X'_{2i} + X'_{2e})}{(R'_{2i} + R'_{2e})^2 + (X'_{2i} + X'_{2e})^2} + X'_{2c} \quad (4b)$$

Factor de jaula

En los tres circuitos equivalentes indicados anteriormente (Figs. 2, 4 y 5) se deduce que este coeficiente

$$m = \frac{\Delta R'_2}{\Delta X'_2} = \frac{R'_2 - R'_{20}}{X'_{20} - X'_2} \quad (5)$$

denominado *factor de jaula*, es constante. Es decir, m es independiente del deslizamiento s que se elija para calcular los valores R'₂ y de X'₂ en la fórmula (5).

En motores de doble jaula el factor de jaula, m, suele tener valores cercanos a 1. Para un motor de simple jaula m es infinito.

Se puede demostrar que se cumple lo siguiente:

$$m = \frac{R'_{2a} - R'_{20}}{X'_{20} - X'_{2a}} = \frac{R'_{2i} + R'_{2e}}{X'_{2i} + X'_{2e}} \quad (6)$$

Relaciones entre los parámetros del circuito equivalente de la Fig. 4

En el caso particular de utilizar el circuito equivalente de la Fig. 4, en el que se desprecia la reactancia de la jaula externa, X'₂ₑ, se cumplen las siguientes relaciones [1]:

$$m = \frac{R'_{2i} + R'_{2e}}{X'_{2i}} \quad (7a)$$

$$X'_{2c} = (1 + m^2)X'_{2a} - (m^2 \cdot X'_{20}) \quad (7b)$$

$$X'_{20c} = X'_{20} - X'_{2c} = (1 + m^2) \cdot (X'_{20} - X'_{2a}) \quad (7c)$$

$$R'_{2i} = R'_{20} \left(1 + \frac{R'_{20}}{m X'_{20c}} \right) \quad (7d)$$

$$R'_{2e} = R'_{20} + m X'_{20c} \quad (7e)$$

$$X'_{2i} = X'_{20c} \left(1 + \frac{R'_{20}}{m X'_{20c}} \right)^2 = \frac{R'_{2i} + R'_{2e}}{m} \quad (7f)$$

$$\Delta X'_2 = X'_{20} - X'_2 = \frac{X'_{20c} s^2}{m^2 + s^2} = \frac{X'_{20c}}{\left(\frac{m}{s}\right)^2 + 1} \quad (7g)$$

$$\Delta R'_2 = R'_2 - R'_{20} = m \Delta X'_2 = \frac{m X'_{20c} s^2}{m^2 + s^2} = \frac{m X'_{20c}}{\left(\frac{m}{s}\right)^2 + 1} \quad (7h)$$

Se puede apreciar, entonces, que una vez conocidos los parámetros totales del rotor para deslizamientos pequeños (R'₂₀ y X'₂₀) y en el arranque (R'₂ₐ y X'₂ₐ), las relaciones (6) y (7) permiten obtener los parámetros del rotor (R'₂ᵢ, X'₂ᵢ, R'₂ₑ y X'₂ₑ) que se necesitan en el circuito equivalente representado en la Fig. 4.

ANÁLISIS DE LOS PARÁMETROS DE UN MOTOR DE RANURA PROFUNDA

Los motores con rotor de ranura profunda se pueden analizar como si fueran de doble jaula por medio de alguno de los circuitos equivalentes de las Figs. 2, 4 y 5. Alternativamente, estos motores se pueden estudiar mediante el circuito equivalente con parámetros variables de la Fig. 6, si se conocen las relaciones que permiten expresar los valores de R'_2 y de X'_2 en función del deslizamiento s o de la frecuencia rotórica f_2 .

De acuerdo con Kostenko [6], las expresiones que permiten obtener los parámetros R'_2 y X'_2 de un rotor de ranura profunda son las siguientes:

$$R'_2 = R'_{2aro} + k_r R'_{2bar0} \quad (8a)$$

$$X'_2 = X'_{2aro} + k_x X'_{2bar0} \quad (8b)$$

En estas expresiones, R'_{2aro} y X'_{2aro} son los parámetros correspondientes a los anillos de cortocircuito. Estos parámetros no varían con el deslizamiento, pues el fenómeno de desplazamiento de la corriente se produce en las barras alojadas en ranuras.

R'_{2bar0} y X'_{2bar0} son los parámetros correspondientes a las barras de la jaula cuando el deslizamiento es 0.

k_r y k_x son los *factores de efecto pelicular* sobre la resistencia y la reactancia, respectivamente. Mediante estos factores, cuyo valor es igual a la unidad para deslizamiento nulo, se tienen en cuenta los efectos del desplazamiento de la corriente sobre la resistencia y la reactancia de las barras de la jaula.

Se demuestra que:

$$k_r = \xi \frac{\text{sh } 2\xi + \text{sen } 2\xi}{\text{ch } 2\xi - \cos 2\xi} \quad (9a)$$

$$k_x = \frac{3}{2\xi} \frac{\text{sh } 2\xi - \text{sen } 2\xi}{\text{ch } 2\xi - \cos 2\xi} \quad (9b)$$

Aunque el parámetro ξ es adimensional se le suele denominar *altura equivalente*. ξ depende de la geometría y de los materiales de la barra. En la mayor parte de los casos se puede utilizar esta expresión que corresponde a jaulas de barras rectangulares:

$$\xi = h \sqrt{\frac{\pi \mu_0 f_2}{\rho}} = h \sqrt{\left(\frac{\pi \mu_0 f_1}{\rho} \right) s} \quad (10a)$$

donde:

h es la altura de la barra.

μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío (cuyo valor en el S.I. es $4\pi \cdot 10^{-7}$).

f_2 es la frecuencia de las corrientes del rotor (ver la expresión (1)).

f_1 es la frecuencia de las corrientes del estator.

s es el deslizamiento del motor.

ρ es la resistividad eléctrica del material de las barras.

En la expresión (10a) se deben utilizar las unidades de medida del S.I.

Si el motor se alimenta con una tensión de frecuencia 50 Hz ($f_1 = 50$ Hz), la altura de las barras, h , se mide en centímetros y la resistividad ρ se mide en $\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$, se obtiene esta otra expresión, más práctica:

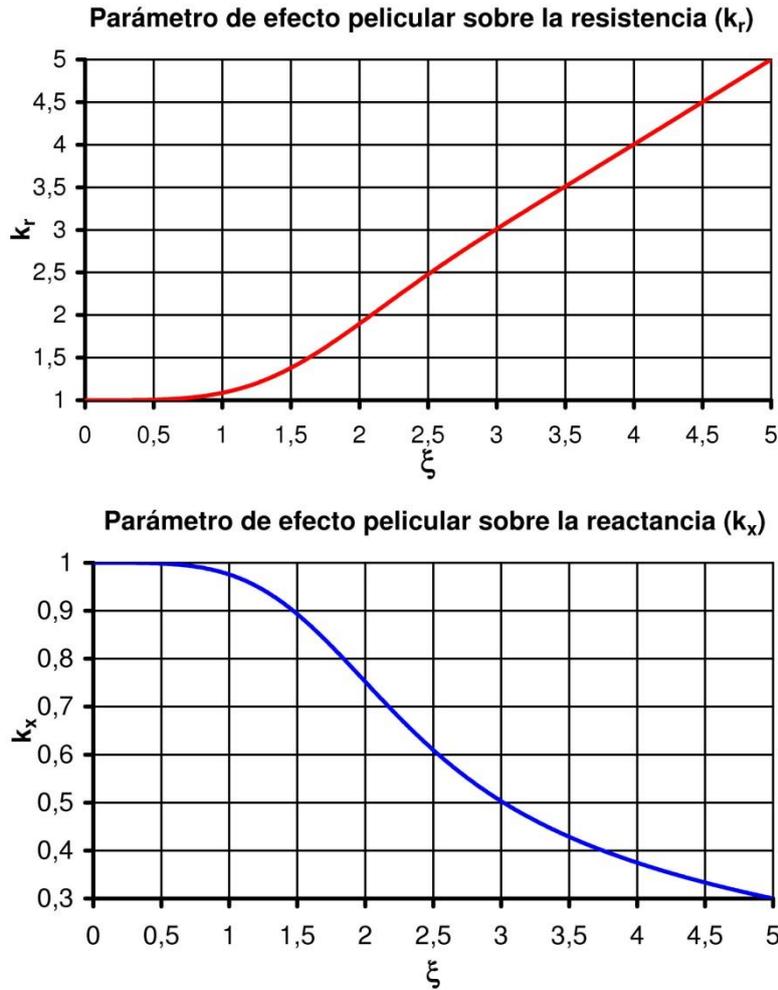


Fig. 7: Variación de los parámetros de efecto pelicular con la altura equivalente ξ .

$$\xi = \left(\frac{0,14 h}{\sqrt{\rho}} \right) \sqrt{s} \quad (10b)$$

Si en las expresiones (10) la altura h de las barras no es conocida, la norma UNE-EN 60034-28 (que se corresponde con la norma IEC 60034-28) sugiere esta estimación:

$$h = \left(0,21 - \frac{2p}{100} \right) H \quad (11)$$

donde:

H es la altura del eje del motor (se expresa en las mismas unidades que se desea obtener h).
 p es el número de pares de polos del motor.

En la Fig. 7 se muestra como varían los parámetros k_r y k_x en función de ξ .

Según Alger [1], los valores de k_r y de k_x , dados por la relaciones (9), se pueden aproximar así:

$$\text{Para } \xi \leq 1,5 \rightarrow k_r \approx 1 + \frac{4}{45} \xi^4 - \frac{16}{4725} \xi^8 \quad (12a)$$

$$\text{Para } \xi \geq 2 \rightarrow k_r \approx \xi \quad (12b)$$

$$\text{Para } \xi \leq 1,5 \rightarrow k_x \approx 1 - \frac{8}{315} \xi^4 + \frac{32}{31185} \xi^8 \quad (12c)$$

$$\text{Para } \xi \geq 2 \rightarrow k_x \approx \frac{3}{2\xi} \quad (12d)$$

Las leyes que permiten determinar las variaciones de los parámetros R'_2 y X'_2 de un motor de ranura profunda en función del deslizamiento s son algo complicadas y requieren el conocer la geometría y características del rotor. Por esta razón, algunos autores sugieren el empleo de unas relaciones aproximadas, más fáciles de utilizar.

Así, según Haque [5], se puede aceptar que los valores de R'_2 y X'_2 son constantes para deslizamientos inferiores uno tomado como límite, s_{lim} :

$$\left. \begin{array}{l} R'_2 \approx R'_{20} = \text{constante} \\ X'_2 \approx X'_{20} = \text{constante} \end{array} \right\} \text{ (si } 0 \leq s \leq s_{lim} \text{)} \quad (13)$$

mientras que para deslizamientos s superiores al límite estas magnitudes varían aproximadamente de la siguiente manera:

$$\left. \begin{array}{l} R'_2 \approx R'_{20} (K_1 + K_2 \sqrt{s}) \\ X'_2 \approx X'_{20} (K_3 + K_4 / \sqrt{s}) \end{array} \right\} \text{ (si } s_{lim} < s \leq 1 \text{)} \quad (14)$$

Se suele recomendar el tomar como deslizamiento límite, s_{lim} , al deslizamiento s_{m0} ; esto es, el deslizamiento para par máximo si el motor fuera de simple jaula con unos parámetros del rotor iguales a R'_{20} y X'_{20} :

$$s_{m0} = \frac{R'_{20}}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X'_{20})^2}} \quad (15)$$

Las expresiones (16), deducidas de las (14), permiten calcular los parámetros adimensionales K_1 , K_2 , K_3 y K_4 si se conocen los valores de s_{lim} y de R'_{20} , X'_{20} , R'_{2a} y X'_{2a} :

$$K_1 = \frac{1 - \left(\frac{R'_{2a}}{R'_{20}} \sqrt{s_{lim}} \right)}{1 - \sqrt{s_{lim}}} \quad (16a)$$

$$K_2 = \frac{\frac{R'_{2a}}{R'_{20}} - 1}{1 - \sqrt{s_{lim}}} \quad (16b)$$

$$K_3 = \frac{\left(\frac{X'_{2a}}{X'_{20}} \frac{1}{\sqrt{s_{lim}}} \right) - 1}{\frac{1}{\sqrt{s_{lim}}} - 1} = \frac{\left(\frac{X'_{2a}}{X'_{20}} \right) - \sqrt{s_{lim}}}{1 - \sqrt{s_{lim}}} \quad (16c)$$

$$K_4 = \frac{1 - \left(\frac{X'_{2a}}{X'_{20}} \right)}{\frac{1}{\sqrt{s_{lim}}} - 1} = \frac{1 - \left(\frac{X'_{2a}}{X'_{20}} \right)}{1 - \sqrt{s_{lim}}} \sqrt{s_{lim}} \quad (16d)$$

Para los motores de diseño B según las normas NEMA (véase el apartado dedicado al par), los valores típicos de estos parámetros son:

$$K_1 = K_2 = 0,5$$

$$K_3 = 0,4$$

$$K_4 = 0,6$$

Obsérvese como mediante estas ecuaciones se comprueba que en un motor de ranura profunda se consigue que la resistencia equivalente del rotor R'_2 sea mayor durante el arranque, logrando así mejorar el par durante el arranque con respecto al de un motor de simple jaula.

EL PAR EN LOS MOTORES DE DOBLE JAULA Y DE RANURA PROFUNDA

La curva del par de un motor de doble jaula (M_t) se puede obtener como suma de las correspondientes a cada una de sus jaulas (M_i y M_e) (Fig. 8). Los motores de ranura profunda tienen curvas de par similares a las de los motores de dos jaulas.

En la Fig. 8 se han señalado los siguientes *puntos notables* en la curva del par de un motor de doble jaula:

- El par de arranque (*starting torque*), M_a .
- El par máximo (*pull-out torque, breakdown torque*), $M_{m\acute{a}x}$.
- El par asignado o de plena carga (*full load torque*), M_N .
- El par de recuperación (*pull-up torque*), M_b .

Los tres primeros puntos notables son similares a los correspondientes del motor de simple jaula. El par de recuperación M_b es el par mínimo en la zona de la curva comprendida entre el arranque y el par máximo.

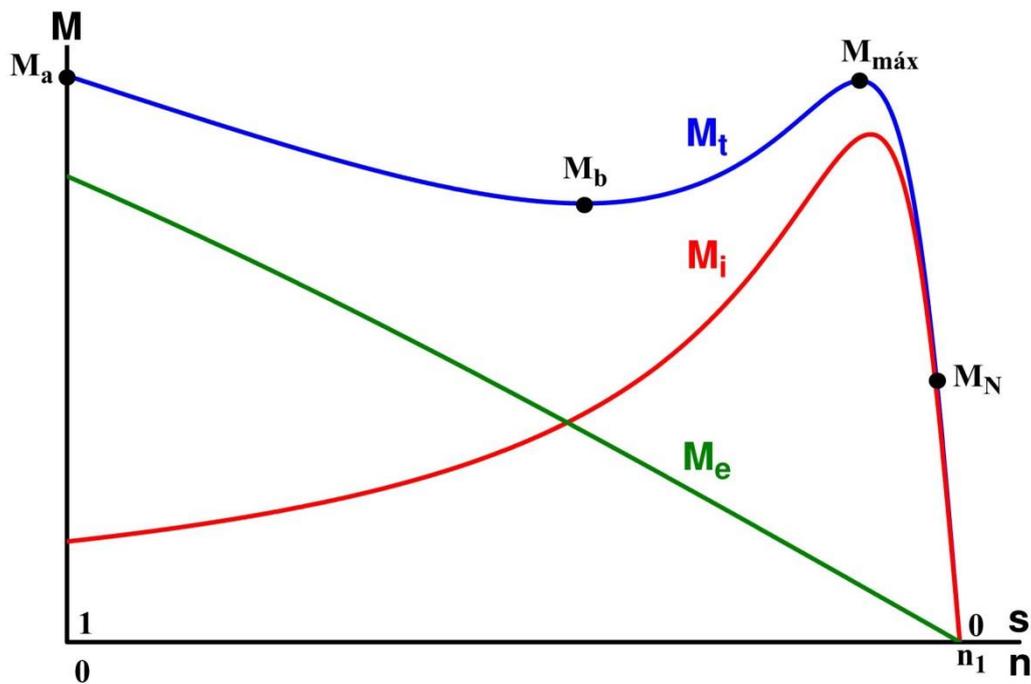


Fig. 8: Curva de par de un motor de doble jaula
(n = velocidad de giro del rotor; n_1 = velocidad de sincronismo)

La forma de esta curva está influida por el factor de jaula, m ; especialmente en la zona de deslizamientos superiores al de par máximo. Así en la Fig. 9 se han mostrado las curvas

de par, obtenidas mediante el circuito equivalente de la Fig. 4, correspondientes a varios motores con iguales parámetros del estator e iguales valores de R'_{20} , X'_{20} y de X'_{2c} , pero con diferentes valores de m .

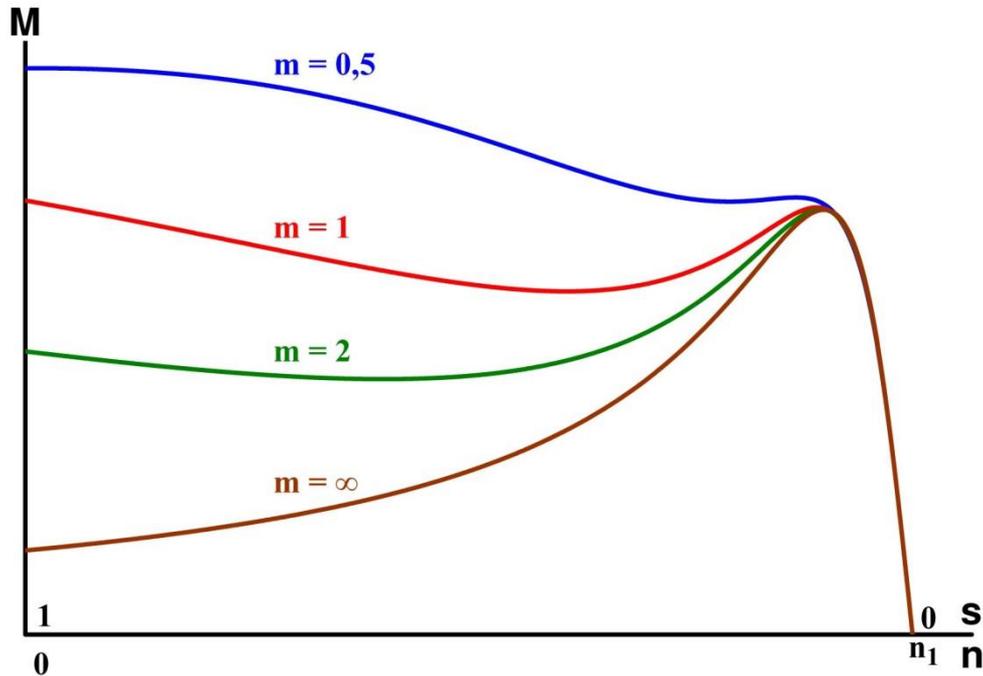


Fig. 9: Efecto del factor de jaula m sobre la curva de par

Como ya se ha indicado anteriormente, el valor del par M de un motor trifásico de doble jaula o de ranura profunda se puede calcular con la misma fórmula que en un motor de simple jaula:

$$M = \frac{3 \frac{R'_2}{s}}{2 \pi n_1} \frac{V_1^2}{\left(\left(R_1 + \frac{R'_2}{s} \right)^2 + X_{cc}^2 \right)} \quad (17)$$

(n_1 = velocidad de sincronismo expresada en r.p.m.; $X_{cc} = X_1 + X'_2$)

siempre que se tenga en cuenta que ahora en esta expresión los parámetros del rotor no son constantes, sino que toman diferentes valores para cada deslizamiento s .

Los parámetros del rotor (R'_2 y X'_2) apenas varían para deslizamientos inferiores al del par máximo, tanto en los motores de doble jaula como en los de ranura profunda. Para estos deslizamientos, de una forma aproximada, se puede aceptar que estos parámetros valen R'_{20} y X'_{20} , respectivamente. Esto significa que en estos motores, en general no se comete un error apreciable si el par máximo, $M_{m\acute{a}x}$ se calcula utilizando la fórmula correspondiente obtenida para los motores de simple jaula, siempre que en ella se introduzcan los valores que tienen los parámetros del rotor cuando los deslizamientos son pequeños (R'_{20} y X'_{20}):

$$M_{m\acute{a}x} \approx M_{m\acute{a}x0} = \pm \frac{3}{2 \pi n_1} \frac{V_1^2}{2 \left(\pm R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X'_{20})^2} \right)} \quad (18)$$

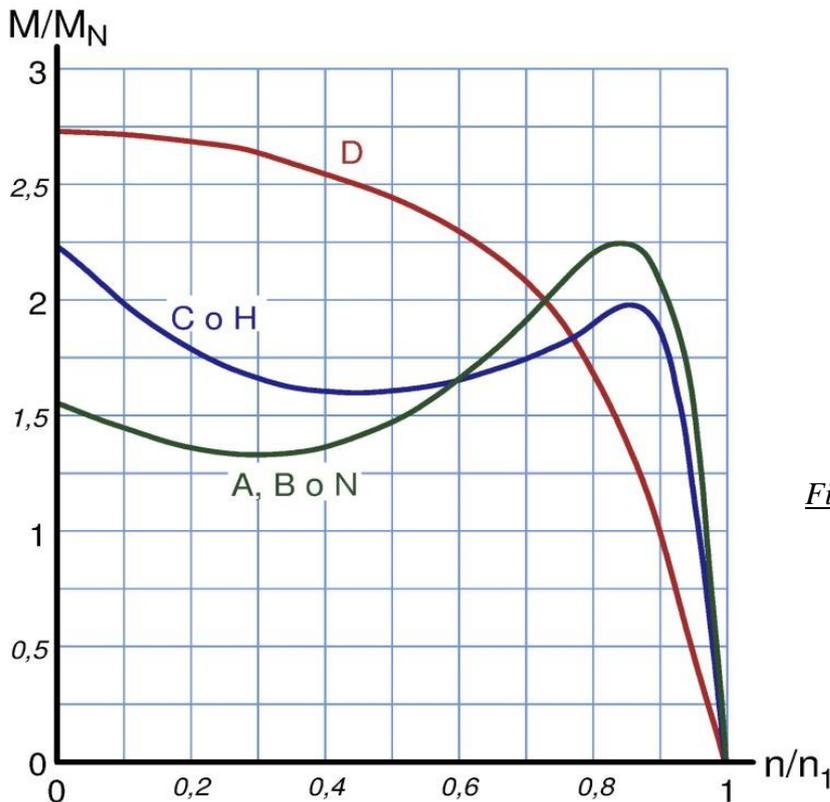


Fig. 10: Curvas par-velocidad para los diseños NEMA A, B, C y D e IEC N y H

CLASE DE MOTOR	X_1	X'_2
A	0,5	0,5
B	0,4	0,6
C	0,3	0,7
D	0,5	0,5
Rotor bobinado	0,5	0,5

Distribución empírica de reactancias. Valores en fracciones respecto al total ($X_1+X'_2$)

La *National Electrical Manufacturers Association* (NEMA), que es una asociación de fabricantes norteamericanos de máquinas eléctricas, y el *Comité Electrotécnico Internacional* (CEI o IEC), han clasificado los motores asíncronos según el diseño de su rotor (ver [11] y [12]). A estos diseños corresponden las curvas de par representadas en la Fig. 10.

Los diseños NEMA más importantes son:

- **Motores de clase A:** Son motores de simple jaula, en los que apenas se da el efecto pelicular, con barras de gran sección y, consecuentemente, de baja resistencia. Tienen pequeños deslizamientos de plena carga y de par máximo, gran par máximo y menor par de arranque que otros motores.
- **Motores de clase B:** Son motores de ranura profunda. Aunque su par de arranque es casi igual al de los motores de clase A (es ligeramente inferior), su corriente de arranque es menor. El rendimiento y el factor de potencia a plena carga son ligeramente inferiores a los de clase A. Este es el tipo de motor más frecuente y es equivalente al diseño N de la IEC.
- **Motores de clase C:** Son motores de doble jaula o de ranura profunda. Tienen mayor par de arranque que los motores A y B y presentan menor par máximo y mayores deslizamientos de plena carga y de par máximo que los motores A y B.

Esto hace que su rendimiento a plena carga sea algo inferior. Este diseño es equivalente al H de la IEC.

- *Motores de clase D*: Son motores de simple jaula en los que las barras del rotor son de pequeña sección y están construidas con un metal de alta resistividad. Esto hace que su resistencia sea elevada, lo que origina que el deslizamiento de par máximo sea muy elevado, así como el correspondiente a la plena carga. El par de arranque es alto, pero el rendimiento a plena carga es bajo. Este tipo de motores se utiliza en accionamientos con control sin variación de la frecuencia o para accionamiento de cargas con fuertes y frecuentes aceleraciones (grúas, prensas, excavadoras,...).

EFFECTOS DE LA SATURACIÓN

Hasta ahora se ha supuesto que los parámetros de los circuitos equivalentes (Figs. 2, 4, 5 y 6) no están afectados por el fenómeno de la saturación magnética. Sin embargo, este fenómeno disminuye el valor de los parámetros de reactancia y, además, lo hace en distinta medida según el parámetro de que se trate.

La reactancia magnetizante X_{μ} depende del valor máximo del campo magnético principal de la máquina y este de la corriente I_0 (véase el circuito equivalente de la Fig. 2). Si la tensión, V_1 , y frecuencia, f_1 , de la red de alimentación del motor se mantienen invariables, el valor de X_{μ} prácticamente permanece constante para deslizamientos inferiores al de plena carga. Esta reactancia será, entonces, la correspondiente al nivel de saturación de diseño del motor; es decir, al inicio de la zona de saturación de la curva de magnetización del motor. Para deslizamientos superiores la corriente del estator empieza a aumentar, lo que provoca una mayor caída de tensión en los parámetros del primario, R_1 y X_1 , y una disminución de la corriente de vacío I_0 (véase la Fig. 2). Esto da lugar a una disminución del campo magnético principal que en el arranque (con deslizamiento, s , igual a 1) puede tener un valor máximo del orden del 55 al 65% del correspondiente a plena carga. En consecuencia, la reactancia magnetizante X_{μ} aumenta a medida que aumenta la carga o el deslizamiento s . De todos modos, estas variaciones de X_{μ} no influyen de forma apreciable en el par M de la máquina.

Las reactancias de dispersión -que son el parámetro X_1 y los parámetros X'_2 , X'_{2c} , X'_{2i} y X'_{2e} , según el circuito equivalente utilizado- dependen de la amplitud de los campos magnéticos de dispersión respectivos y, por lo tanto, de las corrientes que las atraviesan. Para pequeños deslizamientos la corriente no aumenta tanto como para que se manifiesten los efectos de la saturación y estas reactancias permanecen constantes. Pero para deslizamientos mayores las intensidades primaria y secundaria toman valores altos y, por lo tanto, generan campos magnéticos de dispersión elevados en los que se la saturación magnética produce efectos apreciables. Se va a denominar I_{sat} al valor de la corriente a partir de la cual la saturación magnética empieza a modificar el valor de una determinada reactancia de dispersión.

El valor de I_{sat} depende del diseño del motor. Para ranuras semicerradas suele tomar valores comprendidos entre 2 y 3 veces la corriente asignada. Para ranuras abiertas la saturación es menor y se da para corrientes mayores. Sin embargo, con ranuras cerradas I_{sat} puede tomar valores próximos a la corriente asignada.

Normalmente, se considera en los circuitos equivalentes de las Figs. 2 y 4 que la saturación afecta sobre todo a los parámetros X_1 y X'_{2c} , mientras que los parámetros X'_{2i} y X'_{2e} se les puede considerar constantes. En el circuito equivalente de la Fig. 6, la saturación afecta a los parámetros X_1 y X'_2 . Esto influye sobre el par máximo del motor, que será algo mayor debido a que cuando el par es máximo estas reactancias ya están afectadas por la saturación. En efecto, este fenómeno provoca una reducción en el valor de X_{cc} ($X_{cc} = X_1 + X'_2$) con respecto al correspondiente sin saturación, con el consiguiente aumento del par máximo (véase la ecuación (18)).

La forma en que varían X_1 , X'_2 y X'_{2c} con la saturación ha sido objeto de varios estudios (véanse las referencias bibliográficas [2] y [7]). En general, se considera que cada una de las reactancias X_1 y X'_{2c} es igual, a su vez, a la suma de dos componentes. Una de estas componentes no se satura y, en consecuencia, es invariable con la corriente. La otra componente es saturable y varía con la corriente siempre que esta sea superior a I_{sat} , ya que por debajo de esta corriente la saturación es inapreciable. La ley que muestra la variación de esta segunda componente con la saturación es función de la inversa de la corriente que la recorre.

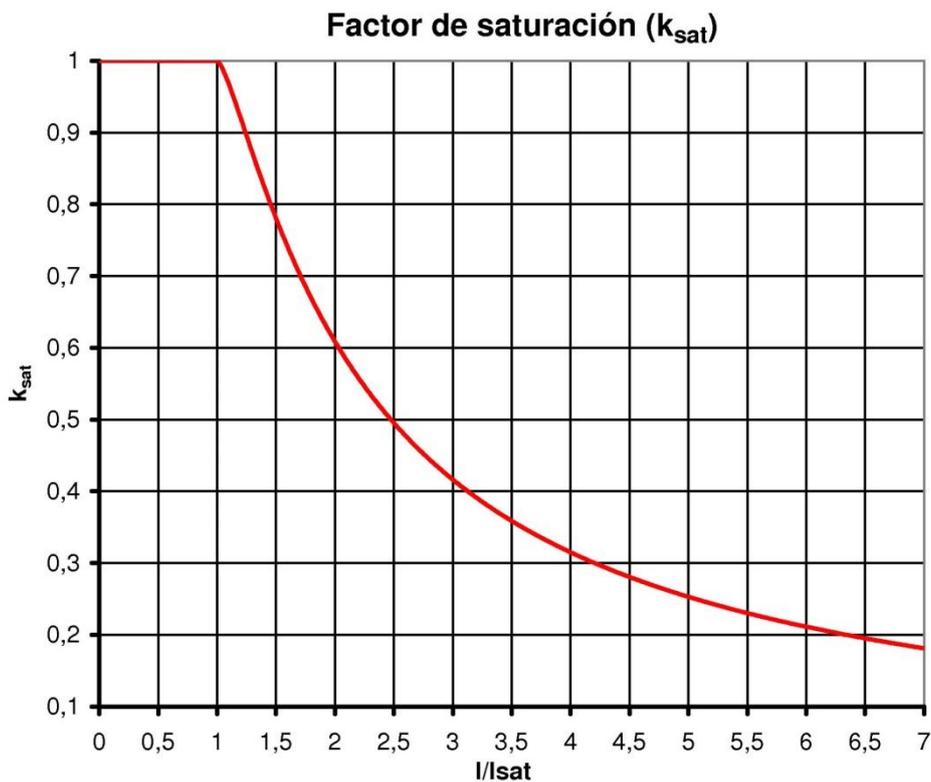


Fig. 11: Variación del factor de saturación, k_{sat} , con la corriente según Rogers

Por lo tanto, estas reactancias (X_1 y X'_{2c}) varían con la saturación según una ley así:

$$X = A + B k_{sat} \tag{19}$$

El parámetro A no varía con la corriente y representa a la componente no saturable de la reactancia X , mientras que el producto ($B k_{sat}$) representa a la componente saturable. B es una constante y k_{sat} es el *factor de saturación*, que es inversamente proporcional a la corriente. Este parámetro tiene valor unidad cuando no hay saturación (si la corriente es inferior a I_{sat}) y valor inferior a 1 si se manifiesta la saturación (para corrientes superiores a I_{sat}).

Así, por ejemplo, en las ecuaciones (20) y en la Fig. 11 se muestra la ley de variación del factor de saturación, k_{sat} , con la corriente propuesta por Rogers [7].

$$\text{Si } I \leq I_{\text{sat}} \rightarrow k_{\text{sat}} = 1 \quad (20a)$$

$$\text{Si } I > I_{\text{sat}} \rightarrow k_{\text{sat}} = \frac{2}{\pi} \left(\alpha + \frac{1}{2} \text{sen}(2\alpha) \right) \quad (20b)$$

$$\text{donde: } \alpha = \text{arc sen} \left(\frac{I_{\text{sat}}}{I} \right) \quad (20c)$$

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Alger, P. “*Induction machines. Their behavior and uses*”. Gordon and Breach Science Publishers Ltd. New York. 1970.
- [2] Chalmers, B. J.; Mulki, A. S. “Design synthesis of double-cage induction motors”. *Proc. IEE*, vol. 117, nº 7, pp. 1257-1263. Jul. 1970.
- [3] Cortes Cherta, M. “*Curso moderno de máquinas eléctricas rotativas. Tomo III: Máquinas de corriente alterna asíncronas*”. Editores Técnicos Asociados, S. A. Barcelona. 1986.
- [4] Fraile Mora, J. “*Máquinas Eléctricas*”. Mc Graw-Hill/Interamericana de España, S. A. U. Madrid. 2008.
- [5] Haque, M. H. “Determination of NEMA design induction motor parameters from manufacturer data”. *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol. 23, nº 4, pp. 997-1004. Dec. 2008.
- [6] Kostenko, M. P.; Piotrovski, L. M. “*Máquinas eléctricas. Tomo II*”. Editorial Mir. Moscú. 1976.
- [7] Rogers, G. J.; Shirmohammadi, D. “Induction machine modelling for electromagnetic transient program”. *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol. EC-2; nº 4, pp. 622-627. Dic. 1987.
- [8] Voldek, A. I. “*Máquinas eléctricas. Tomo II*”. Editorial Pueblo y Educación. La Habana (Cuba). 1990.
- [9] Waters, S. S; Willoughby, R. D. “Modeling induction motor for system studies”. *IEEE Trans. on industry applications*, vol. 1a-19, nº 5, pp. 875-878. Sept/oct. 1983.
- [10] Boldea, I; Nasar, S.A. “*The induction machine handbook*”. CRC Press. 2002.
- [11] AENOR. 2003. UNE-EN 60034-12: *Máquinas eléctricas rotativas. Parte 12: Características de arranque de los motores trifásicos de inducción de jaula con una sola velocidad*. Madrid: AENOR.
- [12] NEMA. 2001. NEMA Standards Publication MG 10-2001 (R2007): *Energy Management Guide For Selection and Use of Fixed Frequency Medium AC Squirrel-Cage Polyphase Induction Motors*. Rosslyn, Virginia. USA.