



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA  
*DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA  
ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA*



**COLECCIÓN:  
“ELECTROTECNIA PARA  
INGENIEROS NO ESPECIALISTAS”**

# **MÁQUINAS**

# **ASÍNCRONAS**

**Miguel Angel Rodríguez Pozueta**

**Doctor Ingeniero Industrial**

© 2008, Miguel Angel Rodríguez Pozueta  
Universidad de Cantabria (España)  
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

*This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Unported License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/> or send a letter to Creative Commons, 444 Castro Street, Suite 900, Mountain View, California, 94041, USA.*



*Está permitida la reproducción total o parcial de este documento bajo la licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 3.0 Unported que incluye, entre otras, la condición inexcusable de citar su autoría (Miguel Angel Rodríguez Pozueta - Universidad de Cantabria) y su carácter gratuito.*

*Este documento puede descargarse gratuitamente desde esta Web:*  
<http://personales.unican.es/rodrigma/primer/publicaciones.htm>

# ÍNDICE

## **MÁQUINAS ASÍNCRONAS**

|                                                                                                         |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Descripción .....                                                                                       | 1  |
| Principio de funcionamiento .....                                                                       | 5  |
| F.e.m.s, separación de resistencias y reactancias de dispersión .....                                   | 7  |
| Circuito equivalente .....                                                                              | 9  |
| Balance de potencias .....                                                                              | 14 |
| Par de rotación .....                                                                                   | 16 |
| Motor .....                                                                                             | 18 |
| Generador .....                                                                                         | 18 |
| Freno a contracorriente .....                                                                           | 19 |
| Curva par-velocidad de un motor asíncrono polifásico .....                                              | 20 |
| Puntos notables .....                                                                                   | 20 |
| Punto de funcionamiento. Estabilidad .....                                                              | 21 |
| Efectos de variar la tensión del estator $V_1$ y de introducir resistencias en serie con el rotor ..... | 22 |
| Arranque .....                                                                                          | 24 |
| Arranque directo .....                                                                                  | 24 |
| Arranques con tensión reducida .....                                                                    | 25 |
| Arranque por introducción de resistencias en serie con el rotor .....                                   | 26 |
| Motores de doble jaula y de ranura profunda .....                                                       | 26 |
| Regulación de velocidad .....                                                                           | 28 |
| Frenado .....                                                                                           | 29 |
| Frenado por recuperación de energía (frenado recuperativo) .....                                        | 30 |
| Frenado por contracorriente .....                                                                       | 30 |
| Frenado por inyección de corriente continua (frenado dinámico) .....                                    | 32 |
| Ejemplo de cálculo de un motor asíncrono trifásico .....                                                | 32 |
| Motor monofásico de inducción .....                                                                     | 40 |
| Motor con arranque por condensador .....                                                                | 42 |
| Motores de fase partida .....                                                                           | 43 |
| Bibliografía .....                                                                                      | 43 |
| Problemas de máquinas asíncronas o de inducción .....                                                   | 44 |
| Soluciones a los problemas propuestos de máquinas asíncronas o de inducción .....                       | 48 |

# MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

Miguel Angel Rodríguez Pozueta

## DESCRIPCIÓN

Las máquinas asíncronas (Figs. 1 y 2) tienen un circuito magnético sin polos salientes estando ranurados tanto el estator como el rotor, los cuáles van a estar sometidos a la acción de campos magnéticos giratorios que darán lugar a pérdidas magnéticas. En consecuencia, ambos órganos de la máquina se fabrican a base de apilar chapas delgadas de acero al silicio para reducir estas pérdidas.

El devanado del estator (Fig. 7) normalmente es trifásico, aunque en máquinas de pequeña potencia también puede ser monofásico o bifásico. El devanado del rotor siempre es polifásico. Ambos devanados tienen el mismo número de polos (2p). En este texto se denominará con subíndice “1” a las magnitudes del estator y con subíndice “2” a las del rotor.

El devanado del rotor forma un circuito cerrado por el que circulan corrientes inducidas por el campo magnético. El rotor puede ser de dos tipos: **de jaula de ardilla o en cortocircuito** (Figs. 3 y 4) y **de rotor bobinado o con anillos** (Fig. 5).

Una jaula de ardilla es un devanado formado por unas **barras** alojadas en las ranuras del rotor que quedan unidas entre sí por sus dos extremos mediante sendos **aros o anillos de cortocircuito**. El número de fases de este devanado depende de su número de barras. Muchas veces estos anillos poseen unas aletas (Fig. 4) que facilitan la evacuación del calor que se genera en la jaula durante el funcionamiento de la máquina.

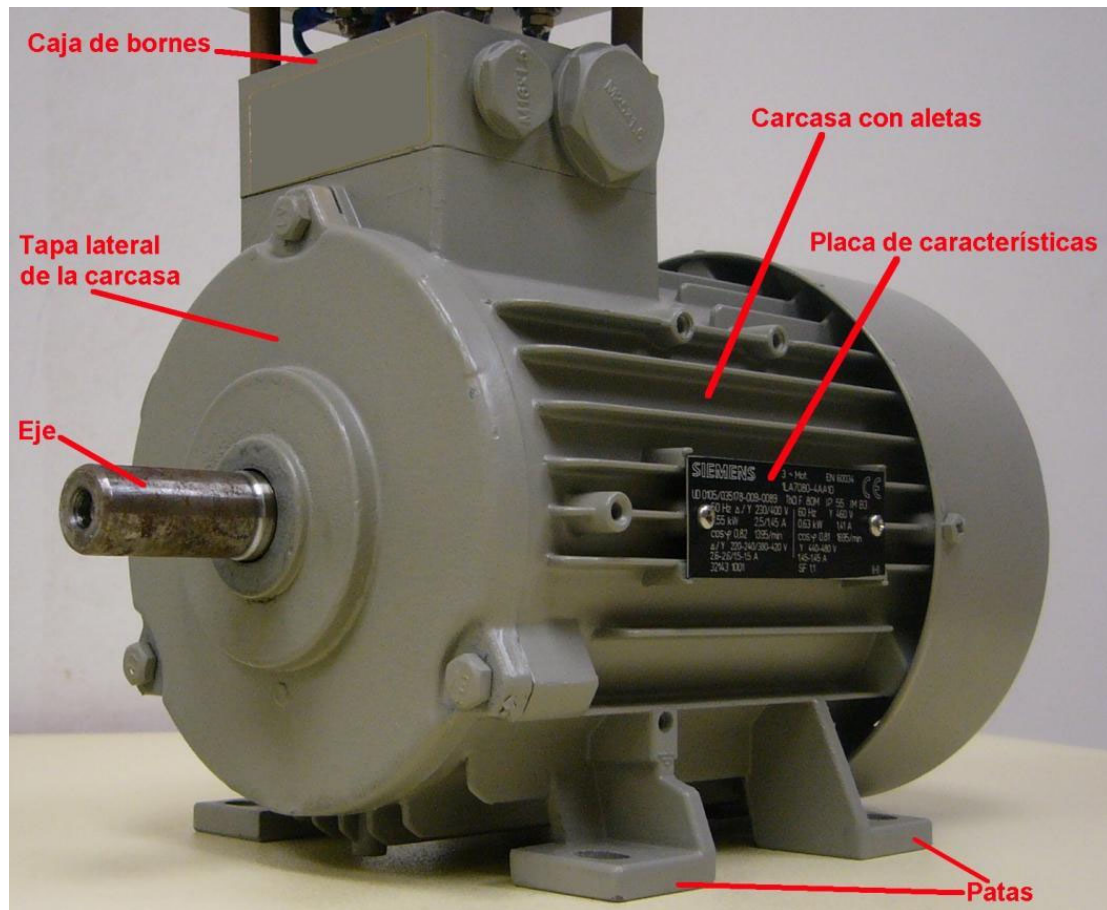
El rotor bobinado tiene un devanado trifásico normal cuyas fases se conectan al exterior a través de un **colector** de tres anillos (Fig. 6) y sus correspondientes escobillas. En funcionamiento normal estos tres anillos están cortocircuitados (unidos entre sí).

En ambos tipos de rotor se suelen emplear ranuras ligeramente inclinadas con respecto al eje de la máquina (Fig. 3).

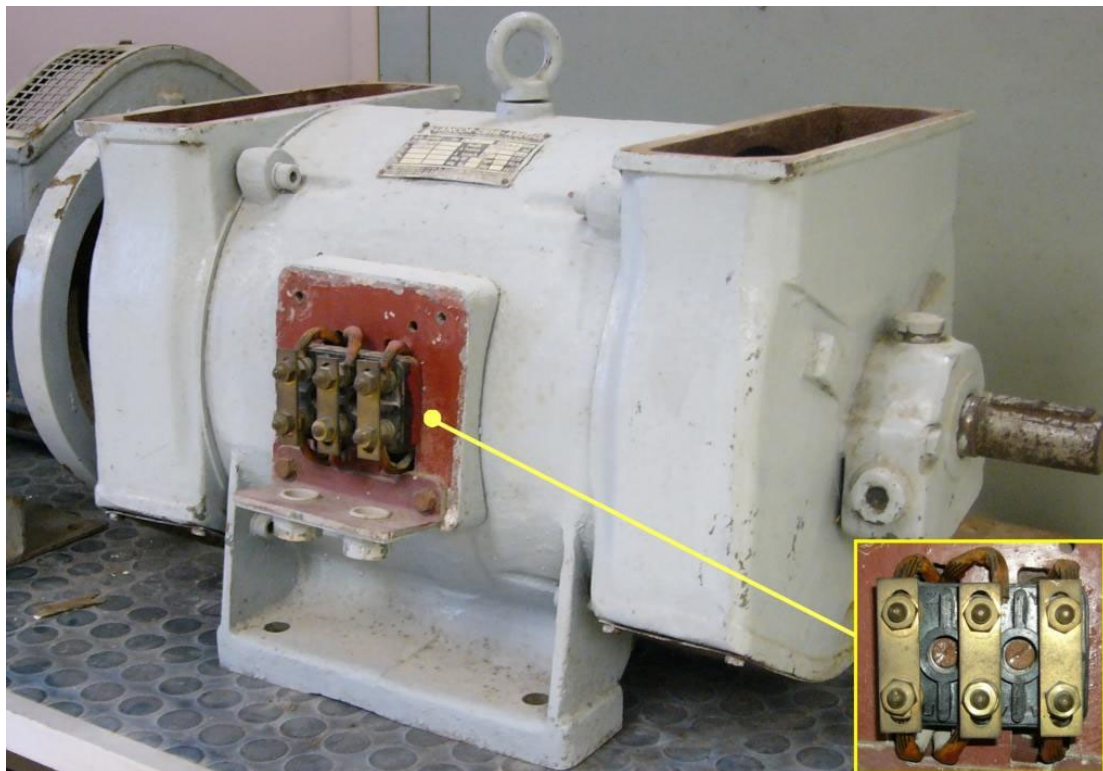
El bloque de chapas que forma el circuito magnético del rotor tiene un agujero central donde se coloca el **eje o árbol** de la máquina. En muchas ocasiones se coloca un **ventilador** (Fig. 3) en este eje para facilitar la refrigeración de la máquina.

La **carcasa** (Fig. 7) es la envoltura de la máquina y tiene dos tapas laterales (Fig. 3) donde se colocan los **cojinetes** (Fig. 3) en los que se apoya el árbol. Esta carcasa suele disponer de aletas para mejorar la refrigeración de la máquina (Figs. 1 y 7). Sujeta a la carcasa está la **placa de características** (Fig. 1) donde figuran las magnitudes más importantes de la máquina. En la carcasa se encuentra también la **caja de bornes** (Figs. 1 y 2) adonde van a parar los extremos de los bobinados. En una máquina asíncrona trifásica de jaula de ardilla la caja de bornes tiene seis terminales, correspondientes a los extremos de las tres fases del estator (dos extremos, principio y final, por cada fase), formando dos hileras de tres. De esta forma resulta fácil el conectar el devanado del estator en estrella (Fig. 8a) o en triángulo (Figs. 2 y 8b).

## MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

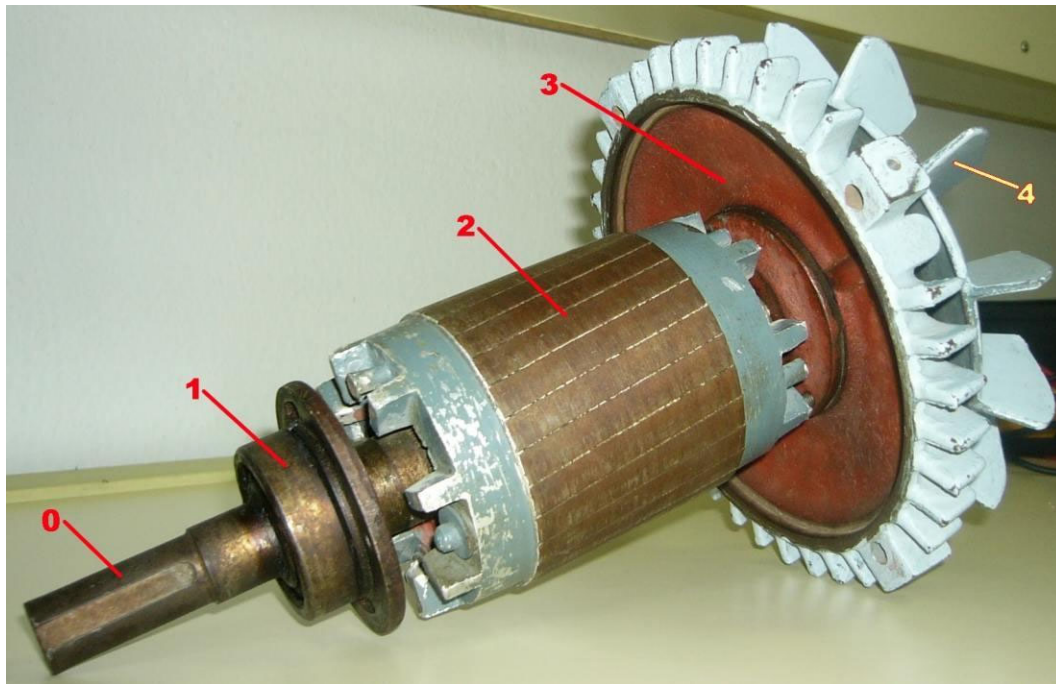


*Fig. 1: Máquina asíncrona*



*Fig. 2: Máquina asíncrona. Se ha ampliado la caja de bornes, a la cual se le ha quitado la tapa, para mostrar la conexión triángulo del estator (ver la Fig. 8)*





*Fig. 3: Eje (0), Cojinete (1), rotor de jaula de ardilla (2), tapa lateral de la carcasa (3) y ventilador (4)*

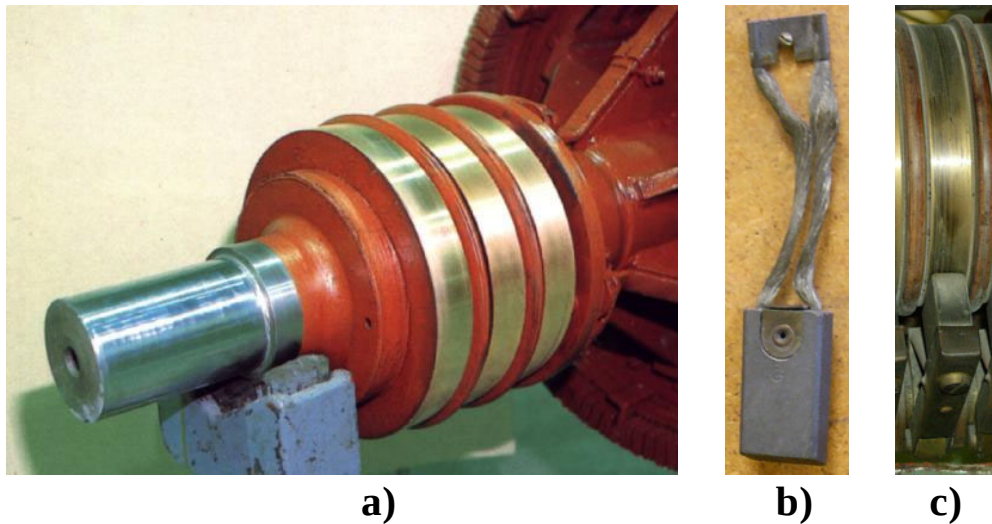


*Fig. 4: Aletas en un rotor de jaula de ardilla*

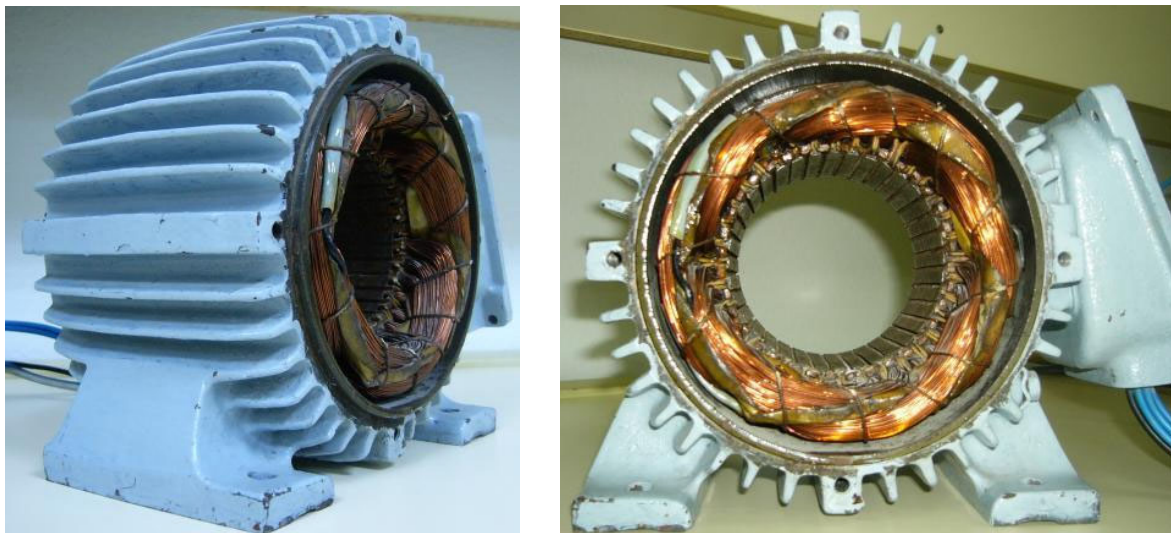


*Fig. 5: Rotor bobinado o con anillos*

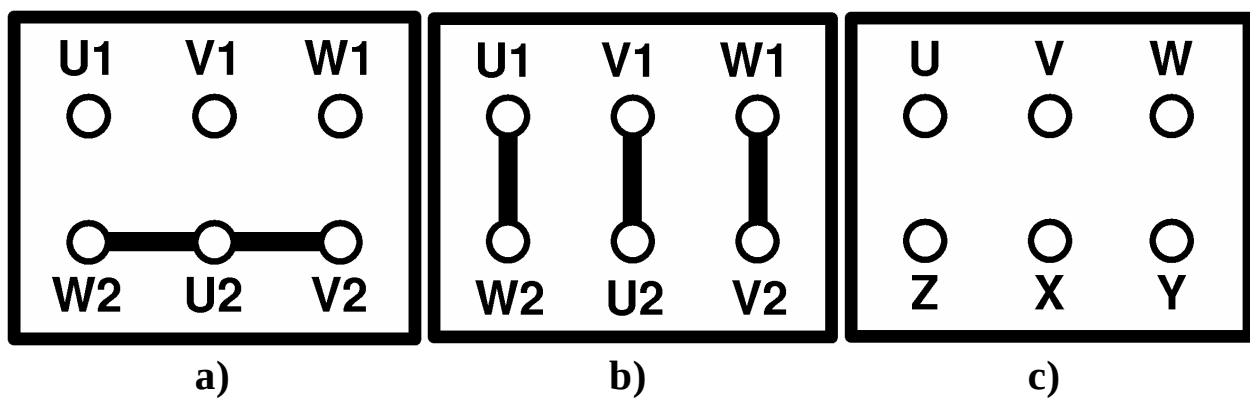
## MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN



**Fig. 6:** a) Colector de 3 anillos; b) Escobilla; c) Anillo con escobilla



**Fig. 7:** Estator y carcasa



**Fig. 8:** Caja de bornes de una máquina asíncrona trifásica de jaula de ardilla:

a) Conexión estrella; b) Conexión triángulo

(En ambos casos los terminales U1, V1 y W1 son los que se conectan a las fases de la red)

c) Antiguamente se utilizaban las letras U, V y W en lugar de U1, V1 y W1 y X, Y y Z en lugar de U2, V2 y W2.

## MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

Esta facilidad para conectar en estrella o en triángulo el devanado del estator permite que una máquina asíncrona pueda funcionar con dos tensiones asignadas de línea distintas, que guardan entre sí una relación  $\sqrt{3}$ .

Así, por ejemplo, un motor de 400/230 V tiene una tensión asignada de fase de 230 V. Por esta razón, cuando se quiera utilizar en una red cuya tensión de línea sea 230 V se empleará la conexión triángulo, porque en ella las tensiones de fase y de línea son iguales. Si se quiere utilizar esta máquina en una red cuya tensión de línea sea 400 V deberá emplearse la conexión estrella, porque en ella la tensión de fase es igual a la tensión fase-neutro, la cual es  $\sqrt{3}$  veces menor que la tensión de línea.

En resumen, la posibilidad de cambiar de conexión en el estator permite funcionar a la máquina asíncrona con dos tensiones asignadas de línea diferentes. La menor corresponde a la conexión triángulo y es también igual a la tensión asignada de fase. La mayor corresponde a la conexión en estrella.

### PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO

A partir de ahora, salvo indicación en sentido contrario, este texto se referirá a las máquinas asíncronas polifásicas (normalmente trifásicas), las utilizadas más frecuentemente. Se denomina  $m_1$  al número de fases del estator y  $m_2$  al número de fases del rotor.

En este tipo de máquina el bobinado del estator está recorrido por un sistema equilibrado de corrientes que da lugar, en virtud del Teorema de Ferraris, a un campo magnético giratorio cuya velocidad es la conocida como **velocidad de sincronismo**. Cuando esta velocidad se mide en r.p.m. se la denomina  $n_1$  y se calcula a partir de la frecuencia  $f_1$  de las corrientes del estator mediante este cociente

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p} \quad (1)$$

Como el rotor gira a una velocidad diferente de la del campo magnético del estator, sus bobinas están sometidas a la acción de un flujo magnético variable y se inducen f.e.m.s de rotación en ellas. El devanado del rotor está en cortocircuito, luego estas f.e.m.s producen la circulación de corrientes en el rotor que, al interactuar con el campo magnético del estator, originan un par en el eje de la máquina. Por la Ley de Lenz, este par mecánico intentará reducir las variaciones de flujo magnético en el devanado del rotor y, por lo tanto, tratará de hacerlo girar a la misma velocidad que el campo magnético giratorio (ya que las variaciones de flujo en las bobinas del rotor son debidas al movimiento relativo del campo giratorio con respecto al rotor), pero sin conseguirlo nunca, ya que entonces no habría corrientes en el rotor ni, por consiguiente, par en el eje de la máquina.

La velocidad de estas máquinas es, pues, ligeramente distinta de la de sincronismo, de ahí su nombre de asíncronas. Por otra parte, las corrientes que circulan por el rotor aparecen por inducción electromagnética, de ahí su otro nombre de máquinas de inducción.

Cuando la máquina actúa como motor, su funcionamiento más habitual, la velocidad del rotor es inferior a la de sincronismo y se genera un par motor. Para que esta máquina



## MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

actúe como generador es preciso moverla con una máquina motriz externa de forma que su velocidad supere a la de sincronismo. En este caso aparece un par de frenado en su eje.

Se denomina **deslizamiento s** a la siguiente relación:

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{\Omega_1 - \Omega}{\Omega_1} \quad (2)$$

donde

- $n_1$  es la velocidad de sincronismo medida en r.p.m.
- $\Omega_1$  es la velocidad de sincronismo medida en rad/s
- $n$  es la velocidad de giro del rotor medida en r.p.m.
- $\Omega$  es la velocidad de giro del rotor medida en rad/s

Los conductores del devanado rotórico ven girar el campo originado por el bobinado del estator con una velocidad relativa  $n_2$

$$n_2 = n_1 - n = s \cdot n_1 \quad (3)$$

En consecuencia, como este campo magnético tiene p pares de polos, sucede que un conductor del rotor en un minuto ha visto pasar frente a él  $n_2 \cdot p$  ciclos magnéticos (cada par de polos constituye un ciclo de la onda del campo magnético en el entrehierro, la cual se va repitiendo en el siguiente par de polos y así sucesivamente en todos los pares de polos de la máquina). Cada ciclo magnético induce un periodo de la onda temporal de f.e.m. al girar por delante de un conductor del rotor. Esto hace que en las fases del rotor se induzcan unas f.e.m.s cuya frecuencia es de  $n_2 \cdot p$  ciclos por minuto; es decir, una **frecuencia  $f_2$**  que medida en Hz (ciclos por segundo) vale

$$f_2 = \frac{n_2 p}{60} = \frac{(s n_1) p}{60} = s \left( \frac{n_1 p}{60} \right)$$

Luego, teniendo en cuenta la relación (1) se deduce que

$f_2 = s f_1$

(4)

El deslizamiento  $s$  de una máquina asíncrona en condiciones normales de funcionamiento es pequeño; esto significa que la frecuencia en el rotor  $f_2$  es pequeña, muy inferior a la del estator  $f_1$ .

Las f.e.m.s inducidas sobre las fases del rotor provocan la circulación de corrientes cuya frecuencia también es  $f_2$ . Estas corrientes al circular por las fases del rotor originan, en virtud del Teorema de Ferraris, otro campo giratorio cuya velocidad relativa con respecto al rotor se calcula mediante una expresión similar a (1):

$$\frac{60 f_2}{p} = \frac{60 (s f_1)}{p} = s \frac{60 f_1}{p} = s n_1 = n_1 - n = n_2 \quad (5)$$

## MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

Su velocidad absoluta se obtiene teniendo en cuenta que el rotor está girando con una velocidad  $n$ :

$$n_2 + n = (n_1 - n) + n = n_1 \quad (6)$$

Luego, el campo magnético del rotor gira a la misma velocidad de sincronismo que el del estator.

Al final, se obtiene que el campo magnético total en el entrehierro, debido al efecto conjunto de las corrientes del estator y del rotor, gira a la velocidad de sincronismo  $n_1$ .

El hecho de que los campos magnéticos del estator y rotor giren a la misma velocidad es importante, porque así la posición relativa de ambos campos no varía con el tiempo y la máquina produce, entonces, un par constante en el eje (sin pulsaciones en cada vuelta). Esta igualdad de velocidades es debida a que ambos devanados, el del estator y el del rotor, tienen el mismo número de polos. El que los dos devanados puedan tener diferente número de fases no influye para que generen campos giratorios de igual velocidad, como se puede apreciar observando las relaciones (1) y (5).

### **F.E.M.S. SEPARACIÓN DE RESISTENCIAS Y REACTANCIAS DE DISPERSIÓN**

Se denomina  $\Phi_M$  al flujo por polo debido al campo magnético común que existe en el entrehierro originado por la acción conjunta de los devanados del estator y del rotor. Este campo magnético gira a la velocidad de sincronismo  $n_1$ .

El giro de este campo produce sobre las fases del estator (de  $N_1$ <sup>1</sup> espiras efectivas/fase y factor de bobinado  $\xi_{b1}$ , siendo el factor de bobinado un coeficiente ligeramente inferior a la unidad que depende de la geometría del devanado) unas f.e.m.s de rotación cuyo valor eficaz se va a denominar  $E_1$  y cuya frecuencia es igual a la de las corrientes del estator  $f_1$ . Recordando lo estudiado anteriormente en el capítulo sobre los aspectos generales de las máquinas eléctricas, se tiene que esta f.e.m. verifica que

$$E_1 = 4,44 \xi_{b1} f_1 N_1 \Phi_M \quad (7)$$

Análogamente este campo magnético giratorio induce sobre el devanado del rotor (cuyas fases tienen  $N_2$  espiras efectivas y factor de bobinado  $\xi_{b2}$ ) unas f.e.m.s de rotación cuyo valor eficaz se va a denominar  $E_{2s}$  y cuya frecuencia es  $f_2$ . Se tiene que

$$E_{2s} = 4,44 \xi_{b2} f_2 N_2 \Phi_M \quad (8)$$

En el caso de que el rotor estuviera parado, de acuerdo con las expresiones (2) y (4) se tiene que:

---

<sup>1</sup> Cuando todas las espiras de una fase están conectadas en serie su número de espiras *efectivas* es igual al número total de espiras de la fase. Sin embargo, si las espiras de una fase se conectan formando varias ramas en paralelo, el número de espiras efectivas es igual al número de espiras de una de estas ramas en paralelo.

## MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

$$n = 0 \rightarrow s = 1 \rightarrow f_2 = f_1 \quad (9)$$

Sea  $E_2$  el valor eficaz de las f.e.m.s inducidas sobre las fases del rotor cuando se encuentra parado. Se cumplirá que

$$E_2 = 4,44 \xi_{b2} f_1 N_2 \Phi_M \quad (10)$$

Comparando las expresiones (8) y (10) y teniendo en cuenta la relación (4) se deduce que

$$E_{2s} = s E_2 \quad (11)$$

Se denomina **relación de transformación de tensiones  $m_v$**  a este cociente

$$m_v = \frac{E_1}{E_2} = \frac{\xi_{b1} N_1}{\xi_{b2} N_2} \quad (12)$$

Además del campo común existe el campo magnético de dispersión o de fugas, que da lugar a sendos enlaces de flujo de dispersión en las fases del estator y del rotor. Al igual que se hizo con los transformadores, se puede considerar que sus efectos se pueden analizar utilizando para cada fase unas autoinductancias,  $L_{d1}$  en el estator y  $L_{d2}$  en el rotor. Las reactancias debidas a estas autoinductancias son:

$$\text{En el estator:} \quad X_1 = 2 \pi f_1 L_{d1}$$

$$\text{En el rotor:} \quad X_{2s} = 2 \pi f_2 L_{d2}$$

$$\text{En el rotor parado:} \quad X_2 = 2 \pi f_1 L_{d2}$$

Luego, de acuerdo con (4) se deduce que:

$$X_{2s} = s X_2 \quad (13)$$

Además, denominaremos  $R_1$  a la resistencia de una fase del estator y  $R_2$  a la resistencia de una fase del rotor.

De todo lo anterior y trabajando con los mismos convenios de signos utilizados anteriormente para los transformadores se puede obtener el esquema por fase de un motor asíncrono, el cual está representado en la Fig. 9.

En este esquema, al adoptar el mismo convenio de signos que en los transformadores, se está presuponiendo que el flujo de potencia se dirige desde el estator hacia el rotor; es decir, que la máquina está actuando como motor. Esta es la forma de funcionamiento más frecuente en las máquinas de inducción y, por esta razón, a partir de ahora en los siguientes apartados, salvo indicación contraria, se va a seguir suponiendo que la máquina actúa como motor.

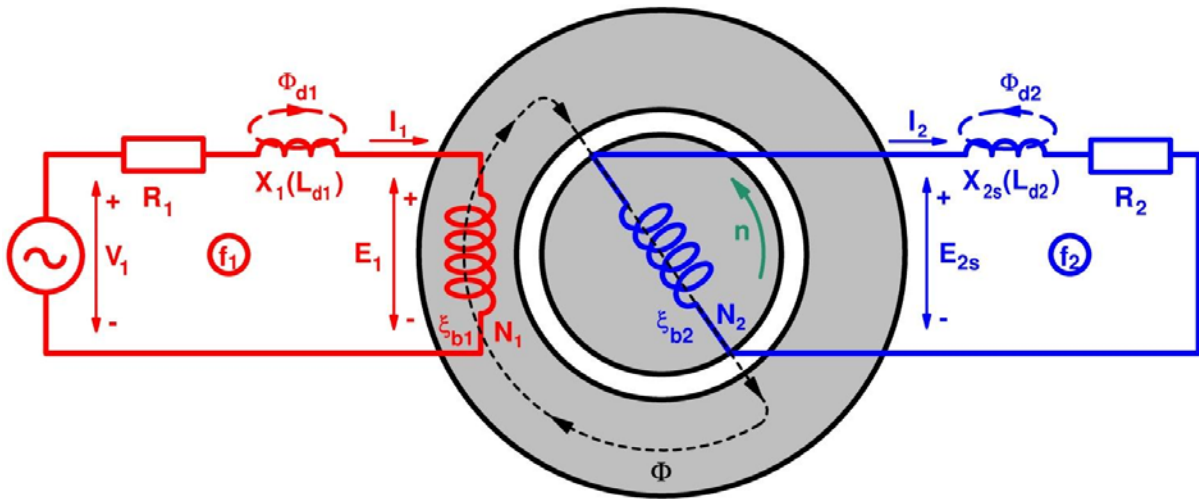


Fig. 9: Esquema por fase de un motor asíncrono polifásico

Recuérdese que en el esquema de la Fig. 9 las magnitudes del rotor  $f_2$ ,  $E_{2s}$  y  $X_{2s}$  son funciones del deslizamiento  $s$  y, en consecuencia, varían con la velocidad de giro  $n$  de la máquina. En el caso de que el motor esté parado, estas magnitudes pasan a ser,  $f_1$ ,  $E_2$  y  $X_2$ , respectivamente.

### CIRCUITO EQUIVALENTE

Con objeto de facilitar el análisis de un motor asíncrono, siguiendo un procedimiento similar al utilizado para los transformadores, se sustituye su rotor por otro equivalente de forma que el resto de la máquina no se vea afectado por este cambio. Esto significa que al sustituir el rotor real por el equivalente las magnitudes del estator, el flujo de potencia a través del entrehierro y el campo magnético no cambiarán y, por lo tanto, el flujo por polo  $\Phi_M$  seguirá conservando el mismo valor. Además, el rotor equivalente se elige de forma que su devanado sea idéntico al del estator; es decir, con el mismo número de fases  $m_1$ , número de espiras efectivas  $N_1$  y factor de bobinado  $\xi_{b1}$  que el estator, e inmóvil para que sus corrientes tengan la misma frecuencia  $f_1$  que las del estator. Este rotor equivalente se denomina **rotor reducido al estator**. Así pues, se tiene que

$$m'_2 = m_1 ; \quad N'_2 = N_1 ; \quad \xi'_{b2} = \xi_{b1} ; \quad f'_2 = f_1$$

Como el devanado del rotor reducido al estator está inmóvil (al igual que el estator), es idéntico al estator y el flujo por polo es igual al que actúa sobre el estator, se deduce que la f.e.m. inducida sobre una fase es la misma que en el estator. Teniendo en cuenta la relación (12) se llega a

$$\boxed{\bar{E}'_2 = \bar{E}_1 = m_v \bar{E}_2} \quad (14)$$

Según el Teorema de Ferraris, estudiado en el capítulo de los aspectos generales de las máquinas eléctricas, el rotor real da lugar a una f.m.m. cuyo valor máximo es  $m_2/2$  veces el originado por una sola de sus fases. Luego

## MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

$$\mathcal{F}_{2M} = \frac{m_2}{2} \left( 0,9 \xi_{b2} \frac{N_2 I_2}{p} \right)$$

El rotor reducido al estator debe generar la misma f.m.m., luego se debe cumplir que

$$\mathcal{F}'_{2M} = \mathcal{F}_{2M} = \frac{m'_2}{2} \left( 0,9 \xi'_{b2} \frac{N'_2 I'_2}{p} \right) = \frac{m_1}{2} \left( 0,9 \xi_{b1} \frac{N_1 I'_2}{p} \right)$$

Identificando las dos expresiones anteriores se obtiene que

$$\frac{m_1}{2} \left( 0,9 \xi_{b1} \frac{N_1 I'_2}{p} \right) = \frac{m_2}{2} \left( 0,9 \xi_{b2} \frac{N_2 I_2}{p} \right)$$

$$I'_2 = \frac{I_2}{\frac{m_1 N_1 \xi_{b1}}{m_2 N_2 \xi_{b2}}}$$

De lo que se deduce que

$$\boxed{\bar{I}'_2 = \frac{\bar{I}_2}{m_i}} \quad (15)$$

La **relación de transformación de corrientes**  $m_i$  es este cociente

$$m_i = \frac{m_1 N_1 \xi_{b1}}{m_2 N_2 \xi_{b2}} \quad (16)$$

Comparando las relaciones (12) y (16) se comprueba que

$$m_i = \frac{m_1}{m_2} m_v \quad (17)$$

En los rotores bobinados lo normal es que su número de fases  $m_2$  iguale al del estator  $m_1$ . En este caso, según (17), las relaciones transformación de tensiones  $m_v$  y de corrientes  $m_i$  son iguales. En los rotores de jaula de ardilla los números de fases  $m_1$  y  $m_2$  suelen ser distintos y, en consecuencia, las relaciones  $m_v$  y  $m_i$  también son diferentes.

Se demuestra que la resistencia  $R'_2$  y reactancia  $X'_2$  del rotor reducido al estator se obtienen así:

$$\boxed{R'_2 = m_v m_i R_2} ; \quad \boxed{X'_2 = m_v m_i X_2} \quad (18)$$

De todo lo anterior, se puede concluir que un motor de inducción se comporta de una forma muy similar a un transformador que tuviera diferentes relaciones de transformación para las tensiones y para las corrientes.



## MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

Trabajando de forma análoga a la seguida con los transformadores y considerando, además, las relaciones (11) y (13) se deduce que un motor asíncrono con el rotor reducido al estator verifica estas ecuaciones:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_0 + \bar{I}'_2 \quad (19a)$$

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_{Fe} + \bar{I}_\mu \quad (19b)$$

$$\bar{V}_1 = \bar{E}_1 + \bar{I}_1 (R_1 + j X_1) \quad (19c)$$

$$\bar{E}'_2 = \bar{E}_1 = \bar{I}'_2 (R'_2 + j X'_2) + \bar{I}'_2 R'_c \quad (19d)$$

La ecuación del rotor (19d) se puede obtener de la siguiente manera. En la Fig. 9 se verifica que:

$$\bar{E}_{2s} = \bar{I}_2 (R_2 + j X_{2s})$$

De las relaciones (11) y (13) se obtiene que:

$$s \cdot \bar{E}_2 = \bar{I}_2 (R_2 + j (s \cdot X_2)) \rightarrow \bar{E}_2 = \bar{I}_2 \left( \frac{R_2}{s} + j X_2 \right)$$

Teniendo presente las expresiones (14), (15) y (18) se puede poner la relación anterior en función de las magnitudes del rotor reducido al estator y se obtiene la expresión (19d):

$$\frac{\bar{E}'_2}{m_v} = m_i \cdot \bar{I}'_2 \left[ \frac{1}{m_v \cdot m_i} \left( \frac{R'_2}{s} + j X'_2 \right) \right]$$

$$\bar{E}'_2 = \bar{I}'_2 \left( \frac{R'_2}{s} + j X'_2 \right) = \bar{I}'_2 ((R'_2 + R'_c) + j X'_2)$$

Se puede encontrar un circuito que cumpla también estas ecuaciones, el cual está representado en la Fig. 10. Por lo tanto, este circuito es equivalente al motor y se pueden calcular magnitudes del motor resolviendo este circuito.

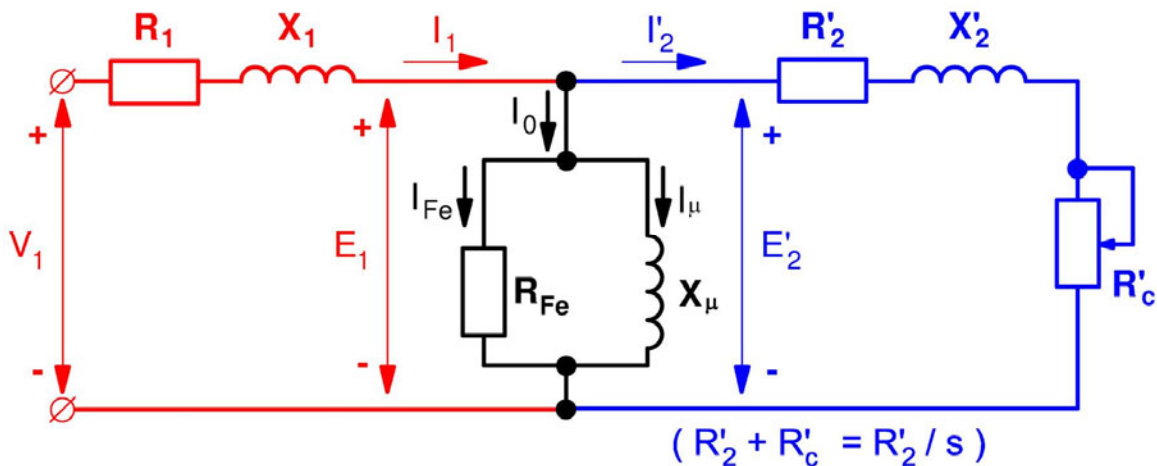


Fig. 10: Circuito equivalente exacto de un motor asíncrono polifásico

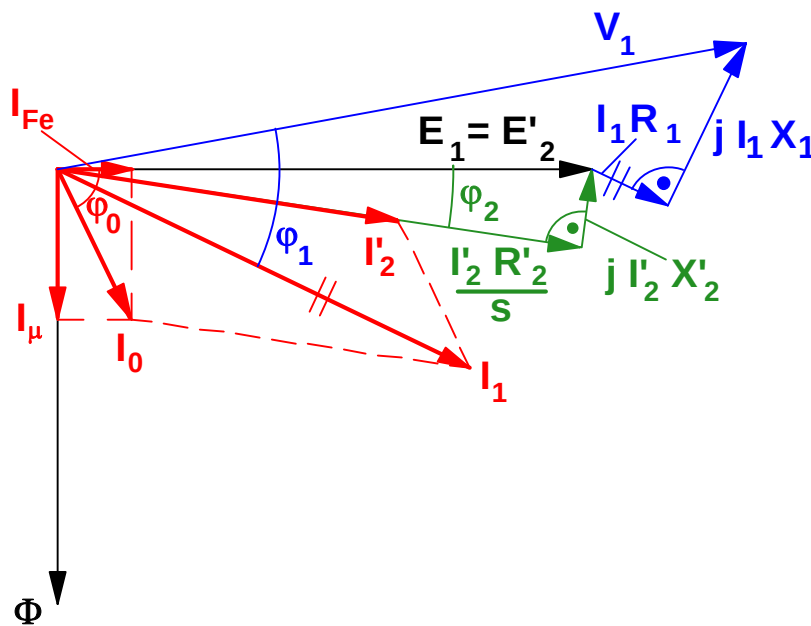
En las ecuaciones (19) y en el circuito equivalente de la Fig. 10 aparece la **resistencia de carga reducida al estator  $R'_c$**  cuyo valor es

$$R'_c = R'_2 \left( \frac{1}{s} - 1 \right) \quad (20)$$

De forma que se cumple también la siguiente relación

$$R'_2 + R'_c = \frac{R'_2}{s} \quad (21)$$

Esta resistencia de carga aparece porque al utilizar un rotor equivalente que está inmóvil desaparece la potencia que el rotor real proporciona en forma de potencia mecánica giratoria en el eje del motor. Como el rotor reducido al estator debe dar lugar al mismo flujo de potencia a través del entrehierro y en él no hay potencia mecánica (por estar inmóvil), se introduce la resistencia de carga para que la potencia gastada en ella iguale a la potencia mecánica que suministra el rotor real. Es decir, calculando la potencia gastada en esta resistencia de carga ( $m'_2 R'_c I_2'^2 = m_1 R'_c I_2'^2$ ) se obtiene la potencia mecánica que se produce en el rotor real.



*Fig. 11: Diagrama fasorial de un motor asíncrono polifásico*

Las ecuaciones (19) se pueden representar mediante el **diagrama fasorial de un motor asíncrono polifásico** de la Fig. 11.

Al igual que se hizo con los transformadores se pueden simplificar los cálculos si se utiliza el circuito equivalente aproximado de la Fig. 12. Los parámetros de este circuito equivalente se pueden obtener experimentalmente mediante los ensayos de vacío y de cortocircuito.

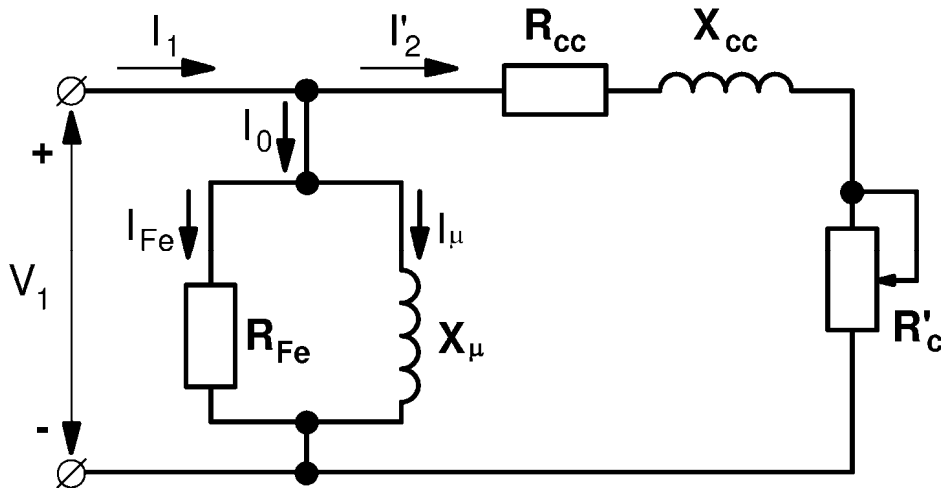


Fig. 12: Circuito equivalente aproximado de un motor asíncrono polifásico <sup>2</sup>

La resistencia y la reactancia de cortocircuito,  $R_{cc}$  y  $X_{cc}$ , que aparecen en la Fig. 12 son

$$R_{cc} = R_1 + R'_2 ; \quad X_{cc} = X_1 + X'_2 \quad (22)$$

Teniendo en cuenta la relación (21) se llega a

$$R_{cc} + R'_c = R_1 + \frac{R'_2}{s} \quad (23)$$

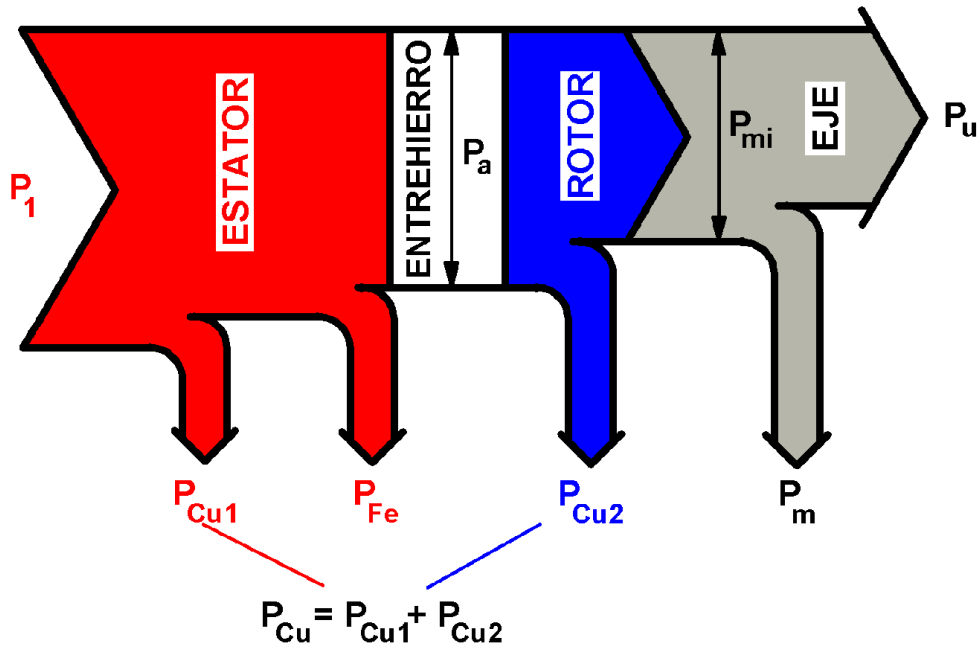
En un motor asíncrono la **marcha en vacío** es una marcha industrial en la que la potencia útil es nula. Por lo tanto, es una marcha en la que el estator del motor se alimenta a la tensión y frecuencia asignadas (marcha industrial) y no se conecta ninguna carga mecánica al eje de la máquina (potencia útil nula). En esta situación el par que proporciona la máquina prácticamente es nulo (sólo debe vencer los rozamientos mecánicos de la máquina) y su velocidad no se diferencia apenas de la síncrona, por lo que las f.e.m.s inducidas en el rotor son muy pequeñas y las corrientes en las fases del rotor son totalmente despreciables frente a las del estator. Resumiendo, las corrientes que circulan por el motor durante la marcha de vacío son:

$$\text{Marcha en vacío: } I_1 = I_0 ; \quad I_2 \approx 0$$

La corriente de vacío  $I_0$  de un motor asíncrono no es tan pequeña como la de un transformador (para motores de potencia superior a 10 kW la corriente de vacío  $I_0$  toma valores del 20 al 50% de la corriente asignada  $I_{1N}$ ), porque el circuito magnético de un motor tiene mayor reluctancia debido a la existencia de entrehierro. Esto hace que el error cometido al utilizar el circuito equivalente aproximado de la Fig. 12 en lugar del circuito equivalente exacto de la Fig. 10 sea apreciablemente mayor. Sin embargo, esta aproximación da resultados suficientemente exactos en motores de más de 10 kW y, por esta razón, en este texto se utilizará básicamente el circuito equivalente aproximado de la Fig. 12.

<sup>2</sup> Un análisis más detallado (véase el libro [9]) muestra que el circuito equivalente aproximado de la Fig. 12 resulta más exacto -especialmente en el cálculo del par- si en él se modifican ligeramente sus parámetros mediante el coeficiente  $\sigma_1 = 1 + (X_1 / X_\mu)$ , cuyo valor es ligeramente superior a 1. Así, los parámetros  $R_1$ ,  $X_1$ ,  $R_{Fe}$  y  $X_\mu$  se deben multiplicar por  $\sigma_1$  y los parámetros  $R'_c$ ,  $R'_2$  y  $X'_2$  se deben multiplicar por  $\sigma_1^2$ .

**BALANCE DE POTENCIAS**



*Fig. 13: Balance de potencias de un motor asíncrono*

En este apartado se va a estudiar el balance de potencias de una máquina asíncrona polifásica actuando como motor. En consecuencia, en lo que sigue se adopta el criterio de signos de considerar positivas las potencias cuyo sentido sea el correspondiente al funcionamiento de la máquina como motor. Se supondrá que la máquina funciona con una marcha industrial (por lo tanto, el valor eficaz y la frecuencia de las tensiones de las fases del estator son constantes e iguales a sus valores asignados) y con un deslizamiento  $s$  pequeño. En este análisis se va a utilizar el circuito equivalente exacto de la Fig. 10.

En un motor la potencia fluye desde el estator hacia el rotor y el eje de la máquina (ver la Fig. 13), transformándose la potencia eléctrica absorbida en el estator  $P_1$  en potencia mecánica útil  $P_u$  en el eje.

La **potencia activa absorbida por el estator  $P_1$**  en función de los valores de fase de la tensión  $V_1$  y de la corriente  $I_1$  estatóricas, así como del factor de potencia  $\cos \varphi_1$  y del número de fases  $m_1$  del estator se obtiene así

$$P_1 = m_1 V_1 I_1 \cos \varphi_1 \quad (24)$$

Una vez en el estator, parte de esta potencia se pierde en forma de calor por efecto Joule en la resistencia  $R_1$  de las fases del estator dando lugar a las **pérdidas en el cobre del estator  $P_{Cu1}$**

$$P_{Cu1} = m_1 R_1 I_1^2 \quad (25)$$

En el estator existen otras pérdidas que se producen en su circuito magnético. Estas pérdidas son debidas a los fenómenos de la histéresis y de las corrientes de Foucault y se denominan pérdidas magnéticas o **pérdidas en el hierro  $P_{Fe}$**

$$P_{Fe} = m_1 E_1 I_{Fe} \approx m_1 V_1 I_{Fe} \quad (26)$$

En principio también existen pérdidas en el hierro en el rotor. Pero, como se estudió en una lección anterior, las pérdidas magnéticas dependen aproximadamente del cuadrado de la frecuencia. Como la frecuencia  $f_2$  de las corrientes del rotor es mucho más pequeña que la frecuencia  $f_1$  del estator en condiciones normales de funcionamiento (deslizamientos  $s$  pequeños), sucede que las pérdidas en el hierro del rotor son despreciables frente a las del estator. En consecuencia, en este texto se aceptará que la totalidad de las pérdidas en el hierro se producen en el estator.

Después de haberse producido las pérdidas en el cobre del estator y las pérdidas en el hierro, la potencia restante se transfiere del estator hacia el rotor a través del entrehierro. Esta potencia se la denomina **potencia en el entrehierro  $P_a$**  (Fig. 13):

$$P_a = P_1 - P_{Cu1} - P_{Fe} \quad (27)$$

De la potencia  $P_a$  que llega al rotor parte se pierde por efecto Joule en la resistencia  $R_2$  de las fases del rotor dando lugar a las **pérdidas en el cobre del rotor  $P_{Cu2}$**

$$P_{Cu2} = m_2 R_2 I_2^2 = m_1 R'_2 I_2^2 \quad (28)$$

La potencia restante es la potencia que se convierte de potencia electromagnética en potencia mecánica. Cuando esta potencia se ha convertido en mecánica se la denomina **potencia mecánica interna  $P_{mi}$**  y es la potencia que llega al eje de la máquina. Como ya se indicó anteriormente, esta es la potencia que en el circuito equivalente se consume en la resistencia de carga  $R'_c$ . Luego, teniendo en cuenta también la relación (20) se llega a

$$P_{mi} = m_1 R'_c I_2^2 = m_1 R'_2 \left( \frac{1}{s} - 1 \right) I_2^2 = m_1 R'_2 \left( \frac{1-s}{s} \right) I_2^2 \quad (29)$$

Una pequeña parte de la potencia se pierde por rozamientos y ventilación; es decir, por las **pérdidas mecánicas  $P_m$** . El resto es la **potencia útil  $P_u$**  del motor<sup>3</sup>:

$$P_u = P_{mi} - P_m \quad (30)$$

Muchas veces se desprecian las pérdidas mecánicas y se considera que la potencia mecánica interna  $P_{mi}$  es igual a la potencia útil  $P_u$ .

Teniendo en cuenta la Fig. 12 y las relaciones (21), (28) y (29) se llega a

$$P_a = P_{mi} + P_{Cu2} = m_1 (R'_c + R'_2) I_2^2 = m_1 \frac{R'_2}{s} I_2^2 \quad (31)$$

<sup>3</sup> Además de las pérdidas citadas en este texto existen otras debidas a diferentes fenómenos y que se engloban bajo la denominación de **pérdidas adicionales**. Estas pérdidas habría que añadirlas junto a las pérdidas mecánicas  $P_m$ , aunque dado el nivel básico este texto no se las tiene en consideración.

## MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

De las relaciones (28), (29) y (31) se obtienen estas otras

$$P_{Cu2} = \frac{s}{1-s} P_{mi} = s P_a \quad (32)$$

$$P_a = \frac{P_{Cu2}}{s} = \frac{P_{mi}}{1-s} \quad (33)$$

Las relaciones obtenidas en este apartado se pueden recordar fácilmente a partir de la Fig. 13 y si se tiene en cuenta que en el circuito equivalente exacto de la Fig. 10:

- $P_1$  es la potencia total consumida en el circuito equivalente
- $P_{Cu1}$  es la potencia perdida en la resistencia  $R_1$
- $P_{Fe}$  es la potencia disipada en la resistencia  $R_{Fe}$
- $P_a$  es la potencia gastada en la totalidad de las resistencias del rotor, es decir, en  $R'_2 + R'_c = R'_2/s$
- $P_{Cu2}$  es la potencia disipada en la resistencia  $R'_2$
- $P_{mi}$  es la potencia consumida en la resistencia  $R'_c$

El **rendimiento** de un motor asíncrono es igual a este cociente

$$\eta = \frac{P_u}{P_1} = \frac{P_u}{P_u + P_f + P_v} \quad (34)$$

Funcionando a marcha industrial y con deslizamientos pequeños (por lo tanto, a velocidad casi constante), se tiene que:

$$\text{Pérdidas fijas:} \quad P_f = P_{Fe} + P_m \quad (35a)$$

$$\text{Pérdidas variables:} \quad P_v = P_{Cu} \quad (35b)$$

$$\text{donde las pérdidas en el cobre } P_{Cu} \text{ son:} \quad P_{Cu} = P_{Cu1} + P_{Cu2} \quad (36)$$

Por lo tanto, el cociente (34) se puede poner así

$$\eta = \frac{P_u}{P_u + P_m + P_{Cu2} + P_{Fe} + P_{Cu1}} \quad (37)$$

### PAR DE ROTACIÓN

Teniendo en cuenta que la constante  $2\pi/60$  es el factor de conversión de r.p.m. a rad/s, el **par útil**  $M_u$  de un motor asíncrono se puede obtener así:

$$M_u = \frac{P_u}{\Omega} = \frac{P_u}{\frac{2\pi}{60} n} \quad (38)$$

El **par interno**  $M$  se obtiene de la potencia mecánica interna



## MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

$$M = \frac{P_{mi}}{\Omega} = \frac{P_{mi}}{\frac{2\pi}{60} n} \quad (39a)$$

Teniendo en cuenta las relaciones (2) y (33) se deduce que (39a) se puede convertir en

$$M = \frac{P_a}{\Omega_1} = \frac{P_a}{\frac{2\pi}{60} n_1} \quad (39b)$$

Si se desprecian las pérdidas mecánicas se tiene que:

$$P_m \approx 0 \rightarrow P_u \approx P_{mi} \rightarrow M_u \approx M \quad (40)$$

Por lo tanto, en lo que sigue se va a analizar el par interno M que se supondrá prácticamente igual al par útil  $M_u$ .

Del circuito equivalente aproximado de la Fig. 12 y de la relación (23) se obtiene que

$$I'_2 = \frac{V_1}{\sqrt{(R_{cc} + R'_c)^2 + X_{cc}^2}} = \frac{V_1}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + X_{cc}^2}} \quad (41)$$

El denominador de la relación (41) es el módulo de la impedancia de la rama en serie del circuito equivalente aproximado (Fig. 12).

Combinando las expresiones (2), (29), (39) y (41) se obtiene la siguiente expresión del par de un motor asíncrono polifásico

$$M = \frac{m_1 \frac{R'_2}{s}}{\frac{2\pi}{60} n_1} \frac{V_1^2}{\left(\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + X_{cc}^2\right)} \quad (42)$$

Esta expresión indica que, cuando la máquina funciona a tensión y frecuencia en el estator constantes, el par sólo varía en función del deslizamiento  $s$ ; es decir, el par varía solamente con la velocidad de giro del rotor.

En la Fig. 14 se representa la curva par-velocidad de una máquina asíncrona funcionando a tensión y frecuencia estatóricas constantes. En el eje de abscisas se ha colocado una doble escala: por un lado se indica la velocidad y por el otro el deslizamiento correspondiente.

En esta curva se pueden distinguir tres modos de funcionamiento:

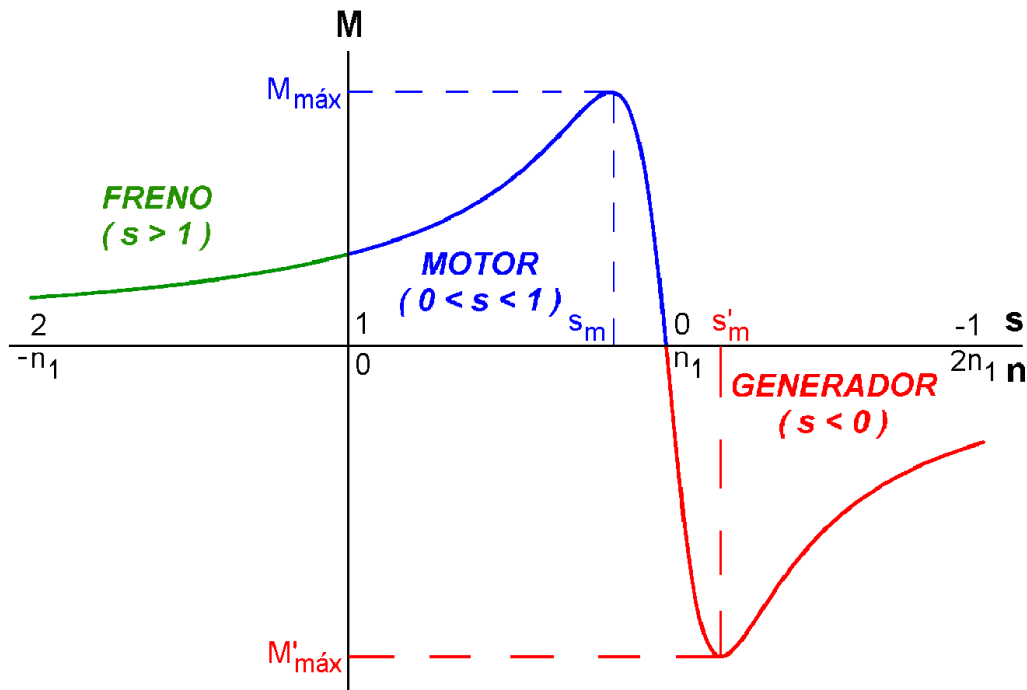


Fig. 14: Curva par-velocidad de una máquina asíncrona polifásica a  $V_1$  y  $f_1$  constantes

### **Motor**

En este régimen de funcionamiento la velocidad  $n$  del motor varía entre 0 y la de sincronismo  $n_1$ , lo que quiere decir que el deslizamiento  $s$  varía entre 1 y 0. Por lo tanto, funcionando como motor la velocidad de la máquina es del mismo sentido que la de sincronismo y de menor valor que ésta.

Al realizar el balance de potencias se adoptó el criterio de signos de suponer que las potencias son positivas cuando la máquina actúa como motor; luego en estas condiciones tanto  $P_a$  como  $P_{mi}$  son positivas. Por lo tanto, en un motor asíncrono la máquina absorbe potencia eléctrica por el estator para convertirla en potencia mecánica en su eje.

En este caso tanto el par como la velocidad tienen signo positivo. Por lo tanto, el par está a favor de la velocidad y se trata de un par motor. Es este par el que provoca el giro de la máquina.

### **Generador**

En este régimen de funcionamiento la velocidad  $n$  del motor es superior a la de sincronismo  $n_1$ , lo que quiere decir que el deslizamiento  $s$  es negativo. Por lo tanto, funcionando como generador la velocidad de la máquina es del mismo sentido que la de sincronismo y de mayor valor que ésta.

Al ser el deslizamiento  $s$  negativo se obtiene que tanto  $R'_c$  como  $R'_c + R'_2 = R'_2/s$  son negativos. Esto da lugar a que la potencia mecánica interna  $P_{mi}$  y la potencia en el entrehierro  $P_a$  sean negativas; lo cual significa que el sentido de estas potencias es el opuesto al del funcionamiento como motor. En consecuencia, en un generador de inducción la máquina absorbe potencia mecánica en su eje para convertirla en potencia eléctrica (potencia activa) que se suministra a la red conectada al estator.

En este caso el par es negativo y la velocidad es positiva. Por lo tanto, el par de la máquina de inducción se opone a la velocidad y se trata de un par de frenado. Deberá existir otro par, por ejemplo el producido por un motor de gasolina acoplado al mismo eje que la máquina asíncrona, que mueva al grupo y sea el que lo esté obligando a girar a una velocidad superior a la de sincronismo.

### **Freno a contracorriente**

En este régimen de funcionamiento la velocidad  $n$  del motor es negativa, de sentido contrario a la de sincronismo  $n_1$ , lo que quiere decir que el deslizamiento  $s$  es mayor que 1.

Al ser el deslizamiento  $s$  mayor que 1 se obtiene que  $R'_c$  es negativo; sin embargo la resistencia  $R'_c + R'_2 = R'_2/s$  es positiva. Esto da lugar a que la potencia mecánica interna  $P_{mi}$  sea negativa y que la potencia en el entrehierro  $P_a$  sea positiva. Por lo tanto, en el entrehierro el flujo de potencia es igual que en un motor ( $P_a$  es positiva), del estator hacia el rotor; pero, la potencia mecánica interna  $P_{mi}$  es de signo contrario a la de funcionamiento como motor ( $P_{mi}$  negativa), entra por el eje y se dirige hacia el rotor. En consecuencia, funcionando como freno a contracorriente una máquina asíncrona absorbe potencia eléctrica por el estator y potencia mecánica por su eje. La totalidad de la suma de estas dos potencias absorbidas se disipa en forma de calor entre todas las pérdidas de la máquina, la cual se puede llegar a calentar excesivamente.

En este caso el par es positivo y la velocidad negativa. Por lo tanto, el par de la máquina de inducción se opone a la velocidad y se trata de un par de frenado que se opone a su movimiento.

Los valores máximos de la curva par-velocidad de la Fig. 14 se obtienen igualando a cero la derivada de la expresión (42) con respecto al deslizamiento  $s$ . Se obtiene que los pares máximos se producen para estos valores de deslizamiento

$$s_m = \pm \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} \quad (43)$$

El valor positivo de la fórmula (43) corresponde a la máquina actuando como motor ( $s_m$  en la Fig. 14), mientras que el valor negativo corresponde a funcionamiento como generador ( $s'_m$  en la Fig. 14).

Sustituyendo (43) en (42) se obtiene que la máquina tiene dos pares máximos, uno cuando actúa como motor y otro cuando funciona como generador:

$$M_{m\acute{a}x} = \pm \frac{m_1}{\frac{2\pi}{60} n_1} \frac{V_1^2}{2 \left( \pm R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2} \right)} \quad (44)$$

En la relación anterior el signo + corresponde al par máximo en el funcionamiento como motor ( $M_{\text{máx}}$  en la Fig. 14) y el signo – al par máximo en el funcionamiento como generador ( $M'_{\text{máx}}$  en la Fig. 14). Se puede apreciar que estos dos pares tienen valores absolutos ligeramente diferentes, siendo mayor el correspondiente al funcionamiento como generador (porque entonces el denominador de (44) es menor).

## CURVA PAR-VELOCIDAD DE UN MOTOR ASÍNCRONO POLIFÁSICO

### Puntos notables

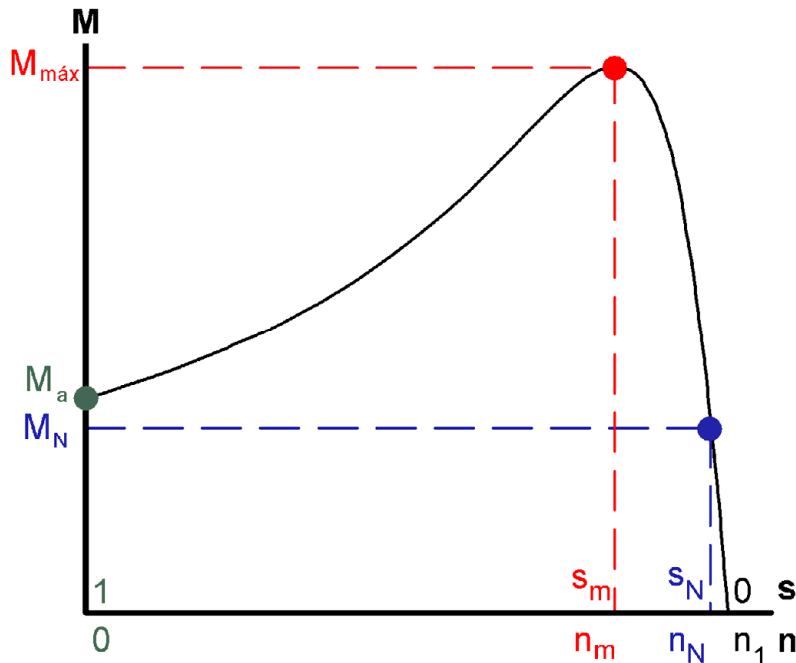


Fig. 15: Curva par-velocidad de un motor asíncrono polifásico a  $V_1$  y  $f_1$  constantes

En la Fig. 15 se muestra la zona de la curva par-velocidad de una máquina de inducción (Fig. 14) correspondiente al funcionamiento como motor.

En esta curva se aprecia que el punto de par nulo se produce a la velocidad de sincronismo (deslizamiento nulo). Esto es así porque esta curva se refiere al par interno. El par útil nulo se produce para una velocidad ligeramente inferior a la de sincronismo porque entonces el par interno no es exactamente nulo, sino muy pequeño pues debe vencer el par debido a rozamientos y ventilación.

En el momento de arrancar un motor su velocidad todavía es nula y su deslizamiento es, pues, igual a 1. Por lo tanto, en la Fig. 15 el punto de corte de la curva con el eje de ordenadas corresponde al **par de arranque**  $M_a$ . Este par se puede calcular mediante la expresión general del par (42) dándole al deslizamiento  $s$  el valor 1.

En la Fig. 15 se han representado también los puntos correspondientes al **par máximo**  $M_{\text{máx}}$  y al **par asignado**  $M_N$ . El par máximo viene dado por la relación (44) y se produce para el deslizamiento  $s_m$  dado por (43).  $s_m$  suele tomar valores entre el 15% y el 30%. El par asignado se puede calcular mediante (42) dando al deslizamiento el valor  $s_N$  de la marcha asignada.  $s_N$  suele tomar valores entre el 3% y el 8%.

Se denomina **capacidad de sobrecarga** a este cociente

$$\text{Capacidad de sobrecarga} = \frac{M_{\text{máx}}}{M_N} \quad (45)$$

cuyo valor en motores normales varía entre 1,8 y 2,7. En motores especiales alcanza valores superiores a 3.

El cociente  $M_a/M_N$  usualmente toma valores entre 1 y 2.

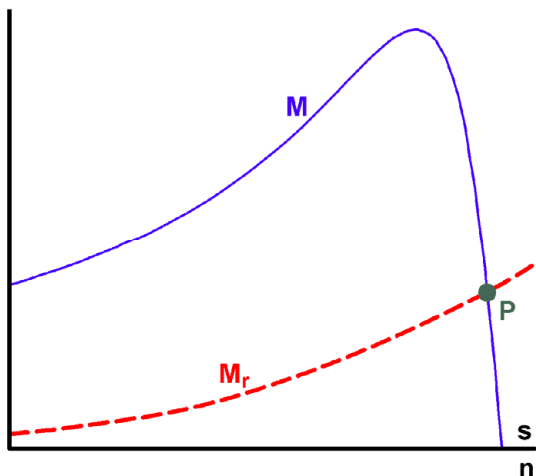
### Punto de funcionamiento. Estabilidad

Cuando un motor asíncrono mueve una carga mecánica en régimen permanente se establece un equilibrio entre el par motor  $M$  proporcionado por la máquina asíncrona y el par resistente  $M_r$  de la carga. Por lo tanto, el sistema motor-carga funciona en un punto en el que se verifica la siguiente igualdad

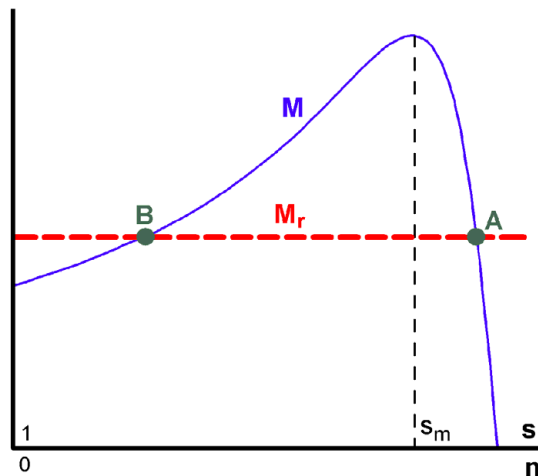
$$\text{Punto de funcionamiento: } M = M_r \quad (46)$$

En la Fig. 16 se ha representado sobre los mismos ejes de coordenadas las curvas par - velocidad del motor y de la carga. El punto de funcionamiento del sistema (P en la Fig. 16) será el punto de corte de ambas curvas.

En algunos casos las curvas de par del motor y de la carga se cortan en dos puntos situados uno a la derecha del punto de par máximo y el otro a la izquierda. En la Fig. 17 está representada esta situación.



*Fig. 16: Punto de funcionamiento*



*Fig. 17: Estabilidad*

Se demuestra que el punto con un deslizamiento superior al par máximo (B en la Fig. 17) está en una situación inestable, mientras el que tiene un deslizamiento inferior a  $s_m$  (punto A en la Fig. 17) es estable. Por lo tanto, en el caso representado en la Fig. 17 el punto de funcionamiento del sistema será el A.

En general, salvo casos excepcionales, un motor asíncrono funciona en la zona de la curva par-velocidad con deslizamientos pequeños, inferiores a  $s_m$ . Realmente, lo normal es que no se sobrepase el par asignado con lo que se funciona con deslizamientos aún más pequeños, iguales o inferiores al deslizamiento asignado  $s_N$ .

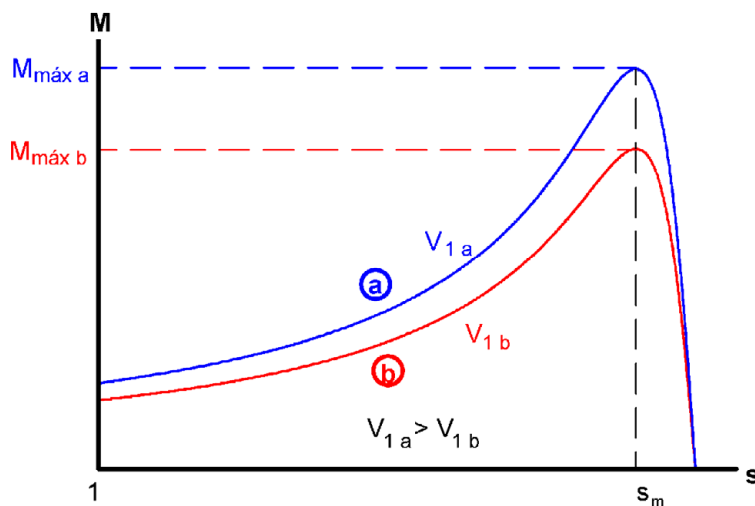
La curva par-velocidad para deslizamientos pequeños es dura o rígida, lo que quiere decir que la velocidad varía muy poco con el par. Esta zona de la curva prácticamente es lineal variando el par  $M$  del motor proporcionalmente al deslizamiento  $s$ .

### **Efectos de variar $V_1$ y de introducir resistencias en serie con el rotor**

A partir de las relaciones (42), (43) y (44) se aprecia que cuando se modifica el valor eficaz de la tensión del estator  $V_1$  sin variar la frecuencia  $f_1$ , el valor del deslizamiento de par máximo  $s_m$  no cambia pero el par de la máquina queda modificado en función del cuadrado de  $V_1$ .

En la Fig. 18 se muestra como se modifica la curva par-velocidad de un motor cuando la tensión del estator se reduce de  $V_{1a}$  a  $V_{1b}$ . Para ambas tensiones el punto de par máximo se produce con el mismo deslizamiento  $s_m$  pero el par máximo varía con el cuadrado de la tensión.

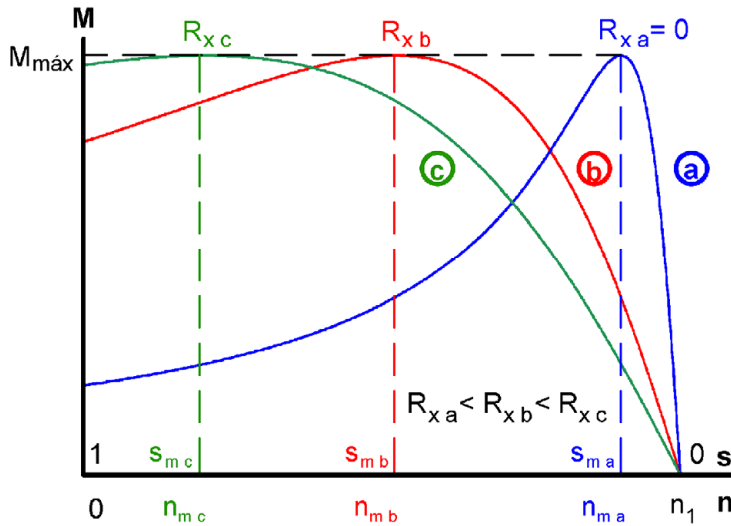
El efecto de añadir en serie con cada fase del rotor una resistencia  $R_x$  es equivalente a considerar en las expresiones (42), (43) y (44) que la resistencia  $R_2$  ha aumentado. Evidentemente, sólo es posible añadir resistencias en serie con el rotor en los motores de anillos, ya que en los de jaula de ardilla no es posible acceder al devanado del rotor para conectarle resistencias.



*Fig. 18: Efectos de variar  $V_1$*

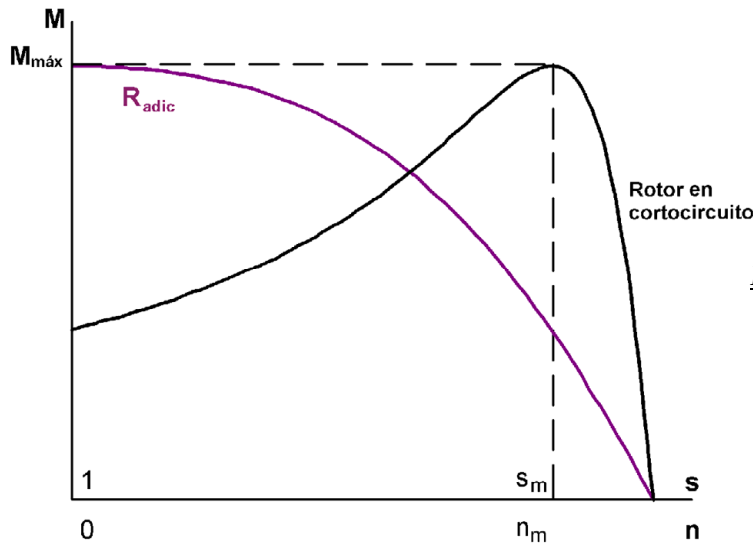
Teniendo en cuenta todo esto, la expresión (44) indica que el par máximo no se ve modificado por añadir resistencias en serie con el rotor, pues en esta relación no interviene el parámetro  $R'_2$ . Por el contrario, la expresión (43) señala que el añadir resistencias en serie con el rotor; o lo que es equivalente, el aumentar la resistencia  $R'_2$ , aumenta el deslizamiento de par máximo  $s_m$ .

En la Fig. 19 se muestra el efecto que sobre la curva par-velocidad tiene el introducir resistencias en serie con el rotor. La curva (a) corresponde al funcionamiento con el rotor en cortocircuito ( $R_{xa} = 0$ ) y las curvas (b) y (c) corresponden al funcionamiento cuando se han introducido resistencias en serie con las fases del rotor ( $R_{xc} > R_{xb}$ ). En esta figura se aprecia como el par máximo es el mismo en todas las curvas, pero el deslizamiento de par máximo va aumentando (luego la velocidad de par máximo va disminuyendo) a medida que aumenta el valor de las resistencias puestas en serie con las fases del rotor.



*Fig. 19: Efectos de introducir resistencias en serie con las fases del rotor*

La Fig. 20 muestra que existe un valor especial  $R_{adic}$  de las resistencias  $R_x$  puestas en serie con las fases del rotor que consigue que el par máximo se produzca en el arranque.



*Fig. 20: Obtención del par máximo en el arranque mediante resistencias en serie con el rotor*

Para calcular el valor de  $R_{adic}$  se tiene en cuenta que con ella el deslizamiento de par máximo  $s_m$  pasa a ser 1:

$$s_m = 1 = \frac{R'_2 + R'_{adic}}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} \rightarrow R'_{adic} = \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2} - R'_2 \quad (47)$$

Por analogía con las relaciones (18), el valor real de esta resistencia se obtiene de su valor reducido al estator así:

$$R_{adic} = \frac{R'_{adic}}{m_v m_i} = \frac{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2} - R'_2}{m_v m_i} \quad (48)$$

### ARRANQUE

El arranque es el proceso de puesta en marcha de un motor que lo lleva desde una velocidad nula a la del punto de funcionamiento estable que corresponda al par resistente de la carga que tiene que mover.

Para que pueda realizarse esta maniobra debe cumplirse la **condición de arranque**: durante el arranque el par del motor debe ser superior al par resistente. De no cumplirse esta condición, el par motor es insuficiente para mover la carga mecánica que tiene acoplada y no se puede producir el arranque.

En el instante de iniciar el arranque, cuando la velocidad todavía es nula y el deslizamiento entonces vale 1, la corriente que demanda el motor es elevada, varias veces superior a la asignada. Esto se puede comprobar en el circuito equivalente aproximado de la Fig. 12 y en la ecuación (41) deducida de él, si se tiene presente que el deslizamiento en el arranque es igual a 1 mientras que marcha asignada es pequeño (no más de 0,08).

Esta corriente elevada puede provocar caídas de tensión en la instalación eléctrica a la que está conectado el motor afectando a otros aparatos conectados a ella. Por esta razón existen normas que establecen las máximas corrientes de arranque permitidas (en Baja Tensión estos límites vienen fijados en función de la potencia útil del motor en la instrucción ITC-BT-47 del Reglamento Electrotécnico de Baja Tensión).

Esto obliga a utilizar en muchas ocasiones procedimientos que reduzcan la corriente de arranque con respecto a la del arranque directo.

### Arranque directo

Este método de arranque es el más sencillo y se emplea en motores de pequeña potencia (o en motores grandes si están conectados a una red eléctrica independiente de tal manera que su corriente de arranque no afecte a otros consumidores). Consiste en arrancar el motor conectándolo a su tensión asignada.

Como la corriente de arranque directo es varias veces superior a la asignada (entre 4 y 8 veces la intensidad asignada), en este caso sí que se puede despreciar la corriente de vacío y aceptar (por la ecuación (19a)) que la corriente del estator es igual a la del rotor reducido al estator. Esta corriente de arranque se puede obtener entonces de la relación (41) en la que se le da a la tensión de fase  $V_1$  el valor asignado  $V_{1N}$  y al deslizamiento  $s$  el valor 1.

$$I_a = I'_{2a} = \frac{V_{1N}}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R'_2}{1}\right)^2 + X_{cc}^2}} = \frac{V_{1N}}{\sqrt{R_{cc}^2 + X_{cc}^2}} \quad (49)$$



En un motor trifásico la corriente de línea de arranque directo  $I_{aL}$  se deduce de la de fase  $I_a$  teniendo en cuenta la forma de conexión de las fases del estator:

$$\text{Estrella: } I_{aL} = I_a \quad (50a)$$

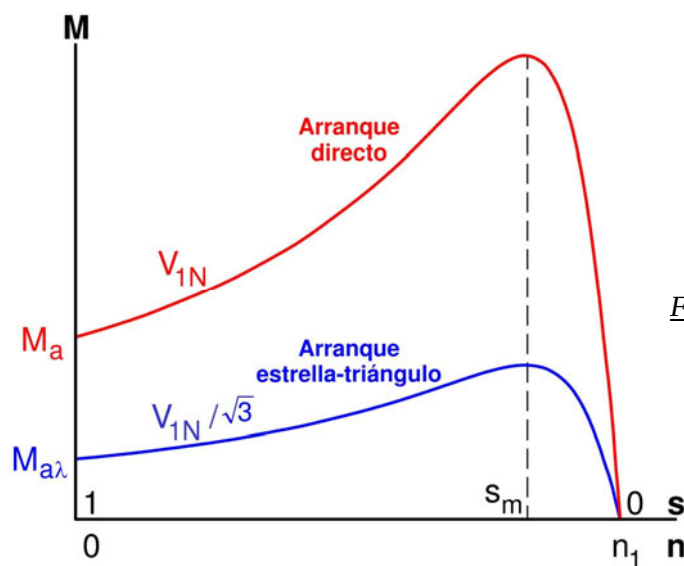
$$\text{Triángulo: } I_{aL} = \sqrt{3} \cdot I_a \quad (50b)$$

El par de arranque directo se le denomina  $M_a$  y se puede obtener mediante la ecuación (42) dando a la tensión de fase  $V_1$  el valor asignado  $V_{1N}$  y al deslizamiento  $s$  el valor 1.

### Arranques con tensión reducida

Existen varios procedimientos de arranque que consisten en alimentar al motor con una tensión inferior a la asignada en el momento del arranque para después, cuando el rotor ya está girando, irle aumentando hasta alcanzar su valor asignado.

De esta manera, al tener en el arranque una tensión inferior a la asignada la corriente de arranque disminuye, pero también el par de arranque como se puede apreciar en las Figs. 18 y 21 (el par de arranque es proporcional al cuadrado de la tensión  $V_1$ ). Esto hay que tenerlo en cuenta y comprobar que el par de arranque del motor a tensión reducida es suficientemente grande como para que se cumpla la condición de arranque. Por esta razón, estos procedimientos de arranque sólo se pueden utilizar si el motor se arranca sin carga o con cargas mecánicas que no ejerzan un par resistente elevado a bajas velocidades.



*Fig. 21: Curvas par-velocidad a tensión asignada y a tensión reducida (arranque estrella-triángulo)*

Para conseguir reducir la tensión durante el arranque se pueden emplear varios métodos: un autotransformador, un arrancador electrónico, conectar impedancias en serie con el estator, ... En los motores trifásicos uno de los más empleados es el **arranque estrella-triángulo**.

El arranque estrella-triángulo sólo se puede utilizar si el motor está conectado a una red eléctrica cuya tensión de línea sea igual a la tensión asignada de fase del motor. Esto obliga a que para que el motor funcione a su tensión asignada deba conectarse en triángulo:

$$V_{1L} = V_{1N} \rightarrow \text{Conexión triángulo para que: } V_1 = V_{1N} \quad (51)$$

## MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

En este caso el arranque se realiza con el motor conectado en estrella. Cuando el motor ha adquirido cierta velocidad se conmutan las conexiones y se lo conecta en triángulo para que pase a funcionar con su tensión asignada.

Al arrancar en estrella, la tensión de fase del motor ya no es la asignada sino  $\sqrt{3}$  veces menor:

$$V_{1L} = V_{1N} \rightarrow \text{Conexión estrella para que: } V_1 = \frac{V_{1L}}{\sqrt{3}} = \frac{V_{1N}}{\sqrt{3}} \quad (52)$$

Esto provoca que la corriente de fase en este arranque sea  $\sqrt{3}$  veces menor que en el arranque directo. En consecuencia, tanto la corriente de línea en el arranque estrella-triángulo  $I_{a\lambda}$  como el par de arranque correspondiente  $M_{a\lambda}$  son iguales a la tercera parte de sus respectivos valores en el arranque directo (ver la Fig. 21):

$$\boxed{I_{a\lambda} = \frac{I_{aL}}{3}} ; \quad \boxed{M_{a\lambda} = \frac{M_a}{3}} \quad (53)$$

### Arranque por introducción de resistencias en serie con el rotor

Este sistema de arranque sólo se puede utilizar en motores de rotor bobinado y consiste en conectar una resistencia en serie con cada fase del rotor. Una vez arrancado el motor, se van disminuyendo progresivamente estas resistencias hasta que el rotor queda cortocircuitado.

Con este sistema se reduce la intensidad de arranque (se aumenta el denominador en la relación (41)) y se aumenta el deslizamiento en el que se produce el par máximo, pero sin que éste varíe (Figs. 19 y 20); lo que origina el aumento del par de arranque con respecto al del arranque directo. Incluso se puede obtener el par máximo en el arranque para la resistencia  $R_{adic}$  conectada en serie con el rotor, cuyo valor viene dado por la expresión (48).

### MOTORES DE DOBLE JAULA Y DE RANURA PROFUNDA

El sistema de arranque por introducción de resistencias en serie con el rotor es el más adecuado de los analizados en el apartado anterior, ya que permite obtener un elevado par en el arranque. Sin embargo, este método sólo puede utilizarse con motores de rotor bobinado.

Se han construido motores de jaula que, de alguna manera, realizan un arranque similar al de los motores de rotor bobinado, es decir, con un elevado par de arranque.

Los **motores de doble jaula** poseen dos jaulas concéntricas (Fig. 22a) construidas de tal manera que la jaula externa presenta una pequeña autoinducción (debida a los flujos de dispersión) y una elevada resistencia, mientras que la interna presenta baja resistencia y alta autoinducción.

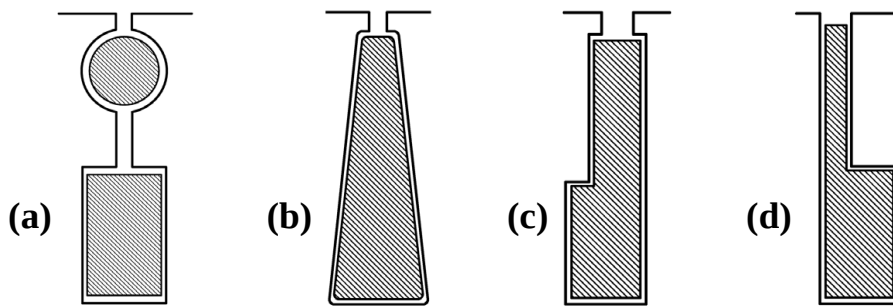


Fig. 22: Ranuras rotóricas de los motores de doble jaula (a) y de ranura profunda (b, c y d)

Para lograr esto la jaula externa tiene barras de menos sección y se construye con un material de mayor resistividad (latón o bronce) que la jaula interna (cobre). Así se consigue que la jaula externa tenga mayor resistencia que la interna. Por otra parte, cada ranura se estrecha en el espacio que hay entre ambas jaulas (Fig. 22a), dejando sólo una rendija delgada. Así se consigue que la jaula interna presente mayor inductancia de dispersión que la jaula externa.

Por ello, al arrancar la jaula externa, a pesar de tener mayor resistencia, presenta menos impedancia que la jaula interna -de alta reactancia y, en consecuencia, de mayor impedancia- y las corrientes rotóricas circulan preferentemente por ella. Se consigue así un elevado par de arranque, pues el rotor presenta entonces una resistencia alta.

A medida que el motor adquiere velocidad, disminuye la frecuencia rotórica y varía el reparto de corrientes entre las dos jaulas, aumentando la corriente de la jaula interna, cuya reactancia va bajando, y disminuyendo la corriente de la jaula externa. En régimen normal -es decir, con deslizamientos pequeños- la frecuencia rotórica es muy pequeña y las reactancias de las jaulas son despreciables, de tal manera que la corriente circula casi exclusivamente por la jaula interna; ya que ahora es la que presenta menor impedancia. En efecto, a bajos deslizamientos las reactancias son extremadamente pequeñas y las impedancias consisten casi sólo en resistencias. Esto significa que en estas condiciones el reparto de corrientes entre las dos jaulas viene condicionado por el valor de sus resistencias. La corriente circulará, entonces, preferentemente por la jaula de menor resistencia, que es la jaula interna.

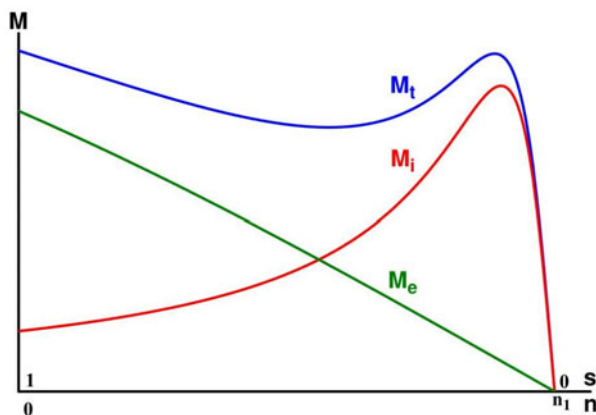
Por lo tanto, en los motores de doble jaula el arranque se realiza con una resistencia elevada en el rotor que paulatinamente va disminuyendo a medida que el motor alcanza velocidad. Este arranque presenta, pues, cierta similitud con el de los motores de rotor bobinado.

Los **motores de ranura profunda** tienen una jaula cuyos conductores tienen una forma tal que su parte inferior presenta pequeña resistencia y alta autoinducción y la parte superior presenta alta resistencia y baja autoinducción (Fig. 22 b, c y d). Su comportamiento, por tanto, es similar al de los motores de doble jaula: en el arranque la corriente se concentra en la parte superior de los conductores (de alta resistencia) y en marcha normal la corriente circula preferentemente por la parte inferior, consiguiéndose así un elevado par de arranque.

De lo anterior se deduce que en los motores de doble jaula y de ranura profunda los parámetros  $R'_2$  y  $X'_2$  (y, consecuentemente, también  $R_{cc}$  y  $R'_c$ ) no son constantes, sino que son funciones de la frecuencia rotórica  $f_2$ . Dado que se cumple la relación (4), si el motor es alimentado con corrientes de frecuencia  $f_1$  constante, se tiene que los parámetros  $R'_2$  y  $X'_2$  (y  $R_{cc}$  y  $R'_c$ ) son sólo funciones del deslizamiento  $s$ .

## MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

Por lo tanto, para analizar el comportamiento de un motor de doble jaula o de ranura profunda se pueden utilizar los circuitos equivalentes de las Figs. 10 y 12 teniendo el cuidado de dar a  $R'_2$  y a  $X'_2$  en cada caso el valor correspondiente al deslizamiento del punto de funcionamiento que se quiere estudiar. De todos modos, con pequeños deslizamientos (no superiores al deslizamiento de par máximo  $s_m$ ) los parámetros del rotor prácticamente mantienen el mismo valor y se pueden considerar constantes. Esto permite estudiar estos motores como si fueran de una sola jaula cuando funcionan con deslizamientos pequeños.



*Fig. 23: Curva par-velocidad de un motor de doble jaula*

La curva de par-velocidad de un motor de doble jaula ( $M_t$  en la Fig. 23) se puede obtener como suma de las correspondientes a cada una de sus jaulas ( $M_i$  de la jaula interna y  $M_e$  de la jaula externa en la Fig. 23).

### REGULACIÓN DE VELOCIDAD

De las fórmulas de la velocidad de sincronismo (1) y del deslizamiento (2) se deduce que:

$$n = n_1 (1 - s) = \frac{60 f_1}{p} (1 - s) \quad (54)$$

Esto indica que se puede regular la velocidad de un motor asíncrono modificando su número de polos, la frecuencia del estator o el deslizamiento.

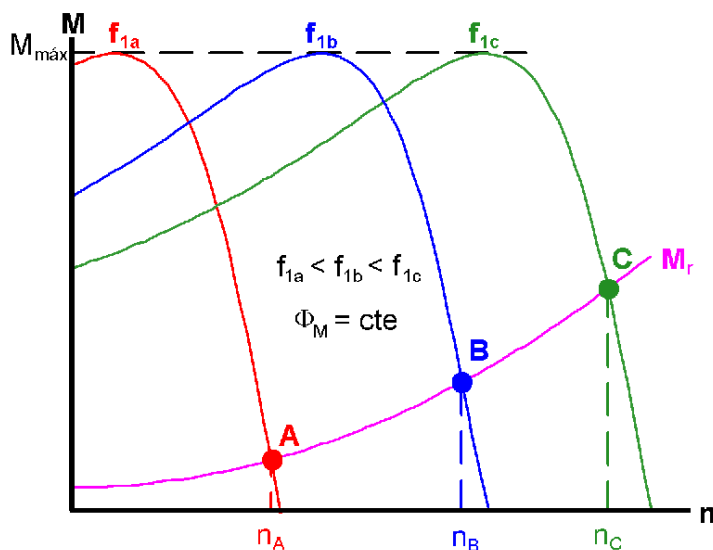
La **regulación por variación del número de polos** únicamente permite alcanzar unos pocos valores de velocidad diferentes, ya que el número de pares de polos  $p$  sólo puede adoptar valores enteros y, en consecuencia, no se puede variar de forma continua. Se utiliza en máquinas de jaula de ardilla que en el estator disponen, bien de dos devanados independientes, cada uno de ellos con un número de polos diferente; o bien de un devanado especial que admite diferentes formas de conexión para modificar su número de polos.

La **regulación por variación del deslizamiento** se puede realizar de diversas maneras, como variando la tensión de alimentación o introduciendo resistencias en serie con las fases del rotor (sólo en los motores de rotor bobinado). Estos sistemas de regulación son muy sencillos de realizar, pero son muy poco eficientes, pues al aumentar el deslizamiento aumentan las pérdidas en el rotor.

Otro sistema de variación del deslizamiento para motores de rotor bobinado consiste en conectar el rotor a un variador de frecuencias (es decir, a una fuente de tensión que permite variar electrónicamente el valor eficaz y la frecuencia de las tensiones que suministra). Este sistema es mucho más eficiente que los anteriores porque permite recuperar la energía de deslizamiento reinyectándola a la red.

La **regulación por variación de la frecuencia** consiste en variar la frecuencia  $f_1$  de las corrientes del estator con lo que se modifica la velocidad de sincronismo  $n_1$  de la máquina. Para ello se alimenta el estator a través de un variador de frecuencias.

Este sistema permite variar la velocidad de forma continua entre un amplio margen de velocidades. Para frecuencias  $f_1$  por debajo de la asignada interesa variar la tensión  $V_1$  del estator en función de la frecuencia de forma que el flujo por polo  $\Phi_M$  sea el mismo para todas las frecuencias. De esta manera se consigue que para todas las frecuencias el par que suministra la máquina a la corriente asignada sea el mismo (el par asignado) y que también a todas las frecuencias el par máximo sea el mismo (Fig. 24). Para frecuencias  $f_1$  por encima de la asignada no se puede mantener el flujo por polo  $\Phi_M$  constante porque entonces la f.e.m.  $E_1$  sería mayor que en condiciones asignadas (según se aprecia en la ecuación (7)), lo que conllevaría que la tensión en el estator fuera superior a la asignada. Por lo tanto, para frecuencias por encima de la asignada se mantiene el valor eficaz de las tensiones del estator igual al asignado.



*Fig. 24: Regulación de la velocidad por variación de la frecuencia  $f_1$  manteniendo el flujo por polo  $\Phi_M$  constante ( $f_{1c} = f_{1N}$ )*

## **FRENADO**

Entendemos que una máquina eléctrica funciona como freno cuando ejerce un par de frenado; es decir, de sentido contrario a su velocidad. Dependiendo de cómo sea el par de la carga, se tiene que el comportamiento del sistema máquina eléctrica-carga cuando la primera actúa como freno es así:

- \* Si la carga deja de actuar como tal y pasa a ejercer un par motor, el sistema buscará un punto de funcionamiento en el que se equilibre este par con el de frenado de la máquina eléctrica y la velocidad alcanzará un valor constante.

Esto es lo que sucede cuando un vehículo eléctrico desciende una pendiente. Mientras subía la pendiente la máquina eléctrica ejercía un par motor que tenía que vencer al par resistente debido al peso y a los rozamientos. Cuando el vehículo desciende la pendiente el par debido al peso pasa a ser un par motor y la máquina eléctrica se conecta de modo que ejerza un par de frenado que impida que la velocidad aumente excesivamente.

- \* Si la carga sigue actuando como tal, se suman los pares de frenado de la carga y de la máquina eléctrica provocando la disminución de la velocidad, que incluso puede llegar hasta la detención del sistema máquina eléctrica-carga.

Esto es lo que sucede cuando un vehículo eléctrico circula en un trayecto plano. La máquina actúa, en principio, como motor y los rozamientos del vehículo constituyen la carga mecánica. Si ahora se desea frenar el vehículo, se conecta la máquina eléctrica como freno para que el vehículo disminuya su velocidad merced al efecto conjunto del par de frenado de la máquina eléctrica más el par de carga de los rozamientos.

Existen varios procedimientos para que una máquina asíncrona pase a actuar como freno que se van a explicar a continuación.

### **Frenado por recuperación de energía (frenado regenerativo)**

Consiste en hacer funcionar la máquina de inducción como generador, con lo cual ejerce un par de sentido contrario a la velocidad, según se apreció en la Fig. 14.

Para ello hay que conseguir que la velocidad de la máquina sea superior a su velocidad de sincronismo, bien aumentando la primera o bien disminuyendo la segunda.

Un ejemplo de esto es el vehículo que sube y baja una pendiente. Mientras sube, la máquina asíncrona actúa de motor y la velocidad es ligeramente inferior a la de sincronismo. Cuando baja, el vehículo aumenta su velocidad debido a la acción motora de la máquina de inducción y de su peso hasta que supera la velocidad de sincronismo. A partir de este momento, la máquina asíncrona comienza a girar con una velocidad superior a la de sincronismo y empieza a actuar de freno (de generador) alcanzándose el equilibrio cuando el par de frenado de la máquina iguale al debido al peso. De esta manera la máquina asíncrona “retiene” el vehículo impidiendo que alcance velocidades excesivas. La velocidad final será pues ligeramente superior a la de sincronismo. Como se aprecia en este ejemplo, una máquina de inducción pasa automáticamente a funcionar como freno regenerativo si el sistema se acelera y su velocidad sobrepasa a la de sincronismo.

Si la máquina de inducción está alimentada mediante un variador de frecuencias se la puede hacer actuar como generador sin que aumente su velocidad. Para ello hay que reducir la frecuencia  $f_1$  de forma que la velocidad de sincronismo sea inferior a la de giro del rotor. De esta manera, disminuyendo gradualmente el valor de la frecuencia hasta valores muy bajos se puede ir reduciendo la velocidad hasta casi provocar la parada de la máquina.

En este frenado la máquina actúa como generador por lo que se puede recuperar la energía de frenado (menos la disipada en las pérdidas de la máquina) convirtiéndola en energía eléctrica que se devuelve a la red por el estator de la máquina asíncrona.

### Frenado por contracorriente

En este frenado se invierte el sentido de giro del campo magnético con respecto al de giro del rotor, por lo que la máquina empieza a funcionar con un deslizamiento superior a 1 y a ejercer un par de frenado (ver la Fig. 14).

En este tipo de funcionamiento la máquina tiene unas corrientes muy elevadas (superiores a las de arranque) y se calienta mucho, lo que puede provocar su deterioro. Por esta razón, no debe emplearse más que en casos excepcionales o en motores especialmente diseñados. A veces se utilizan sistemas similares a los de arranque (disminuir la tensión del estator o añadir resistencias en serie con el rotor) para reducir las corrientes durante este tipo de frenado.

En el caso de motores trifásicos la inversión del sentido de giro del campo magnético se consigue permutando la conexión de dos de las fases del estator.

En la Fig. 25 se muestra un ejemplo de este tipo de frenado cuando el par resistente  $M_r$  es debido a un rozamiento seco. Este es un par resistente constante, pero siempre de sentido contrario a la velocidad.

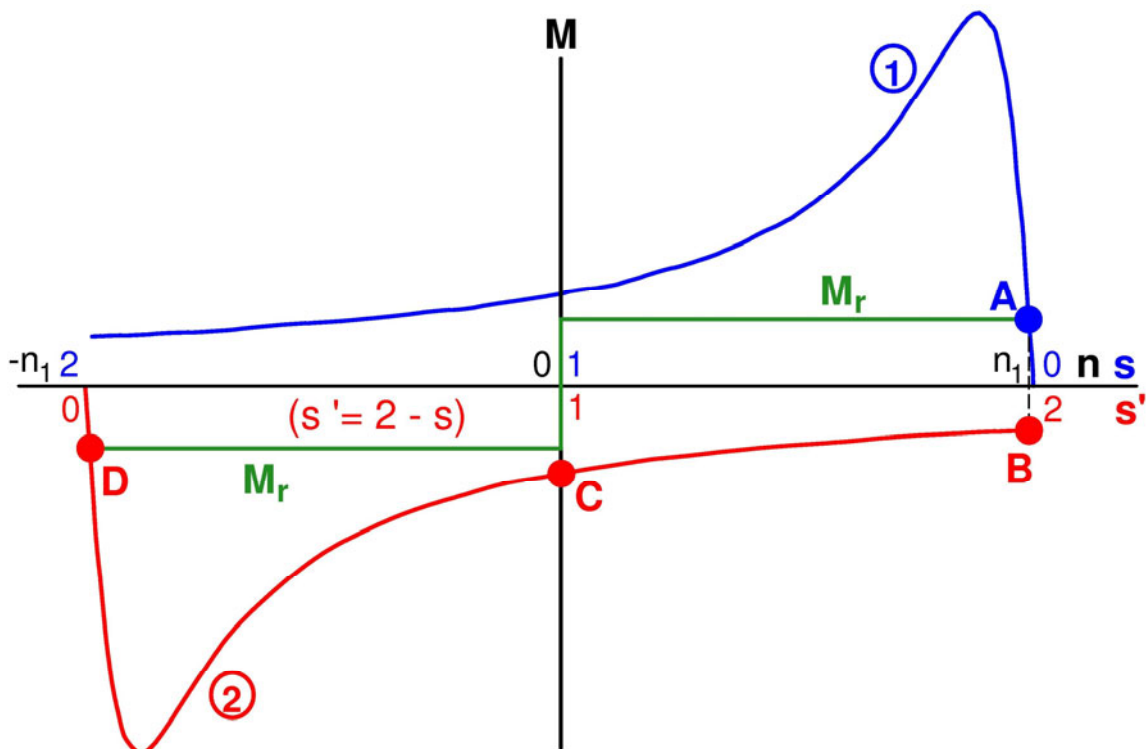


Fig. 25: Frenado a contracorriente

Cuando la máquina asíncrona tiene su campo magnético girando en sentido positivo (con velocidad  $n_1$ ) ejerce el par dado por la curva (1) de la Fig. 25, el cual es similar al indicado en la Fig. 14. En estas condiciones, de acuerdo con la relación (2), cuando la máquina gira con una velocidad  $n$  el deslizamiento  $s$  viene dado por:

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = 1 - \frac{n}{n_1} \quad (55)$$

## MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

Si se invierte el sentido de giro del campo giratorio, la velocidad de sincronismo pasa a ser  $-n_1$  con lo que a la velocidad  $n$  el deslizamiento ahora pasa a ser:

$$s' = \frac{-n_1 - n}{-n_1} = 1 + \frac{n}{n_1} = 2 - s \quad (56)$$

Teniendo esto en cuenta y que ahora la máquina actuará como motor (con el deslizamiento  $s'$  tomando valores entre 0 y 1) cuando su par sea negativo (del mismo sentido que la velocidad de sincronismo), se deduce que la máquina asíncrona ha pasado a funcionar con la curva (2) de la Fig. 25.

En el ejemplo de la Fig. 25 el sistema inicialmente se encontraba en el punto A actuando la máquina asíncrona como motor venciendo el par resistente. Ahora se quiere frenar rápidamente el sistema. Se invierten las conexiones de las fases del primario para conseguir el cambio de sentido de giro del campo giratorio. Esta inversión se puede realizar muy rápidamente, de forma que cuando ya se ha producido la inversión, la velocidad del rotor aún no le ha dado tiempo a cambiar debido a la inercia mecánica del conjunto máquina-carga. Esto hace que la curva de la máquina pase de ser la (1) a ser la (2) y el motor en el instante de la inversión pase a estar actuando como freno a contracorriente en el punto B. El sistema se ve ahora sometido a un par de frenado total que es la suma del par de la máquina asíncrona y del par resistente  $M_r$  de la carga. Esto provoca que la velocidad vaya disminuyendo rápidamente hasta que la máquina se sitúa en el punto C cuando la velocidad se ha anulado. En este instante se debe desconectar la alimentación del estator de la máquina asíncrona. De no hacerse así, la máquina volvería a actuar como motor, pero girando en sentido negativo, y acabaría por funcionar en el punto estable D.

En el momento de la inversión, cuando la máquina aún no ha modificado su velocidad y pasa del punto A al B en la Fig. 25, se produce un aumento muy grande de la corriente.

### **Frenado por inyección de corriente continua (frenado dinámico)**

En este procedimiento de frenado se alimenta el estator con corriente continua. De esta manera en el entrehierro de la máquina aparece un campo magnético fijo que induce f.e.m.s en los conductores del rotor si éste se está moviendo. Las corrientes rotóricas debidas a estas f.e.m.s se combinan con el campo magnético para producir un par que trata de evitar las variaciones de flujo sobre el devanado del rotor. Por lo tanto, este par intenta que el rotor no se mueva (para que los conductores rotóricos no “vean” un campo variable). Aparece, pues, un par de frenado.

Otra forma de comprender este funcionamiento es interpretar que en este caso la máquina funciona con un campo magnético giratorio cuya velocidad de sincronismo es nula (campo inmóvil).

Como en corriente continua en la ley de Ohm sólo intervienen las resistencias, pero no las reactancias, la tensión continua con que se alimenta el estator debe tener un valor pequeño para que no origine corrientes peligrosas.



**EJEMPLO DE CÁLCULO DE UN MOTOR ASÍNCRONO TRIFÁSICO**

**Enunciado:**

Un motor de inducción posee estas características:

|                       |                            |                               |
|-----------------------|----------------------------|-------------------------------|
| Trifásico             | Rotor bobinado             | $V_{1NL} = 400/690 \text{ V}$ |
| $f_1 = 50 \text{ Hz}$ | $n_N = 975 \text{ r.p.m.}$ | $m_i = m_v = 0,7$             |
| $R_1 = 0,97 \Omega$   | $R'_2 = 0,99 \Omega$       | $X_{cc} = 6,21 \Omega$        |

Si se desprecian las pérdidas mecánicas y el motor se conecta en *triángulo*, calcular:

- La velocidad de sincronismo, el número de polos y la tensión de línea de la red.
- La potencia y el par asignados.
- El par máximo y la capacidad de sobrecarga.
- El par y la intensidad de línea en el arranque directo y en el arranque estrella-triángulo.
- La velocidad a la que girará si se lo alimenta a la tensión asignada y debe mover una carga constante de 67 Nm.
- La nueva velocidad a la que girará este motor si se añade una resistencia de  $2 \Omega$  en serie con cada fase del rotor y debe seguir moviendo una carga constante de 67 Nm.
- La resistencia que habrá que conectar en serie con cada fase del rotor para conseguir que el par de arranque sea máximo.
- La tensión con que hay que alimentar a este motor para que su velocidad sea 978 r.p.m. cuando mueve la carga constante de 67 Nm.

NOTA: El rotor de esta máquina asíncrona permanece siempre en cortocircuito salvo en los apartados f) y g).

**Resumen de datos:**

|                                |                                        |                                               |                           |
|--------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------------------------|---------------------------|
| $m_1 = 3 \text{ fases}$        | Rotor bobinado                         | $V_{1NL} = 400/690 \text{ V}$                 | Triángulo                 |
| $f_1 = 50 \text{ Hz}$          | $n_N = 975 \text{ r.p.m.}$             | $m_i = m_v = 0,7$                             | $P_m \approx 0 \text{ W}$ |
| $R_1 = 0,97 \Omega$            | $R'_2 = 0,99 \Omega$                   | $X_{cc} = 6,21 \Omega$                        |                           |
| $R_x = 2 \Omega$ (apartado f)) | $n = 978 \text{ r.p.m.}$ (apartado h)) | $M_r = 67 \text{ Nm}$ (apartados e), f) y h)) |                           |

**Resolución:**

- Es sabido que la velocidad de sincronismo, expresada en r.p.m., se calcula mediante la expresión (1):

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p}$$

Por lo que, para una frecuencia  $f_1$  de 50 Hz se pueden obtener las siguientes velocidades de sincronismo en función del número de pares de polos  $p$  del motor:

|                                               |                                              |
|-----------------------------------------------|----------------------------------------------|
| $p = 1 \rightarrow n_1 = 3000 \text{ r.p.m.}$ | $p = 4 \rightarrow n_1 = 750 \text{ r.p.m.}$ |
| $p = 2 \rightarrow n_1 = 1500 \text{ r.p.m.}$ | $p = 5 \rightarrow n_1 = 600 \text{ r.p.m.}$ |
| $p = 3 \rightarrow n_1 = 1000 \text{ r.p.m.}$ | $p = 6 \rightarrow n_1 = 500 \text{ r.p.m.}$ |

y así sucesivamente.

## MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

Por otra parte, la velocidad de giro  $n$  del rotor guarda la relación (2) con la velocidad de sincronismo  $n_1$  y el deslizamiento  $s$ :

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} \rightarrow n = n_1(1 - s)$$

En funcionamiento normal el deslizamiento  $s$  es pequeño y la velocidad de giro  $n$  es ligeramente inferior a la de sincronismo  $n_1$ .

Por lo tanto, si en este caso se sabe que la frecuencia del estator  $f_1$  vale 50 Hz y la velocidad asignada es de 975 r.p.m. se puede deducir que la velocidad de sincronismo será de 1000 r.p.m. En efecto, de los posibles valores de velocidad de sincronismo para 50 Hz el más cercano por exceso a 975 r.p.m. es 1000 r.p.m.

Para  $n_1 = 1000$  r.p.m. y  $f_1 = 50$  Hz el número de pares de polos  $p$  vale 3. Luego, el número de polos es el doble,  $2p = 6$  polos.

En un motor trifásico el estator puede conectarse en estrella o en triángulo. Si se desea que la máquina funcione a su tensión asignada  $V_{1N}$ , las tensiones de línea deberán ser:

$$\begin{array}{ll} \text{Conexión estrella:} & V_{1NL} = \sqrt{3} V_{1N} \\ \text{Conexión triángulo:} & V_{1NL} = V_{1N} \end{array}$$

En este caso el enunciado indica que el motor es de 400/690 V. Esto quiere decir que para que el motor reciba su tensión asignada de fase ( $V_{1N} = 400$  V), la tensión de línea deberá ser  $V_{1NL} = 690$  V si el estator está conectado en estrella y deberá ser  $V_{1NL} = 400$  V si está conectado en triángulo.

La velocidad de sincronismo es  $n_1 = 1000$  r.p.m., el número de polos es  $2p = 6$  polos y la tensión de línea de la red de alimentación es  $V_{1NL} = 400$  V.

- b) Cuando se conoce una velocidad, ésta no se utiliza directamente para calcular el comportamiento de un motor asíncrono sino que se emplea el deslizamiento correspondiente. Por esto, lo primero que hay que hacer cuando hay un dato de velocidad es calcular su deslizamiento. En este caso, para condiciones asignadas se tiene que:

$$s_N = \frac{n_1 - n_N}{n_1} = \frac{1000 - 975}{1000} = 0,025$$

Dado que se desprecian las pérdidas mecánicas ( $P_m$ ) lo que hay que hacer es calcular la potencia interna y el par interno en condiciones asignadas.

En el circuito equivalente aproximado (Fig. 12) la potencia interna es la que se consume en la resistencia de carga  $R'_c$ . Luego:

$$P_u \approx P_{mi} = m_1 I_2'^2 R'_c = m_1 \frac{V_1^2}{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + X_{cc}^2} R'_2 \left(\frac{1}{s} - 1\right)$$

Utilizando la expresión anterior con los valores asignados de tensión (de fase), de frecuencia y de deslizamiento se obtiene:

$$P_{uN} \approx P_{miN} = 3 \cdot \frac{400^2}{\left(0,97 + \frac{0,99}{0,025}\right)^2 + 6,21^2} \cdot 0,99 \cdot \left(\frac{1}{0,025} - 1\right) = 11002 \text{ W}$$

El par asignado  $M_N$  se puede calcular a partir de la ecuación (39a):

$$M = \frac{P_{mi}}{\Omega} = \frac{P_{mi}}{\frac{2\pi}{60} n} \rightarrow M_N = \frac{P_{miN}}{\frac{2\pi}{60} n_N} = \frac{11002}{\frac{2\pi}{60} 975} = 108 \text{ Nm}$$

Este par también se podría haber calculado mediante la relación (42) utilizando la tensión asignada de fase ( $V_{1N} = 400 \text{ V}$ ) y el deslizamiento asignado ( $s_N = 0,025$ ):

$$\begin{aligned} M_N &= \frac{m_1 \frac{R'_2}{s_N}}{\frac{2\pi}{60} n_1} \frac{V_{1N}^2}{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s_N}\right)^2 + X_{cc}^2} = \\ &= \frac{3 \cdot \frac{0,99}{0,025}}{\frac{2\pi}{60} 1000} \frac{400^2}{\left(0,97 + \frac{0,99}{0,025}\right)^2 + 6,21^2} = 108 \text{ Nm} \end{aligned}$$

La potencia asignada es  $P_{uN} = 11002 \text{ W}$  y el par asignado vale  $M_N = 108 \text{ Nm}$ .

- c) El deslizamiento de par máximo  $s_m$  se calcula mediante la relación (43) en la que se utiliza el signo + cuando la máquina actúa como motor:

$$s_m = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} = \frac{0,99}{\sqrt{0,97^2 + 6,21^2}} = 0,158$$

Utilizando este valor de deslizamiento en la relación (42) se deduce que:

$$\begin{aligned} M_{\text{máx}} &= \frac{m_1 \frac{R'_2}{s_m}}{\frac{2\pi}{60} n_1} \frac{V_{1N}^2}{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s_m}\right)^2 + X_{cc}^2} = \\ &= \frac{3 \cdot \frac{0,99}{0,158}}{\frac{2\pi}{60} 1000} \frac{400^2}{\left(0,97 + \frac{0,99}{0,158}\right)^2 + 6,21^2} = 316 \text{ Nm} \end{aligned}$$

Luego la capacidad de sobrecarga vale

$$\text{Capacidad de sobrecarga} = \frac{M_{\text{máx}}}{M_N} = \frac{316}{108} = 2,93$$

El par máximo de este motor vale  $M_{\text{máx}} = 316 \text{ Nm}$  y su capacidad de sobrecarga es 2,93.

- d) Durante el arranque la corriente  $I'_{2a}$  del rotor reducida al estator es mucho mayor que la de vacío  $I_0$  y, por lo tanto, se desprecia esta última. Así, del circuito equivalente aproximado de un motor asíncrono (véase la Fig. 12) y sabiendo que en el arranque el deslizamiento vale la unidad ( $s = 1$ ) se obtiene que la intensidad de fase en un arranque viene dada por la relación (49):

$$I_a = I'_{2a} = \frac{V_1}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R'_2}{1}\right)^2 + X_{cc}^2}} = \frac{400}{\sqrt{\left(0,97 + \frac{0,99}{1}\right)^2 + 6,21^2}} = 61,4 \text{ A}$$

Al tratarse de conexión triángulo la corriente de línea de arranque directo  $\sqrt{3}$  veces mayor que la de fase:

$$I_{aL} = \sqrt{3} \cdot 61,4 = 106 \text{ A}$$

El par de arranque directo  $M_a$  se calcula mediante la ecuación del par (42) teniendo en cuenta que ahora el deslizamiento vale 1:

$$\begin{aligned} M_a &= \frac{m_1 \frac{R'_2}{1}}{\frac{2\pi}{60} n_1} \frac{V_{1N}^2}{\left(R_1 + \frac{R'_2}{1}\right)^2 + X_{cc}^2} = \\ &= \frac{3 \cdot \frac{0,99}{1}}{\frac{2\pi}{60} 1000} \frac{400^2}{\left(0,97 + \frac{0,99}{1}\right)^2 + 6,21^2} = 107 \text{ Nm} \end{aligned}$$

Se sabe que en el arranque estrella-triángulo la corriente de línea y el par están relacionados con las correspondientes magnitudes del arranque directo mediante las fórmulas (53):

$$I_{a\lambda} = \frac{I_{aL}}{3} = \frac{106}{3} = 35,4 \text{ A} \quad M_{a\lambda} = \frac{M_a}{3} = \frac{107}{3} = 35,7 \text{ Nm}$$

El par y la corriente de línea en el arranque directo son, respectivamente,  $M_a = 107 \text{ Nm}$  e  $I_{aL} = 106 \text{ A}$ . El par y la corriente de línea en el arranque estrella-triángulo son, respectivamente,  $M_{a\lambda} = 35,7 \text{ Nm}$  e  $I_{a\lambda} = 35,4 \text{ A}$ .

- e) En un motor de inducción el deslizamiento  $s$  es una manera práctica de indicar la velocidad de giro. Por lo tanto, si se desconoce una velocidad inmediatamente se debe pensar en obtener primero el deslizamiento para, a partir de él, calcular la velocidad.

El punto de funcionamiento será aquel en el se igualan el par del motor y el par resistente de la carga (Fig. 16). Como el par resistente es constante e igual a 67 Nm, sucederá que en este caso el punto de funcionamiento el motor deberá suministrar un par útil de 67 Nm. Si se desprecian las pérdidas mecánicas el par útil de la máquina es igual a su par interno, el cual se puede calcular mediante la relación (42). Luego, de todo lo anterior se deduce que:

$$M = \frac{m_1 \frac{R'_2}{s}}{\frac{2\pi}{60} n_1} \frac{V_{1N}^2}{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + X_{cc}^2} \rightarrow 67 = \frac{3 \cdot \frac{0,99}{s}}{\frac{2\pi}{60} 1000} \frac{400^2}{\left(0,97 + \frac{0,99}{s}\right)^2 + 6,21^2}$$

Esto es una ecuación de segundo grado en la que la incógnita es el deslizamiento  $s$  de la máquina en este estado. Esta ecuación se puede resolver más fácilmente si se realiza este cambio de variable:

$$x = \frac{R'_2}{s} = \frac{0,99}{s}$$

Con lo que la ecuación a resolver es:

$$67 = \frac{3 \cdot x}{\frac{2\pi}{60} 1000} \frac{400^2}{(0,97 + x)^2 + 6,21^2}$$

Se obtienen estas dos soluciones:

$$x = \begin{cases} 65,9 \\ 0,60 \end{cases} \rightarrow s = \begin{cases} 0,015 \\ 1,65 \end{cases}$$

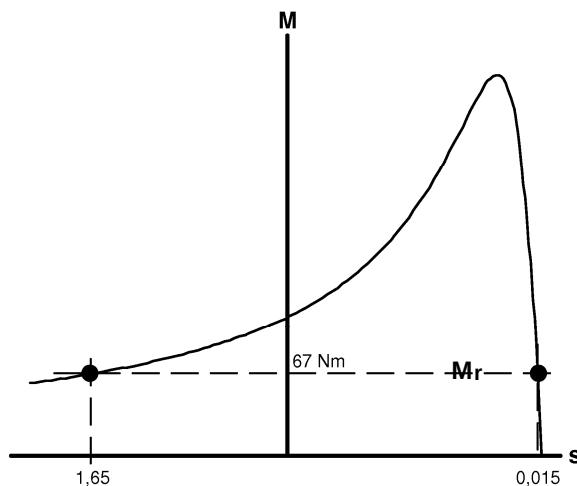


Fig. 26: Curva de par para el apartado e) del ejemplo

Si se representan estos dos puntos de funcionamiento sobre la curva del par (ver la Fig. 26) se observa que el primero corresponde a un funcionamiento como motor en la zona de bajos deslizamientos (zona usual de trabajo para este tipo de máquinas) y el otro corresponde a funcionamiento con gran deslizamiento (como freno a contracorriente). Por lo tanto, la solución buscada es la primera.

La velocidad de giro y el deslizamiento están relacionados mediante la relación (2). Luego:

## MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

$$n = n_1 (1 - s) = 1000 (1 - 0,015) = 985 \text{ r.p.m.}$$

La velocidad del motor en estas condiciones vale 985 r.p.m.

- f) Al igual que en el apartado anterior, en el nuevo punto de funcionamiento el motor seguirá proporcionando un par de 67 Nm.

Si se reduce la resistencia  $R_x$  al estator (mediante una relación similar a la (18)) se obtiene este valor:

$$R'_x = m_i \cdot m_v \cdot R_x = 0,7 \cdot 0,7 \cdot 2 = 0,98 \Omega$$

La máquina se comporta ahora como si la resistencia del secundario reducida la primario fuera la suma  $R'_2 + R'_x$ . Luego, la ecuación del par (42) ahora se convierte en:

$$M = \frac{m_1 \frac{R'_2 + R'_x}{s}}{\frac{2\pi}{60} n_1} \frac{V_{1N}^2}{\left(R_1 + \frac{R'_2 + R'_x}{s}\right)^2 + X_{cc}^2}$$

Luego, en este caso se tiene que:

$$67 = \frac{3 \cdot \frac{0,99 + 0,98}{s}}{\frac{2\pi}{60} 1000} \frac{400^2}{\left(0,97 + \frac{0,99 + 0,98}{s}\right)^2 + 6,21^2}$$

Esto vuelve a ser una ecuación de segundo grado que permite despejar el deslizamiento de la máquina en este estado. De forma análoga a como se hizo en el apartado anterior, esta ecuación se puede resolver más fácilmente si se realiza este cambio de variable:

$$x = \frac{R'_2 + R'_x}{s} = \frac{0,99 + 0,98}{s} = \frac{1,97}{s}$$

Con lo que la ecuación a resolver es la misma que antes:

$$67 = \frac{3 \cdot x}{\frac{2\pi}{60} 1000} \frac{400^2}{(0,97 + x)^2 + 6,21^2}$$

Se obtienen estas dos soluciones:

$$x = \begin{cases} 65,9 \\ 0,60 \end{cases} \rightarrow s = \begin{cases} 0,03 \\ 3,28 \end{cases}$$

En la Fig. 27 se comparan las curvas de par de la máquina cuando el rotor está en cortocircuito (apartado e)) y cuando a cada fase del rotor se añade la resistencia  $R_x$  (apartado f)).

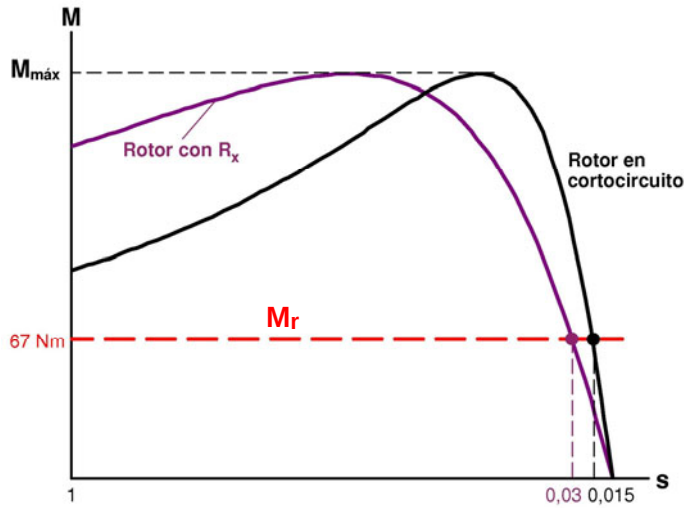


Fig. 27: Comparación entre las curvas de par para los apartados e) y f) del ejemplo

El valor que interesa corresponde a un funcionamiento como motor en la zona de bajos deslizamientos (zona usual de trabajo para este tipo de máquinas). Luego la máquina tendrá un deslizamiento igual a 0,03, lo que corresponde a una velocidad:

$$n = n_1 (1 - s) = 1000 (1 - 0,03) = 970 \text{ r.p.m.}$$

La velocidad en estas condiciones vale 970 r.p.m.

- g) Cuando se coloca una resistencia de valor  $R_{adic}$  en serie con cada fase del rotor se consigue que el par máximo se produzca en el arranque. Es decir, se consigue que el deslizamiento de par máximo valga 1. Luego, partiendo de la relación (43) se deduce la expresión (47):

$$s_m = 1 = \frac{R'_2 + R'_{adic}}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} \rightarrow R'_{adic} = \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2} - R'_2$$

que, en este motor, da este resultado:

$$R'_{adic} = \sqrt{0,97^2 + 6,21^2} - 0,99 = 5,30 \, \Omega$$

Quitando la reducción al estator, se llega finalmente a

$$R_{adic} = \frac{R'_{adic}}{m_v \cdot m_i} = \frac{5,30}{0,7 \cdot 0,7} = 10,8 \, \Omega$$

La resistencia a conectar en serie con cada fase del rotor para obtener el par máximo en el arranque vale  $R_{adic} = 10,8 \, \Omega$ .

- h) Como en los apartados e) y f) en este nuevo punto de funcionamiento el motor seguirá proporcionando un par de 67 Nm.

El deslizamiento correspondiente a la velocidad de 978 r.p.m. se obtiene mediante la relación (2):

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{1000 - 978}{1000} = 0,022$$

Luego, mediante la relación (42) se llega a:

$$M = \frac{m_1 \frac{R'_2}{s}}{\frac{2\pi}{60} n_1 \left( R_1 + \frac{R'_2}{s} \right)^2 + X_{cc}^2} \rightarrow 67 = \frac{3 \cdot \frac{0,99}{0,022}}{\frac{2\pi}{60} 1000 \left( 0,97 + \frac{0,99}{0,022} \right)^2 + 6,21^2} \frac{V_1^2}{V_1^2}$$

Despejando la tensión  $V_1$  se obtiene un valor de 334 V. Como el motor está conectado en triángulo, la tensión de línea es igual a la de fase ( $V_{1L} = V_1$ ).

En la Fig. 28 se comparan las curvas de par de la máquina cuando el motor está a la tensión asignada (apartado e)) y cuando está a una tensión menor (apartado (h)).

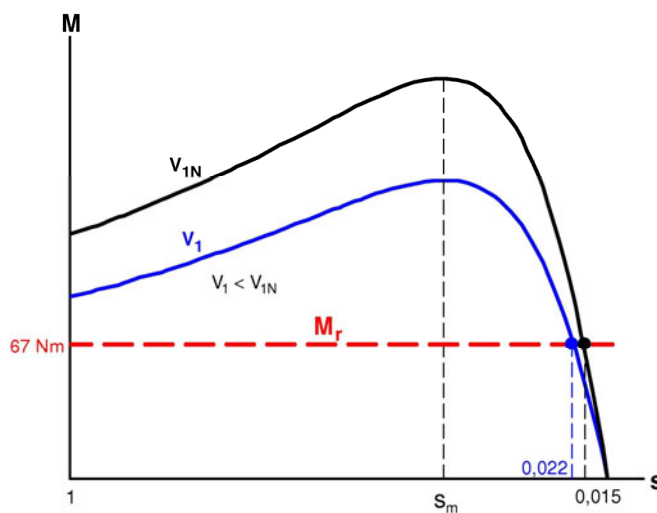


Fig. 28: Comparación entre las curvas de par para los apartados e) y h) del ejemplo

Para que la velocidad sea 978 r.p.m. cuando el motor mueve una carga de 67 Nm, la tensión de línea debe reducirse a un valor  $V_{1L} = 334$  V.

## MOTOR MONOFÁSICO DE INDUCCIÓN

En su forma básica un motor monofásico de inducción consiste en una máquina asíncrona de jaula de ardilla cuyo devanado del estator es monofásico.

El *Teorema de Leblanc* señala que un devanado monofásico recorrido por una corriente alterna monofásica crea un campo magnético *pulsante*, el cual equivale a dos campos magnéticos giratorios iguales que rotan en sentidos opuestos. Cada uno de estos campos giratorios origina un par similar al de una máquina asíncrona polifásica (Fig. 14).

Si el motor gira a una velocidad  $n$ , el deslizamiento  $s_d$  del campo giratorio directo (el que gira en el mismo sentido que el motor) vale

$$s_d = \frac{n_1 - n}{n_1} = 1 - \frac{n}{n_1} = s \quad (57)$$

y el deslizamiento  $s_i$  del campo inverso (el que gira en sentido contrario al del eje del motor) vale



$$s_i = \frac{(-n_1) - n}{(-n_1)} = 1 + \frac{n}{n_1} = 2 - s \quad (58)$$

La Fig. 29 representa los pares producidos por los dos campos giratorios (compárese con la Fig. 25 del frenado a contracorriente). El par  $M_i$  del campo inverso se opone al par  $M_d$  del campo directo, por lo que se representa hacia el lado negativo del eje de ordenadas. El par resultante  $M$  se obtiene sumando  $M_d$  y  $M_i$ .

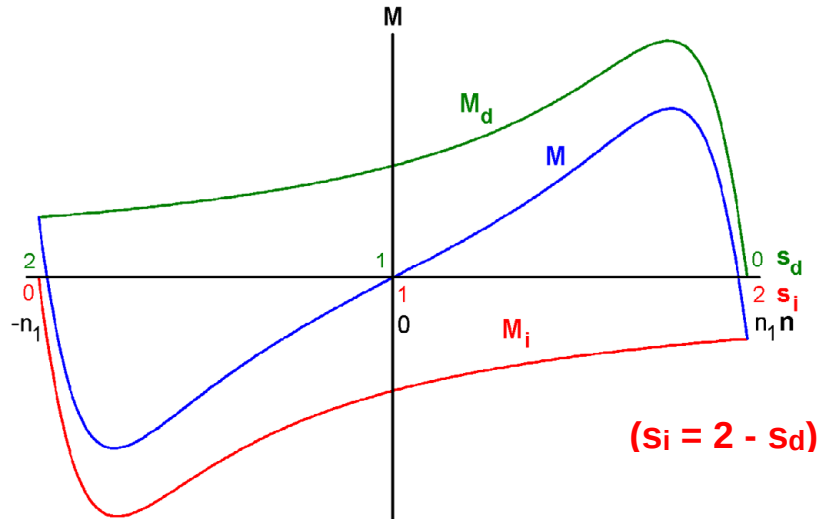


Fig. 29: Curva Par-velocidad de un motor monofásico de inducción

Nótese que el par de arranque de este motor es nulo, pues a velocidad nula los deslizamientos  $s_d$  y  $s_i$  son iguales y los dos campos giratorios ejercen pares de igual valor y sentidos opuestos, por lo que se anulan entre sí.

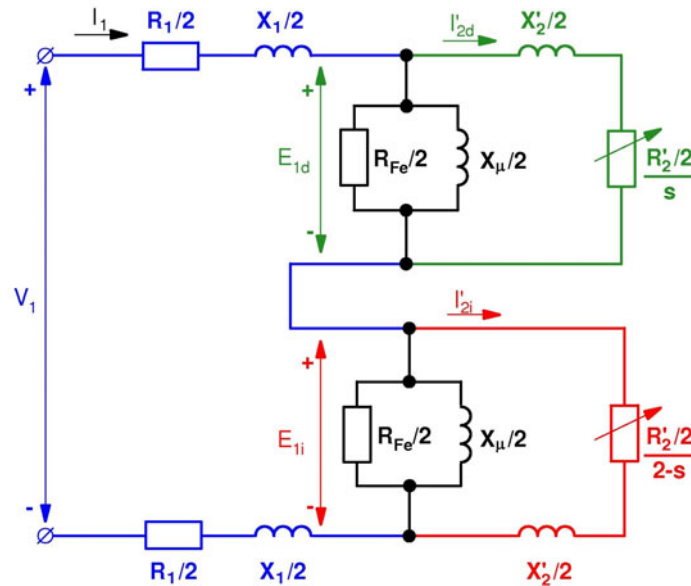


Fig. 30: Circuito equivalente de un motor monofásico de inducción

Sin embargo, las relaciones (57) y (58) (nótese su similitud con las (55) y (56)) indican que si se consigue hacer girar al motor a una velocidad  $n$  los deslizamientos de los dos campos giratorios no son iguales y el par resultante no será nulo. Por lo tanto, una vez arrancado, el motor sigue girando por sí mismo.

## MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

Como el par inverso  $M_i$  se opone al par directo  $M_d$ , este motor consume más corriente que si sólo actuase un único campo giratorio.

El análisis de los motores monofásicos de inducción se realiza mediante el circuito equivalente de la Fig. 30.

El principal inconveniente de los motores monofásicos de inducción es que tienen un par de arranque nulo. Existen variantes del motor monofásico que consiguen superar este problema haciendo que el motor se comporte como bifásico. Así se tienen los motores monofásicos con arranque por condensador y de fase partida.

### Motores con arranque por condensador

Los motores monofásicos con arranque por condensador poseen en su estator dos devanados desfasados  $90^\circ$  eléctricos en el espacio; uno de ellos se denomina *principal* y cubre los  $2/3$  de las ranuras del estator y el otro se denomina *auxiliar* y cubre el resto del estator.

En serie con el devanado auxiliar se conecta un condensador de tal manera que las intensidades que circulen por ambos devanados queden aproximadamente desfasadas  $90^\circ$  en el tiempo y sus módulos sean iguales (Fig. 31).

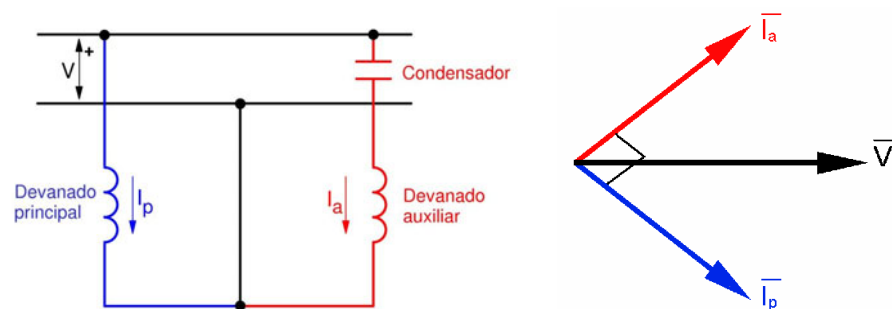


Fig. 31: Motor monofásico de condensador

Al circular unas corrientes de iguales valores eficaces y desfasadas entre sí  $90^\circ$  en el tiempo por unos devanados desfasados  $90^\circ$  eléctricos en el espacio la máquina se comporta como un motor bifásico y se genera un campo magnético giratorio que hace girar al motor.

Una vez arrancado el motor, se puede desconectar el devanado auxiliar y el motor seguirá funcionando como monofásico simple o se le puede dejar con el condensador y el devanado auxiliar conectados. En este último caso hay que dimensionar el condensador y el devanado auxiliar para que puedan funcionar conectados a la red no sólo durante el arranque, sino de forma permanente.

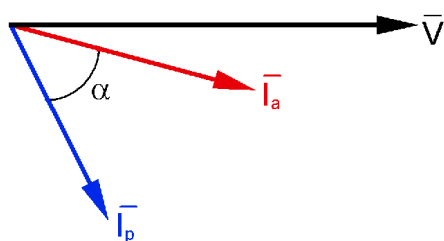


Fig. 32: Diagrama fasorial de un motor de fase partida

### Motores de fase partida

Los motores de fase partida poseen también dos devanados desfasados  $90^\circ$  eléctricos entre sí. El devanado principal tiene gran reactancia y baja resistencia y el devanado auxiliar tiene gran resistencia y baja reactancia. Así se consigue que las corrientes que circulan por ambos devanados estén desfasadas entre sí un ángulo  $\alpha$  (Fig. 32).

Las intensidades que circulan por ambos devanados,  $I_a$  e  $I_p$ , no tienen un desfase de  $90^\circ$ , por lo que no se obtiene un campo giratorio perfecto (de amplitud constante) sino un campo magnético giratorio de amplitud variable. Aún así, este campo logra hacer girar el rotor con lo que se consigue el arranque del motor. Una vez que el motor ha arrancado, un interruptor centrífugo desconecta automáticamente el devanado auxiliar y el motor queda funcionando como monofásico simple.

### **BIBLIOGRAFÍA**

- [1] AENOR. 1997. *UNE 60034-2: Máquinas eléctricas rotativas. Parte 2: Métodos para la determinación de las pérdidas y del rendimiento de las máquinas eléctricas rotativas a partir de los ensayos (excepto las máquinas para vehículos de tracción)*. Madrid: AENOR.
- [2] CHAPMAN. 2005. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.
- [3] CORTES. 1977. *Curso moderno de máquinas eléctricas rotativas. Tomo 3: Máquinas de c.a. asíncronas*. Barcelona: Editores Técnicos Asociados.
- [4] FAURE BENITO. 2000. *Máquinas y accionamientos eléctricos*. Madrid: Colegio oficial de ingenieros navales y oceánicos.
- [5] FITZGERALD, KINGSLEY Y UMANS. 2004. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.
- [6] FRAILE MORA, J. 2008. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.
- [7] GURRUTXAGA, J. A. 1985. *El fenómeno electromagnético. Tomo IV. Las máquinas eléctricas II*. Santander: Dpto. de publicaciones de la E.T.S.I.C.C.P. de Santander.
- [8] IVANOV-SMOLENSKI. 1984. *Máquinas eléctricas. Tomo 2*. Moscú: Editorial Mir.
- [9] KOSTENKO y PIOTROVSKI. 1979. *Máquinas eléctricas. Tomo II*. Moscú: Editorial Mir.
- [10] LANGSDORF. 1977. *Teoría de las máquinas de c.a.* Méjico: McGraw-Hill.
- [11] SANZ FEITO. 2002. *Máquinas eléctricas*. Madrid: Pearson Educación.
- [12] SERRANO IRIBARNEGARAY. 1989. *Fundamentos de máquinas eléctricas rotativas*. Barcelona: Marcombo Boixareu Editores.

**PROBLEMAS DE MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN**

- 1) Un motor asíncrono trifásico de 11 kW, 400 V, 6 polos y 50 Hz, gira a 965 r.p.m. a plena carga. El rendimiento y factor de potencia asignados son 88% y 0,76, respectivamente. Calcular:
- Velocidad de sincronismo.
  - Deslizamiento a plena carga.
  - Corriente de línea en condiciones asignadas.
  - Par de la máquina a plena carga.

- 2) Un motor de inducción trifásico de rotor bobinado, 50 Hz y 8 polos está conectado a una red de 400 V a la que demanda una potencia de 117 kW. En estas condiciones la corriente de línea en el estator es 219 A y el motor gira a 742,5 r.p.m.

Cuando este motor funciona en vacío consume una potencia de 5500 vatios con una corriente de línea de 78 A.

Este motor está conectado en triángulo, la resistencia de cada fase del estator vale 0,06 Ohms y sus pérdidas mecánicas son 1335 W.

Si el motor está funcionando con la carga citada anteriormente, calcular:

- El factor de potencia.
  - El par interno.
  - Las pérdidas en el cobre del rotor.
  - El rendimiento.
- 3) Un motor de inducción posee estas características:

Trifásico, de rotor bobinado

$$V_{1NL} = 380 \text{ ó } 660 \text{ V}$$

$$f_1 = 50 \text{ Hz}$$

$$n_N = 1470 \text{ r.p.m.}$$

$$R_1 = R'_2 = 0,0422 \, \Omega$$

$$X_{cc} = 0,431 \, \Omega$$

$$m_i = m_v = 0,8$$

Si se desprecian las pérdidas en el hierro y mecánicas y el motor se conecta en estrella, calcular:

- El número de polos.
  - Pares asignado y de arranque directo y la intensidad de arranque directo.
  - Resistencia a conectar en serie con el rotor para obtener el par máximo en el arranque e intensidad de arranque correspondiente.
  - Resistencia a conectar en serie con el rotor para reducir su velocidad a 1300 r.p.m. si el par resistente se mantiene constante e igual al asignado. Dibujar el resultado sobre la curva del par.
- 4) Un motor asíncrono trifásico de 380/660 V, 1764 r.p.m. y 60 Hz está conectado en triángulo y tiene estos parámetros:

$$R_1 = R'_2 = 0,5 \text{ Ohms}$$

$$X_{cc} = 5 \text{ Ohms}$$

Si se desprecian las pérdidas magnéticas y mecánicas, calcular:

- La velocidad de sincronismo, número de polos y tensión de la red.
- Par y corriente de arranque directo.
- Ídem si se emplea el método estrella-triángulo.
- Par asignado.
- La velocidad a que girará si debe vencer un par de 70 Nm y la tensión se ha reducido a un 90% de la asignada.
- La velocidad de giro si el par resistente se mantiene constante e igual a 70 Nm y la tensión se sigue reduciendo hasta el mínimo valor en que el motor aún puede seguir girando.

**NOTA:** Representar los resultados de los apartados e) y f) sobre la curva par-velocidad.

## MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

- 5) Un motor asíncrono trifásico de jaula de ardilla, 400/230 V, 50 Hz y 965 r.p.m. tiene estos parámetros:

$$R_1 = R'_2 = 0,58 \text{ Ohms} ; \quad X_{cc} = 2,84 \text{ Ohms}$$

Este motor está conectado a una red cuya tensión de línea vale 230 V y sus pérdidas mecánicas son despreciables.

- Indicar la forma de conexión de este motor, su número de polos y su velocidad de sincronismo.
  - ¿A qué velocidad girará este motor si debe vencer un par resistente constante de 54,45 Nm y la tensión de línea es 230 V?
  - Determinar la mínima tensión de línea a la que este motor aún puede proporcionar un par de 54,45 Nm.
  - Calcular la corriente de línea y el par en el arranque directo y en el arranque estrella-triángulo.
  - ¿Cuánto vale la mínima tensión de línea con la que este motor aún puede arrancar moviendo una carga con un par resistente constante de 54,45 Nm?
- 6) Un motor asíncrono trifásico de 400/230 V, 50 Hz y 1455 r.p.m. tiene estos parámetros:

$$R_1 = R'_2 = 0,6 \text{ Ohms} ; \quad X_{cc} = 2,4 \text{ Ohms}$$

Esta máquina está conectada a una red cuya tensión de línea vale 400 V y sus pérdidas mecánicas son despreciables.

- Indicar la forma de conexión de este motor. ¿Cuáles son su número de polos y su velocidad de sincronismo?
  - Calcular su potencia útil y su par cuando está en condiciones asignadas.
  - Esta máquina está funcionando como motor en condiciones asignadas y de manera brusca se permutan dos fases de la red de alimentación, por lo que empieza a funcionar como freno a contracorriente ¿Cuál será su par de frenado en esta situación?
  - Ahora se acopla una turbina de vapor al eje de esta máquina asíncrona y se la hace funcionar como generador girando a 1545 r.p.m. en el mismo sentido con que funcionaba como motor y sin cambiar la secuencia de fases. Calcular la potencia mecánica absorbida y el par de frenado.
- 7) Un motor asíncrono trifásico de 220/380 V, 50 Hz, 30 CV (caballos de vapor) y 970 r.p.m. tiene su par máximo a 850 r.p.m. y se sabe que se cumple que  $R_1 = R'_2$ . Si se desprecian las pérdidas magnéticas y mecánicas, calcular:
- La tensión de la red si el motor está a su tensión asignada conectado en triángulo.
  - La velocidad de sincronismo y el número de polos del motor.
  - Parámetros  $R_1$ ,  $R'_2$  y  $X_{cc}$  del circuito equivalente.
  - Pares asignado y máximo. Capacidad de sobrecarga.
  - La mínima tensión de la red a la cual este motor puede arrancar si debe mover una carga que demanda un par independiente de la velocidad de 100 Nm.
  - Corrientes de arranque directo y mediante el método estrella-triángulo.
- 8) Un motor de inducción trifásico de rotor bobinado tiene una placa de características con los siguientes datos: 380/660 V, 50 Hz, 965 r.p.m., 25 CV, velocidad de par máximo = 830 r.p.m.,  $R_1 = R'_2$ ,  $m_v = 2/3$ . Suponiendo que las pérdidas mecánicas y del hierro son despreciables y sabiendo que el motor está conectado a una red de 660 V, determinar:
- La forma de conexión del estator y el número de polos de la máquina.
  - Los parámetros  $R_1$ ,  $R'_2$  y  $X_{cc}$  de este motor.
  - Pares en la marcha asignada y en el arranque directo.
  - Resistencia a conectar en serie con el rotor para obtener el par máximo en el arranque y la capacidad de sobrecarga con el rotor en cortocircuito.
  - Mínima tensión de línea con que la máquina puede arrancar con el rotor en cortocircuito si se tiene que vencer un par resistente constante de 80 Nm.

NOTA: Representar los resultados obtenidos en el apartado e) sobre la curva del par.

## MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

- 9) Un motor asíncrono trifásico de 4 polos, 380/660 V, 50 CV y 50 Hz tiene los siguientes parámetros  $R'_2 = R_1 = 0,375 \text{ Ohms}$  y  $X_{cc} = 2,42 \text{ Ohms}$ .  
Si se desprecian las pérdidas mecánicas y las pérdidas en el hierro, calcular:

- a) Velocidad y par asignados.
- b) Par máximo y velocidad a la que se produce.
- c) Intensidad de línea y par en el arranque directo si el motor está conectado a una red de 380 V.
- d) Intensidad de línea y par en el arranque estrella-triángulo.
- e) Capacidad de sobrecarga.

- 10) Si un motor asíncrono de 240 V, 6 polos y 50 Hz tiene una frecuencia en el rotor de 2 Hz cuando funciona moviendo su carga asignada ¿Cuáles son su deslizamiento y su velocidad asignados?

- 11) Un motor de inducción trifásico de 4 polos, 254/440 V, 60 Hz está a tensión asignada conectado en estrella. Su velocidad asignada es de 1730 r.p.m., las pérdidas mecánicas y del hierro son despreciables y sus parámetros son:

$$R_1 = R'_2 = 0,35 \text{ Ohms/fase}; \quad X_{cc} = 0,85 \text{ Ohms/fase}$$

Calcular:

- a) Par asignado.
  - b) Intensidad y par de arranque.
  - c) Si el motor está moviendo una carga con un par constante e igual al asignado ¿Cuál es la nueva velocidad si la tensión del estator se reduce a un valor igual al 80% de la asignada?. Representar la solución a este apartado sobre la curva del par.
  - d) ¿Cual es la tensión de la red a la que está conectado el motor?
- 12) Un motor de inducción trifásico de 4 polos, 220/380 V, 50 Hz está a tensión asignada conectado en triángulo. Su velocidad asignada es 1440 r.p.m., las pérdidas mecánicas y del hierro son despreciables y sus parámetros son:

$$R_1 = R'_2 = 0,3 \text{ Ohm/fase}; \quad X_{cc} = 0,8 \text{ Ohm/fase}.$$

Calcular:

- a) Par asignado.
  - b) Intensidad y par en el arranque.
  - c) Si el motor está moviendo una carga con un par resistente constante e igual al par asignado, ¿Cual es la nueva velocidad si la tensión del estator se reduce a un valor igual al 80% de la tensión asignada?. Representar la solución a este apartado sobre la curva del par.
  - d) Si el arranque se realiza mediante el método estrella-triángulo, ¿Cual es la intensidad de arranque en estrella?
- 13) Un motor asíncrono trifásico de rotor bobinado, 400/230 V, 50 Hz y 965 r.p.m. proporciona su par máximo a una velocidad de 787,9 r.p.m. y tiene estos parámetros:

$$R'_2 = 0,3 \text{ Ohms}; \quad X_{cc} = 1,4 \text{ Ohms}; \quad m_v = m_i = 1,5$$

Este motor está conectado a una red cuya tensión de línea vale 230 V y sus pérdidas mecánicas son despreciables.

- a) Indicar la forma de conexión de este motor. ¿Cuáles son su número de polos, su velocidad de sincronismo y la resistencia del estator  $R_1$ ?
- b) Calcular su par asignado.
- c) Calcular la corriente de línea y el par en el arranque directo.
- d) Calcular la resistencia que hay que conectar en serie con cada fase del rotor para conseguir que el arranque se produzca con el par máximo.

## MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

- 14) Un motor asíncrono trifásico de rotor de jaula de ardilla, 690/400 V, 50 Hz y 4 polos tiene estos parámetros:

$$R_1 = 0,06 \text{ Ohms} ; \quad R'_2 = 0,48 \text{ Ohms} ; \quad X_{cc} = 2 \text{ Ohms}$$

Este motor está conectado en triángulo y sus pérdidas mecánicas son despreciables.

- a) Indicar la velocidad de sincronismo de este motor y la tensión de línea de la red a la que está conectado.
- b) Calcular su velocidad asignada sabiendo que su potencia asignada es 37 kW.
- c) Determinar la velocidad de este motor cuando su par es máximo.
- d) Calcular la corriente de línea y el par en el arranque directo.
- e) Este motor mueve una carga que demanda un par constante de 133,5 Nm. ¿Cuál es la mínima tensión de línea con la cual el motor aún es capaz de arrancar?

- 15) Un motor monofásico de rotor de jaula de ardilla tiene estas características:

|                        |                       |                          |
|------------------------|-----------------------|--------------------------|
| $2p = 4 \text{ polos}$ | $f_1 = 50 \text{ Hz}$ | $V_{1N} = 230 \text{ V}$ |
| $R_1 = 4 \Omega$       | $R'_2 = 3,6 \Omega$   | $R_{Fe} = \infty$        |
| $X_1 = 5 \Omega$       | $X'_2 = 2,6 \Omega$   | $X_\mu = 50 \Omega$      |

Las pérdidas mecánicas de este motor son despreciables.

Calcular el par y la potencia en el eje de este motor cuando su velocidad es 1425 r.p.m.

## MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

### SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS PROPUESTOS DE MAQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

- 1) a)  $n_1 = 1000$  r.p.m.; b)  $s_N = 0,035$ ; c)  $I_{1NL} = 23,7$  A; d)  $M_N = 109$  Nm
- 2) a)  $\cos \varphi_1 = 0,771$ ; b)  $M = 1405$  Nm; c)  $P_{Cu2} = 1103$  W; d)  $\eta = 92,2\%$
- 3) a) 4 polos; b)  $M_N = 1209$  Nm,  $M_a = 604$  Nm;  $I_{aL} = 865$  A  
c)  $R_{adic} = 0,61$  Ohms; d)  $R_x = 0,372$  Ohms
- 4) a)  $n_1 = 1800$  r.p.m., 4 polos,  $V_{1L} = 380$  V; b)  $M_a = 44,2$  Nm,  $I_{aL} = 129$  A;  
c)  $M_{a\lambda} = 14,7$  Nm,  $I_{a\lambda} = 43$  A; d)  $M_N = 85$  Nm; e) 1764 r.p.m.; f) 1621 r.p.m.
- 5) a) Triángulo,  $n_1 = 1000$  r.p.m.,  $2p = 6$  polos; b)  $n = 978$  r.p.m.; c)  $V_{1L} = 115$  V;  
d)  $I_{aL} = 130$  A,  $I_{a\lambda} = 43,3$  A,  $M_a = 93,5$  Nm,  $M_{a\lambda} = 31,2$  Nm; e)  $V_{1L} = 176$  V
- 6) a) Estrella,  $2p = 4$  polos,  $n_1 = 1500$  r.p.m.; b)  $P_{uN} = 7171$  W,  $M_N = 47,1$  Nm;  
c)  $M = -46,8$  Nm; d)  $P_u = -7595$  W,  $M = -47$  Nm
- 7) a)  $V_{1L} = 220$  V; b) 1000 r.p.m., 6 polos; c)  $R_1 = R'_2 = 0,174$  Ohms,  $X_{cc} = 1,15$  Ohms;  
d)  $M_N = 217$  Nm,  $M_{m\acute{a}x} = 519$  Nm, Capacidad de sobrecarga = 2,39; e) 170 V;  
f)  $I_{aL} = 317$  A,  $I_{a\lambda} = 106$  A
- 8) a) Estrella, 6 polos; b)  $R_1 = R'_2 = 0,715$  Ohms,  $X_{cc} = 4,15$  Ohms;  
c)  $M_a = 154$  Nm,  $M_N = 182$  Nm; d)  $R_{adic} = 7,87$  Ohms, Capacidad de sobrecarga = 2,31;  
e)  $V_{1L} = 475$  V
- 9) a)  $n_N = 1443$  r.p.m.,  $M_N = 243,5$  Nm; b)  $M_{m\acute{a}x} = 488$  Nm,  $n_m = 1271$  r.p.m.  
c)  $I_{aL} = 269$  A,  $M_a = 161$  Nm; d) Capacidad de sobrecarga = 2
- 10)  $s_N = 0,04$ ,  $n_N = 960$  r.p.m.
- 11) a)  $M_N = 105$  Nm; b)  $I_{aL} = 231$  A,  $M_a = 297$  Nm;  
c)  $n = 1618$  r.p.m. d)  $V_{1L} = 440$  V
- 12) a)  $M_N = 112,8$  Nm; b)  $I_{aL} = 380$  A,  $M_a = 277$  Nm;  
c)  $n = 1395$  r.p.m. d)  $I_{a\lambda} = 127$  A
- 13) a) Triángulo,  $2p = 6$  polos,  $n_1 = 1000$  r.p.m.,  $R_1 = 0,2$  Ohms; b)  $M_N = 165$  Nm;  
c)  $I_{aL} = 268$  A,  $M_a = 206$  Nm; d)  $R_{adic} = 0,5$  Ohms
- 14) a)  $n_1 = 1500$  r.p.m.,  $V_{1NL} = 400$  V; b)  $n_N = 1440$  r.p.m.; c)  $n_m = 1140$  r.p.m.  
d)  $I_{aL} = 334$  A,  $M_a = 342$  Nm; e)  $V_{1L} = 250$  V
- 15)  $M = 3,87$  Nm,  $P_u = 578$  W