UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA

PROBLEMAS RESUELTOS DE MAGNITUDES BÁSICAS DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

Miguel Angel Rodríguez Pozueta

Doctor Ingeniero Industrial

PRESENTACIÓN

Esta colección de problemas resueltos está estructurada de forma que ayude al alumno a resolver por sí mismo los problemas propuestos. Por esta causa este texto comienza con los enunciados de todos los problemas, seguidos de sus resultados, y finaliza con la resolución de cada problema según el siguiente esquema:

1) Se da el enunciado del problema.
2) Se muestran los resultados del problema.
3) Se proporcionan unas sugerencias para la resolución del problema.
4) Se expone la resolución detallada del problema.

Se sugiere al alumno que sólo lea el enunciado del problema y que trate de resolverlo por su cuenta. Si lo necesita, puede utilizar las sugerencias que se incluyen en cada problema.

El alumno sólo debería leer la resolución detallada de cada problema después de haber intentado resolverlo por sí mismo.

Por otra parte, este documento está diseñado para que se obtenga un texto impreso bien organizado si decide ahorrar papel imprimiéndolo a tamaño reducido, de forma que se incluyan dos páginas por cada hoja de papel A4 apaisado.

ENUNCIADOS DE LOS PROBLEMAS DE MAGNITUDES BÁSICAS DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

Miguel Angel Rodríguez Pozueta

(Recuerde que los términos *devanado*, *bobinado* y *arrollamiento* son sinónimos)

M.1 PARÁMETROS GEOMÉTRICOS. FACTOR DE SATURACIÓN

M.1.1 Una máquina asíncrona tiene estas características geométricas:

Estator: $K_1 = 36$ ranuras Diámetro interior: $d_1 = 24$ cm
Abertura de ranura: $b_{\delta 1} = 8$ mm

Rotor: $K_2 = 26$ ranuras Diámetro exterior: $d_2 = 23{,}8$ cm
Abertura de ranura: $b_{\delta 2} = 40\%$ del paso de ranura t_{r2}

Entrehierro: El cociente entre la longitud axial del entrehierro l_δ y el paso polar medido como arco de la circunferencia del estator t_{p1} vale 1,2.

Esta máquina está funcionando en un estado tal que en el entrehierro la inducción magnética se distribuye de forma perfectamente sinusoidal (no hay armónicos espaciales del campo magnético) y su valor máximo vale $B_M = 0{,}75$ T. En estas condiciones el factor de saturación vale $k_s = 1{,}4$.

Calcule:

a) El factor de Carter de esta máquina.
b) Su entrehierro equivalente δ.
c) El flujo por polo Φ_M.
d) El valor máximo de la fuerza magnetomotriz (f.m.m.) del entrehierro $\mathscr{F}_M$.

NOTA: Recuerde que la fórmula para calcular el factor de Carter es:

$$K_C = \frac{t_r}{t_r - \dfrac{b_\delta^2}{5\,\delta_g + b_\delta}}$$

M.2 FACTORES DE BOBINADO

M.2.1 Se está realizando el anteproyecto de una máquina síncrona trifásica de 12 polos. El inductor, colocado en el rotor, es de polos salientes de tal forma que origina una distribución espacial de la inducción magnética a lo largo del entrehierro prácticamente sinusoidal.

El estator tiene 144 ranuras uniformemente distribuidas donde se aloja el devanado inducido, que es de 2 capas y cuyas bobinas tienen un paso igual a 5/6 del paso polar.

Calcular el factor de bobinado del estator.

M.2.2 Un generador síncrono **monofásico** de 12 polos tiene el inductor (situado en el rotor) de polos salientes. El devanado inducido (situado en el estator) no ocupa toda la circunferencia del entrehierro, sino que en cada uno de sus polos solamente están ranurados 2/3 de su paso polar. Este devanado tiene bobinas de 10 espiras, es de una capa, todas sus bobinas están conectadas en serie, las ranuras están inclinadas un ángulo geométrico de 4° y ocupa 5 ranuras en cada polo. Calcular el factor de bobinado del estator.

M.2.3 Un alternador trifásico tiene un inducido de 6 polos, 12 ranuras por polo, dos capas, 4 conductores por ranura y bobinas acortadas en dos ranuras. Todas las espiras están conectadas en serie y las fases en estrella. Calcular los factores de distribución, de paso y de bobinado del devanado inducido.

M.3 FUERZAS ELECTROMOTRICES (F.E.M.S)

M.3.1 Un alternador síncrono trifásico de 2 polos y rotor liso tiene su inductor (en el rotor) alimentado por corriente continua de tal manera que en vacío genera un campo magnético en el entrehierro prácticamente sinusoidal que da lugar a un flujo por polo de 0,4 Wb.

Calcular el valor eficaz y la frecuencia de la fuerza electromotriz (f.e.m.) de línea en vacío del devanado estatórico si está conectado en triángulo, tiene dos capas y 4 ranuras por polo y fase, el paso está acortado en una ranura, cada una de sus fases tiene 100 espiras en serie y la máquina gira a 3000 r.p.m.

M.3.2 Calcular las fuerzas electromotrices (f.e.m.s) de fase y de línea engendradas en vacío en el alternador trifásico del problema M.2.3 si en esta situación el campo magnético se distribuye sinusoidalmente a lo largo del entrehierro y el flujo por polo es igual a 0,025 Wb. La velocidad de giro del alternador es de 1200 r.p.m.

M.3.3 En la máquina síncrona del problema M.2.1 calcular:

a) La frecuencia de las fuerzas electromotrices (f.e.m.s) inducidas en el estator si la máquina gira a 600 r.p.m. (revoluciones por minuto).

b) El número de espiras de cada fase del estator si estas están formadas por 3 ramas en paralelo, están conectadas en estrella y deben generar en vacío (cuando el flujo por polo vale 0,3 Wb) una f.e.m. fase-fase de 18 438 V.

M.3.4 Un motor síncrono de 4 polos tiene un inductor de rotor liso de 24 ranuras situado en el rotor. Estas ranuras no cubren la totalidad del inductor, sino solo los 2/3 del mismo, es decir, en cada polo solo está ranurado 2/3 del paso polar. El devanado del inductor es monofásico, de una capa, todas las espiras están conectadas en serie y el número de espiras de una bobina simple es de 20.

El inducido está alimentado por un sistema trifásico de corrientes a 50 Hz que genera un campo giratorio perfecto (sin armónicos) con un flujo por polo de 0,05 Wb.

Calcular la fuerza electromotriz (f.e.m.) que este campo induce sobre el devanado inductor en estas dos situaciones:

a) El rotor está parado.
b) El rotor gira a la velocidad de sincronismo.

M.3.5 Una máquina asíncrona trifásica de 6 polos, 50 Hz funciona en vacío de forma que la fuerza electromotriz (f.e.m.) de línea inducida en el estator es 15 000 V. El devanado del estator es así:

- Está conectado en estrella.
- Cada fase consta de dos ramas en paralelo.
- Se aloja en 90 ranuras uniformemente distribuidas.
- En cada ranura hay un total de 26 conductores.
- Tiene dos capas.
- El paso de bobina es de 13 ranuras.

Calcular:

a) La velocidad de sincronismo.
b) El flujo por polo.

Tabla I

DEVANADOS DE CORRIENTE ALTERNA

a'	Número de ramas en paralelo de una fase
B	Número total de bobinas simples
b	Número de bobinas simples de una fase por par de polos
b_G	Número de bobinas simples de un grupo polar
G	Número total de grupos polares
G_f	Número de grupos polares de una fase
I	Corriente total absorbida por una fase
I_r	Corriente que circula por cada una de las ramas en paralelo de una fase
K	Número total de ranuras
m	Número de fases
N_r	Número de espiras de una bobina simple
N_f	Número de espiras totales de una fase
N	Número de espiras efectivas en serie de una fase = Número de espiras de cada rama en paralelo de una fase
p	Número de pares de polos
Q	Número de ranuras por polo
q	Número de ranuras por polo y fase
Z_n	Número de conductores en una ranura
Z	Número de conductores efectivos en serie de una fase (Z = 2 N)

$$Q = m \cdot q$$

$$K = 2 \cdot p \cdot Q = 2 \cdot p \cdot m \cdot q$$

$$N_f = a' \cdot N$$

$$I = a' \cdot I_r$$

$$N = \frac{p}{a'} \cdot b \cdot N_r$$

$$N_f = p \cdot b \cdot N_r$$

$$B = m \cdot p \cdot b$$

$$B = G \cdot b_G$$

$$b \cdot N_r \cdot I_r = \left(\frac{N \cdot a'}{p}\right) \cdot \left(\frac{I}{a'}\right) = \frac{N\,I}{p}$$

$$G = m \cdot G_f$$

En **devanados de una capa** (como cada bobina ocupa dos ranuras):

$$\boxed{K = 2\,B} \rightarrow$$
$$\rightarrow 2 \cdot p \cdot m \cdot q = 2(m \cdot p \cdot b) \rightarrow$$
$$\rightarrow \boxed{q = b}$$

En **devanados de dos capas** (con un lado de bobina por capa):

$$\boxed{K = B} \rightarrow$$
$$\rightarrow 2 \cdot p \cdot m \cdot q = m \cdot p \cdot b \rightarrow$$
$$\rightarrow \boxed{2\,q = b}$$

En **devanados por polos**:

$$\boxed{G_f = 2\,p}$$

En **devanados por polos consecuentes**:

$$\boxed{G_f = p}$$

RESULTADOS DE LOS PROBLEMAS DE MAGNITUDES BÁSICAS DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

M.1 PARÁMETROS GEOMÉTRICOS. FACTOR DE SATURACIÓN

Problema M.1.1:

a) $K_C = 1{,}81$

b) $\delta = 1{,}81$ mm

c) $\Phi_M = 0{,}03393$ Wb

d) $\mathscr{F}_M = 1514$ Av

M.2 FACTORES DE BOBINADO

Problema M.2.1:

Factor de distribución: $\xi_d = 0{,}958$

Factor de acortamiento o de paso: $\xi_a = 0{,}966$

Factor de inclinación de ranura: $\xi_i = 1$

Factor de bobinado o de devanado: $\xi_b = 0{,}925$

Problema M.2.2:

Factor de distribución: $\xi_d = 0{,}833$

Factor de acortamiento o de paso: $\xi_a = 1$

Factor de inclinación de ranura: $\xi_i = 0{,}933$

Factor de bobinado o de devanado: $\xi_b = 0{,}827$

Problema M.2.3:

Factor de distribución: $\xi_d = 0{,}958$

Factor de acortamiento o de paso: $\xi_a = 0{,}966$

Factor de inclinación de ranura: $\xi_i = 1$

Factor de bobinado o de devanado: $\xi_b = 0{,}925$

M.3 FUERZAS ELECTROMOTRICES (F.E.M.S)

Problema M.3.1:
$E_L = E = 8427$ V
f = 50 Hz

Problema M.3.2:
E = 296 V
$E_L = 512{,}7$ V

Problema M.3.3:
a) 60 Hz
b) Cada rama en paralelo tiene N = 144 espiras
Cada fase tiene $N_f = 432$ espiras

Problema M.3.4:
a) E = 2214 V
b) E = 0 V

Problema M.3.5:
a) $n_1 = 1000$ r.p.m.
b) $\Phi_M = 0{,}214$ Wb

PROBLEMA M.1.1

ENUNCIADO

Una máquina asíncrona de 4 polos tiene estas características geométricas:

Estator: $K_1 = 36$ ranuras Diámetro interior: $d_1 = 24$ cm
Abertura de ranura: $b_{\delta 1} = 8$ mm

Rotor: $K_2 = 26$ ranuras Diámetro exterior: $d_2 = 23{,}8$ cm
Abertura de ranura: $b_{\delta 2} = 40\%$ del paso de ranura t_{r2}

Entrehierro: El cociente entre la longitud axial del entrehierro l_δ y el paso polar medido como arco de la circunferencia del estator t_{p1} vale 1,2.

Esta máquina está funcionando en un estado tal que en el entrehierro la inducción magnética se distribuye de forma perfectamente sinusoidal (no hay armónicos espaciales del campo magnético) y su valor máximo vale $B_M = 0{,}75$ T. En estas condiciones el factor de saturación vale $k_s = 1{,}4$.

Calcule:

a) El factor de Carter de esta máquina.

b) Su entrehierro equivalente δ.

c) El flujo por polo Φ_M.

d) El valor máximo de la fuerza magnetomotriz (f.m.m.) del entrehierro $\mathscr{F}_M$.

NOTA: Recuerde que la fórmula para calcular el factor de Carter es:

$$K_C = \frac{t_r}{t_r - \dfrac{b_\delta^2}{5\,\delta_g + b_\delta}}$$

RESULTADOS

a) $K_C = 1{,}81$
b) $\delta = 1{,}81$ mm
c) $\Phi_M = 0{,}03393$ Wb
d) $\mathscr{F}_M = 1514$ Av

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* El entrehierro geométrico δ_g es la distancia radial entre un diente del estator y un diente del rotor. Se calcula como la semidiferencia del diámetro interior del estator d_1 y del diámetro exterior del rotor d_2.

* El paso de ranura del estator t_{r1} es igual a la longitud de la circunferencia del estator que limita con el entrehierro dividida por su número de ranuras. Análogamente se calcula el paso de ranura del rotor t_{r2}.

  El enunciado proporciona la relación entre $b_{\delta 2}$ y t_{r2}, por lo tanto, conociendo t_{r2} se calcula inmediatamente la abertura de ranura del rotor $b_{\delta 2}$.

* El factor de Carter del estator K_{C1} se calcula con la fórmula que suministra el enunciado si en ella se usan los parámetros t_{r1} y $b_{\delta 1}$. Análogamente el factor de Carter del rotor K_{C2} se calcula con la fórmula que suministra el enunciado si en ella se usan los parámetros t_{r2} y $b_{\delta 2}$.

  El factor de Carter (que también se denomina *factor de entrehierro*) K_C de la máquina se calcula mediante el producto de K_{C1} y de K_{C2}.

* El entrehierro equivalente δ es igual al producto del entrehierro geométrico δ_g por el factor de Carter K_C.

* El paso polar medido como arco de la circunferencia interior del estator t_{p1} se obtiene dividiendo la longitud de esta circunferencia entre el número de polos.

  El enunciado proporciona la relación entre l_δ y t_{p1}. Por lo tanto, conociendo t_{p1} se calcula inmediatamente la longitud axial efectiva del entrehierro l_δ.

* El flujo por polo Φ_M se calcula mediante una fórmula que lo relaciona con el valor máximo del primer armónico de la inducción magnética del entrehierro B_M, el número de pares de polos p, la longitud l_δ y el diámetro d_1.

* El valor máximo del primer armónico de la fuerza magnetomotriz (f.m.m.) del entrehierro $\mathscr{F}_M$ se calcula mediante una fórmula que lo relaciona con el valor máximo del primer armónico de la inducción magnética del entrehierro B_M, del entrehierro (equivalente) δ y del factor de saturación k_s.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA M.1.1

Datos:

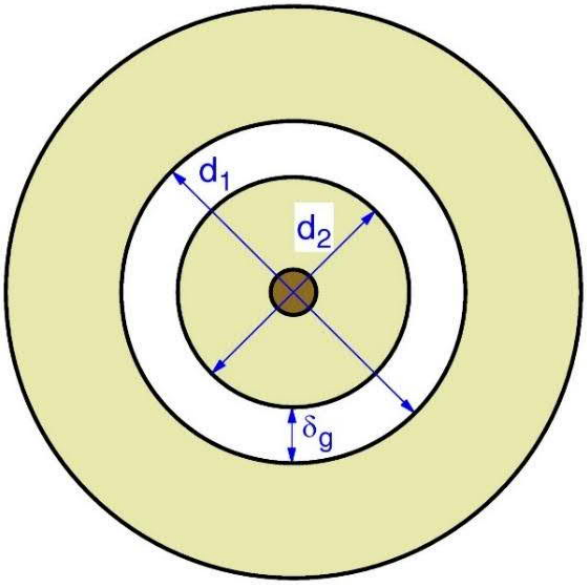
Estator:	K_1 = 36 ranuras	d_1 = 240 mm	$b_{\delta 1}$ = 8 mm
Rotor:	K_2 = 26 ranuras	d_2 = 238 mm	$b_{\delta 2} = 0{,}4\, t_{r2}$
Entrehierro:	l_δ/t_{p1} = 1,2	B_M = 0,75 T	

Factor de saturación: k_s = 1,4

Resolución:

a)

* <u>*Cálculo del entrehierro geométrico δ_g:*</u>



<u>Fig. 1</u>: Diámetros interior del estator (d_1) y exterior del rotor (d_2) y entrehierro geométrico (δ_g) en una máquina asíncrona

El entrehierro geométrico δ_g es la distancia radial medida desde un diente del estator a un diente del rotor. Como se aprecia en la Fig. 1, se verifica que:

$$d_1 = d_2 + 2\delta_g \quad \Rightarrow \quad \delta_g = \frac{d_1 - d_2}{2} \qquad (1)$$

Luego, en este caso el entrehierro geométrico vale

$$\delta_g = \frac{240 - 238}{2} = 1\,\text{mm}$$

<u>El entrehierro geométrico de esta máquina es δ_g = 1 mm</u>.

* *Cálculo de los pasos de ranura t_r y de las aberturas de las ranuras b_δ:*

La longitud de la circunferencia interior del estator vale

$$\pi \cdot d_1 = \pi \cdot 240 = 754\,\text{mm}$$

Luego el paso de ranura o distancia entre dos ranuras consecutivas del estator vale:

$$t_{r1} = \frac{\pi\, d_1}{K_1} = \frac{754\ \text{mm}}{36\ \text{ranuras}} = 20{,}94\ \text{mm}$$

La abertura de las ranuras del estator -es decir, el ancho de la boca de las ranuras- es dato del enunciado y vale $b_{\delta 1} = 8$ mm.

La longitud de la circunferencia exterior del rotor vale:

$$\pi \cdot d_2 = \pi \cdot 238 = 747{,}7\,\text{mm}$$

Luego el paso de ranura o distancia entre dos ranuras consecutivas del rotor es:

$$t_{r2} = \frac{\pi\, d_2}{K_2} = \frac{747{,}7\ \text{mm}}{26\ \text{ranuras}} = 28{,}76\ \text{mm}$$

Según el enunciado, la abertura de las ranuras del rotor -es decir, el ancho de la boca de sus ranuras- es el 40% de t_{r2}. En consecuencia:

$$b_{\delta 2} = 0{,}4 \cdot 28{,}76 = 11{,}5\ \text{mm}$$

Los pasos de ranura del estator y del rotor son $t_{r1} = 20{,}94$ mm y $t_{r2} = 28{,}76$ mm y sus respectivas aberturas de ranura son $b_{\delta 1} = 8$ mm y $b_{\delta 2} = 11{,}5$ mm.

* *Cálculo de los factores de Carter del estator y del rotor:*

Para el cálculo de estos parámetros se emplea la expresión que se suministra con el enunciado:

$$K_C = \frac{t_r}{t_r - \dfrac{b_\delta^2}{5\,\delta_g + b_\delta}} \qquad (2)$$

En el cálculo de este parámetro adimensional mediante la expresión (2) se puede usar cualquier unidad de medida para las longitudes que aparecen en el lado derecho del signo =, pero hay que tener cuidado de usar la misma unidad de medida para todas ellas.

El factor de Carter del estator K_{C1} es el factor de Carter si solo estuviera ranurado el estator y el rotor fuera liso. Se calcula mediante la fórmula (2) si en ella se emplean las magnitudes del estator t_{r1} y $b_{\delta 1}$. En este caso -midiendo todas las longitudes en milímetros- K_{C1} vale:

$$K_{C1} = \frac{20{,}94}{20{,}94 - \dfrac{8^2}{5 \cdot 1 + 8}} = 1{,}307$$

Análogamente, el factor de Carter del rotor K_{C2} es el factor de Carter si solo estuviera ranurado el rotor y el estator fuera liso. Se calcula mediante la fórmula (2) si en ella se emplean las magnitudes del rotor t_{r2} y $b_{\delta 2}$. Por lo tanto, en este caso K_{C2} vale:

$$K_{C2} = \frac{28{,}76}{28{,}76 - \dfrac{11{,}5^2}{5 \cdot 1 + 11{,}5}} = 1{,}386$$

Los factores de Carter del estator y del rotor valen: $K_{C1} = 1{,}307$ y $K_{C2} = 1{,}386$, respectivamente.

* *Cálculo del factor de Carter:*

El *factor de Carter* –también denominado *factor de entrehierro*- de la máquina es igual al producto de los factores de Carter del rotor y del estator:

$$K_C = K_{C1} \cdot K_{C2} \qquad (3)$$

Luego, en esta máquina: $K_C = 1{,}307 \cdot 1{,}386 = 1{,}81$

El factor de Carter de esta máquina vale $K_C = 1{,}81$.

b) El entrehierro equivalente δ es habitual que se designe simplemente "entrehierro" y es el que aparece en las fórmulas para el cálculo campo magnético en el entrehierro. δ es el entrehierro que tendría que tener una máquina ideal que se comporta de igual manera que la máquina real que se está estudiando y que tiene el estator y el rotor lisos, sin ranuras ni dientes, y que, además, tiene los mismos devanados que la máquina real pegados directamente sobre las superficies lisas del estator y del rotor que limitan con el entrehierro. Este parámetro se calcula mediante el factor del Carter:

$$\delta = K_C \cdot \delta_g \qquad (4)$$

Luego, en esta máquina: $\delta = 1{,}81 \cdot 1 = 1{,}81$ mm

El entrehierro equivalente vale $\delta = 1{,}81$ mm.

c) El *flujo por polo* de una máquina Φ_M es el flujo magnético que atraviesa una espira de paso diametral colocada en la posición donde dicho flujo es máximo.

Cuando solamente se tiene en cuenta el armónico fundamental del campo magnético (es decir, cuando se desprecian sus armónicos espaciales), el flujo por polo Φ_M se calcula así:

$$\Phi_M = \frac{d_1 \cdot l_\delta}{p} B_M \qquad (5)$$

B_M es el valor máximo del primer armónico de la inducción magnética del entrehierro y, según el enunciado, vale $B_M = 0{,}75$ Teslas.

p es el número de pares de polos y es igual a la mitad del número de polos. Por consiguiente, en esta máquina esta magnitud vale p = 2 pares de polos.

El *paso polar* es la distancia que abarca un polo magnético. Se puede medir en ranuras -en cuyo caso se designa y_1- indicando el ángulo que abarca -en cuyo caso vale siempre 180° eléctricos- o indicando la longitud del arco de circunferencia que abarca; en este último caso y si se usa la circunferencia interior del estator, se designa t_{p1}:

$$t_{p1} = \frac{\pi\, d_1}{2p} \qquad (6)$$

Luego,

$$t_{p1} = \frac{754 \text{ mm}}{4 \text{ polos}} = 188{,}5 \text{ mm}$$

Si se quisiera calcular el paso polar sobre la circunferencia exterior del rotor (lo cual no es necesario en este problema), se obtendría este resultado:

$$t_{p2} = \frac{\pi\, d_2}{2p} = \frac{747{,}7 \text{ mm}}{4 \text{ polos}} = 186{,}93 \text{ mm}$$

Según el enunciado la *longitud axial efectiva del entrehierro* l_δ, que se usa para el cálculo del campo magnético en el entrehierro, es igual a 1,2 veces t_{p1}:

$$\frac{l_\delta}{t_{p1}} = 1{,}2 \quad \Rightarrow \quad l_\delta = 1{,}2\, t_{p1} = 1{,}2 \cdot 188{,}5 = 377 \text{ mm}$$

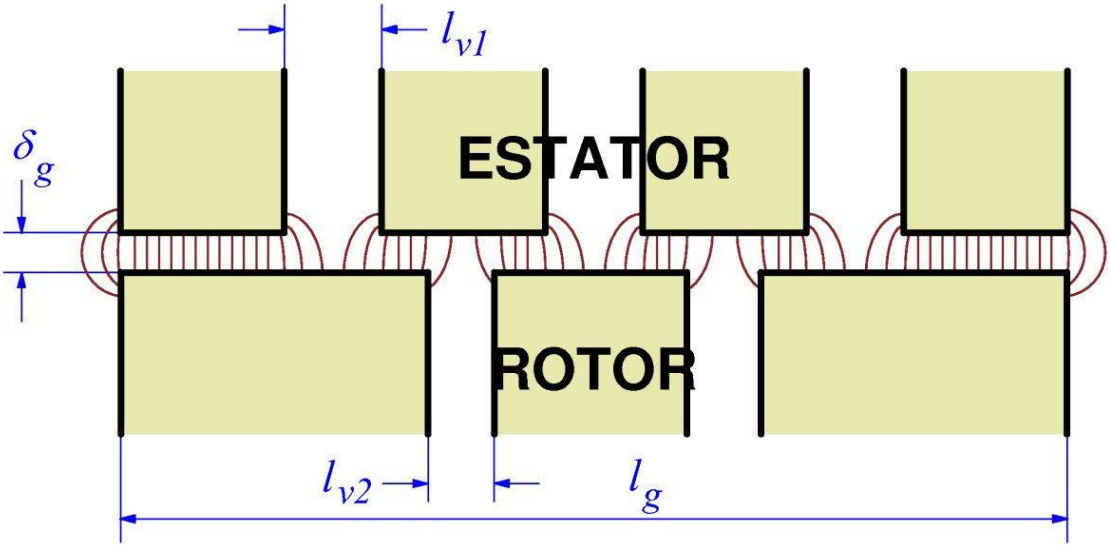


Fig. 2: Corte longitudinal del entrehierro de una máquina con 3 canales radiales de ventilación en el estator (de longitud l_{v1}) y 2 canales radiales de ventilación en el rotor (de longitud l_{v2}) no enfrentados. Cuando hay canales radiales en el estator y/o en el rotor la longitud efectiva l_δ que aparece en la fórmula (5) no es igual a la longitud geométrica l_g.

Esta longitud axial efectiva del entrehierro l_δ no siempre coincide con la longitud axial física del entrehierro, esto es, con la longitud geométrica l_g (Fig. 2). Cuando hay canales radiales de ventilación en el estator y/o en el rotor, l_δ no es igual a l_g y el cálculo de la relación entre ambas longitudes, incluyendo problemas resueltos sobre este tema, se indica en mi texto [13].

Aplicando la fórmula (5) se obtiene este resultado:

$$\Phi_M = \frac{0{,}240 \cdot 0{,}377}{2}\, 0{,}75 = 0{,}03393 \text{ Wb} = 33{,}93 \text{ mWb}$$

Nótese que para aplicar la fórmula (5) hay que medir todas las magnitudes en el Sistema Internacional y, por ello, las longitudes hay que indicarlas en metros.

El flujo por polo vale Φ_M = 0,03393 Wb = 33,93 mWb.

d) La fórmula que relaciona los valores máximos de la inducción magnética B_M y de la fuerza magnetomotriz (f.m.m.) en el entrehierro $\mathscr{F}_M$, cuando solo se tiene en cuenta el primer armónico o armónico fundamental de la distribución espacial del campo magnético a lo largo de la circunferencia del entrehierro, es la siguiente:

$$B_M = \frac{\mu_0}{k_s \cdot \delta}\, \mathscr{F}_M \qquad (7)$$

Luego, despejando la f.m.m.

$$\mathscr{F}_M = \frac{k_s \cdot \delta}{\mu_0} B_M \tag{8}$$

El *factor de saturación* es un parámetro adimensional, mayor o igual que 1, que siempre aparece multiplicando al entrehierro (equivalente) δ y que sirve para tener en cuenta el efecto de la reluctancia de los núcleos magnéticos del estator y del rotor. Cuando se desprecia esta reluctancia k_s vale 1.

Realmente en una máquina hay dos factores de saturación: el factor de saturación k_s y el factor de saturación de los dientes k_{st}. k_s se utiliza únicamente para el primer armónico o armónico fundamental del campo magnético y k_{st} se utiliza para el resto de los armónicos espaciales del campo magnético (que en este caso, como es habitual, se desprecian).

Ambos factores de saturación no son constantes (salvo que se desprecie la reluctancia de los núcleos magnéticos, en cuyo caso ambos valen 1) pues dependen del grado de saturación de los núcleos magnéticos. El cálculo de estos parámetros se sale del alcance del presente documento y se describe en mi texto [13].

Utilizando la relación (8) se llega al siguiente resultado:

$$\mathscr{F}_M = \frac{1{,}4 \cdot \left(1{,}81 \cdot 10^{-3}\right)}{\mu_0} 0{,}75 = 1514 \text{ Av}$$

Nótese que para aplicar la fórmula (8) hay que medir todas las magnitudes en el Sistema Internacional y, por ello, el entrehierro hay que expresarlo en metros. La unidad de medida de la f.m.m. es amperios-vueltas (Av) o, simplemente amperios (A).

<u>El valor máximo de la fuerza magnetomotriz (f.m.m.) en el entrehierro es $\mathscr{F}_M$ = 1514 Av</u>.

PROBLEMA M.2.1

ENUNCIADO

Se está realizando el anteproyecto de una máquina síncrona trifásica de 12 polos. El inductor, colocado en el rotor, es de polos salientes de tal forma que origina una distribución espacial de la inducción magnética a lo largo del entrehierro prácticamente sinusoidal.

El estator tiene 144 ranuras uniformemente distribuidas donde se aloja el devanado inducido, que es de doble capa y cuyas bobinas tienen un paso igual a 5/6 del paso polar.

Calcular el factor de bobinado del estator.

RESULTADOS

Factor de distribución: $\xi_d = 0{,}958$
Factor de acortamiento o de paso: $\xi_a = 0{,}966$
Factor de inclinación de ranura: $\xi_i = 1$
Factor de bobinado o de devanado: $\xi_b = 0{,}925$

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* El ángulo geométrico γ_g de separación entre dos ranuras consecutivas en un devanado que se aloja en ranuras que cubren la totalidad de la circunferencia del entrehierro (como es el caso de los devanados trifásicos) se obtiene dividiendo los 360° geométricos de la circunferencia entre el número total de ranuras K (γ_g = 360° / K).

* El número de ranuras por polo y fase q se obtiene dividiendo el número total de ranuras K entre el número de fases m y el número de polos (2p).

* Si las bobinas tienen un paso igual a 5/6 del paso polar significa que están acortadas en 1/6 del paso polar.

* El paso polar equivale a un ángulo eléctrico de 180°.

* Los ángulos eléctricos (también llamados "ángulos magnéticos") se obtienen multiplicando por p (p es el número de pares de polos) los ángulos geométricos (también denominados "ángulos mecánicos").

* El enunciado no indica ninguna inclinación de las ranuras en este bobinado, luego su factor de inclinación vale 1 (ξ_i = 1).

* El factor de bobinado ξ_b se calcula multiplicando los factores de distribución ξ_d, de paso ξ_a y de inclinación de ranura ξ_i ($\xi_b = \xi_d\ \xi_a\ \xi_i$).

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA M.2.1

Datos:

m = 3 fases	2 p = 12 polos
K = 144 ranuras	Paso de bobina = 5/6 del paso polar
Dos capas	Las ranuras no tienen inclinación

Resolución:

* *Cálculo del factor de distribución ξ_d:*

El factor de distribución se calcula por alguna de estas dos expresiones:

$$\xi_d = \frac{\operatorname{sen} \frac{q\,\gamma}{2}}{q \operatorname{sen} \frac{\gamma}{2}}$$

$$\xi_d = \frac{\operatorname{sen} \frac{\gamma_t}{2}}{q \operatorname{sen} \frac{\gamma_t}{2q}} \qquad (1)$$

El significado de los símbolos que aparecen en las dos expresiones anteriores es el siguiente:

q = número de ranuras por polo y fase
p = número de pares de polos
m = número de fases
K = número total de ranuras
γ = ángulo eléctrico de separación entre dos ranuras consecutivas
γ_t = ángulo eléctrico ocupado por las ranuras de una fase en un polo

De estas definiciones se deducen las fórmulas siguientes:

$$q = \frac{K}{(2\,p)\,m} \qquad (2)$$

$$\gamma_t = q \cdot \gamma \qquad (3)$$

El número de pares de polos p vale:

$$p = \frac{12 \text{ polos}}{2} = 6 \text{ pares de polos}$$

De la relación (2) se obtiene que en este devanado el parámetro q vale:

$$q = \frac{144}{(2 \cdot 6) \cdot 3} = 4 \text{ ranuras por polo y fase}$$

En este devanado todas las ranuras se reparten uniformemente a lo largo de la circunferencia del entrehierro; lo que significa que la *fracción λ de la circunferencia del estator que está ranurada* vale 1 ($\lambda = 1$).

El ángulo <u>geométrico</u> γ_g de separación entre dos ranuras consecutivas (medido en grados sexagesimales) se calcula así:

$$\gamma_g = \lambda \frac{360°}{K} \tag{4}$$

Sustituyendo valores se llega a

$$\gamma_g = 1 \frac{360°}{144} = 2{,}5° \text{ geométricos}$$

Por consiguiente, el ángulo <u>eléctrico</u> γ de separación entre dos ranuras consecutivas se calcula así:

$$\gamma = p \cdot \gamma_g = 6 \cdot 2{,}5 = 15° \text{ eléctricos}$$

Así, pues el ángulo eléctrico γ_t que ocupan las ranuras de una fase bajo un polo vale:

$$\gamma_t = q \cdot \gamma = 4 \cdot 15 = 60° \text{ eléctricos}$$

A este último resultado se puede llegar de otra manera. El ángulo eléctrico que ocupa un polo vale siempre 180° y la parte bajo el polo que está ranurada valdrá λ 180°. Este ángulo se reparte entre las m fases del devanado. Por lo tanto, sucede que:

$$\gamma_t = \lambda \frac{180°}{m} \tag{5}$$

Luego, en este caso, se llega a este valor:

$$\gamma_t = 1 \frac{180°}{3} = 60° \text{ eléctricos}$$

En los devanados trifásicos (m = 3 fases) el factor λ vale siempre 1. Luego, *en los devanados trifásicos el ángulo γ_t vale siempre 60°*.

Por último, el factor de distribución ξ_d se calcula aplicando cualquiera de las expresiones (1). Usando, por ejemplo, la primera de estas expresiones se obtiene este resultado:

$$\xi_d = \frac{\text{sen}\,\dfrac{4 \cdot 155}{2}}{4 \cdot \text{sen}\,\dfrac{15}{2}} = 0{,}958$$

<u>El factor de distribución vale $\xi_d = 0{,}958$.</u>

* *<u>Cálculo del factor de acortamiento o factor de paso ξ_a</u>:*

El factor de paso se calcula mediante la expresión siguiente:

$$\xi_a = \cos\frac{\beta}{2} \qquad (6)$$

En la fórmula anterior β es el ángulo eléctrico de acortamiento de una bobina y esta expresión solo se usa si el bobinado es de doble capa. Cuando el bobinado es de una capa y/o sus bobinas son de paso diametral (es decir, cuando el paso de las bobinas es igual al paso polar) sucede que el factor de paso o de acortamiento vale 1 ($\xi_a = 1$).

En este devanado las bobinas tienen un paso igual a 5/6 del paso polar, lo que significa que están acortadas en 1/6 del paso polar. El paso polar medido como ángulo eléctrico siempre vale 180° sexagesimales. Por lo tanto, las bobinas de este devanado están acortadas en un ángulo eléctrico de

$$\beta = \frac{1}{6} \cdot 180° = 30° \text{ eléctricos}$$

Este bobinado es de doble capa y sus bobinas están acortadas 30° eléctricos, luego su factor de acortamiento o de paso vale (de (6)):

$$\xi_a = \cos\frac{30°}{2} = 0{,}966$$

<u>El factor de paso vale $\xi_a = 0{,}966$.</u>

* *Cálculo del factor de inclinación de ranura ξ_i:*

El factor de inclinación de ranura se calcula mediante la expresión siguiente:

$$\xi_i = \frac{\operatorname{sen} \frac{\alpha_i}{2}}{\frac{\alpha_i}{2}} \tag{7}$$

En esta expresión el denominador debe estar expresado siempre en radianes y α_i es el ángulo eléctrico de inclinación de las ranuras.

Como en este bobinado las ranuras no tienen inclinación, el factor de inclinación de ranura vale $\xi_i = 1$.

* *Cálculo del factor de bobinado ξ_b:*

El factor de bobinado se calcula mediante este producto:

$$\xi_b = \xi_d \cdot \xi_a \cdot \xi_i \tag{8}$$

Luego, sustituyendo valores, se obtiene el siguiente resultado:

$$\xi_b = 0{,}958 \cdot 0{,}966 \cdot 1 = 0{,}925$$

El factor de bobinado vale $\xi_b = 0{,}925$.

ANEXO: FACTORES DE BOBINADO ARMÓNICOS

En los problemas de este texto siempre se supone que la distribución del campo magnético a lo largo de la circunferencia del entrehierro es sinusoidal. Esto es, se desprecian los armónicos de orden superior de la descomposición en serie de Fourier de esta distribución espacial del campo magnético y solamente se tiene en cuenta el primer armónico o armónico fundamental. Con esta suposición, las fórmulas que permiten calcular las fuerzas electromotrices (f.e.m.s) inducidas y las fuerzas magnetomotrices (f.m.m.s) creadas utilizan el factor de bobinado para el primer armónico, que se calcula como se ha explicado en los párrafos anteriores.

En estudios más avanzados sí que se tienen en cuenta los armónicos de orden superior de la distribución espacial del campo magnético, que en los devanados simétricos son orden h impar. En las fórmulas que estudian estos armónicos y las f.e.m.s que inducen se usan factores de bobinado armónicos. Estos factores se calculan de una manera similar a como se ha explicado para el primer armónico, pueden tener signo negativo y suelen tener un valor bastante más pequeño que el del primer armónico. Las fórmulas a emplear para obtener el factor de bobinado para el armónico de orden h son las siguientes:

Factor de distribución:

$$\xi_{dh} = \frac{\operatorname{sen} \frac{h\, q\, \gamma}{2}}{q \operatorname{sen} \frac{h\, \gamma}{2}} \qquad \xi_{dh} = \frac{\operatorname{sen} \frac{h\, \gamma_t}{2}}{q \operatorname{sen} \frac{h\, \gamma_t}{2q}} \tag{9}$$

Factor de acortamiento o de paso:

$$\xi_{ah} = \cos \frac{h\, \beta}{2} \tag{10}$$

En devanados de una capa y/o cuyas bobinas son diametrales este factor vale 1, sea cual sea el valor del orden armónico h.

Factor de inclinación de ranura:

$$\xi_{ih} = \frac{\operatorname{sen} \frac{h\, \alpha_i}{2}}{\frac{h\, \alpha_i}{2}} \tag{11}$$

En esta fórmula el denominador debe expresarse siempre en radianes. Si las ranuras no tienen inclinación este factor vale 1 ($\xi_{ih} = 1$), sea cual sea el valor de h.

Factor de bobinado:

$$\xi_{bh} = \xi_{dh} \cdot \xi_{ah} \cdot \xi_{ih} \tag{12}$$

Luego, a modo de ejemplo, se va a calcular el factor de bobinado para el armónico de orden 5 (h = 5) del devanado que se está estudiando en este problema.

Factor de distribución:

$$\xi_{dh} = \frac{\operatorname{sen}\dfrac{h\,\gamma_t}{2}}{q\ \operatorname{sen}\dfrac{h\,\gamma_t}{2q}} \Rightarrow \xi_{d5} = \frac{\operatorname{sen}\dfrac{5\cdot 60°}{2}}{4\ \operatorname{sen}\dfrac{5\cdot 60°}{2\cdot 4}} = 0{,}205$$

Factor de acortamiento o de paso:

$$\xi_{ah} = \cos\frac{h\,\beta}{2} \Rightarrow \xi_{a5} = \cos\frac{5\cdot 30°}{2} = 0{,}259$$

Factor de inclinación de ranura:

Como se trata de un devanado sin inclinación de ranura, este factor vale 1:

$$\xi_{i5} = 1$$

Factor de bobinado:

$$\xi_{bh} = \xi_{dh}\cdot\xi_{ah}\cdot\xi_{ih} \Rightarrow \xi_{b5} = 0{,}205\cdot 0{,}259\cdot 1 = 0{,}0531$$

<u>El factor de bobinado para el quinto armónico vale $\xi_{b5} = 0{,}0531$</u>.

PROBLEMA M.2.2

ENUNCIADO

Un generador síncrono **monofásico** de 12 polos tiene el inductor (situado en el rotor) de polos salientes. El devanado inducido (situado en el estator) no ocupa toda la circunferencia del entrehierro, sino que en cada uno de sus polos sólo están ranurados 2/3 de su paso polar. Este devanado tiene bobinas de 10 espiras, es de una capa, todas sus bobinas están conectadas en serie, las ranuras están inclinadas un ángulo geométrico de 4° y ocupa 5 ranuras en cada polo. Calcular el factor de bobinado del estator.

RESULTADOS

Factor de distribución: $\xi_d = 0{,}833$
Factor de acortamiento o de paso: $\xi_a = 1$
Factor de inclinación de ranura: $\xi_i = 0{,}933$
Factor de bobinado o de devanado: $\xi_b = 0{,}827$

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* El número de espiras de cada bobina es un dato superfluo para resolver este problema.

* El ángulo eléctrico que abarca el bobinado de un polo es, en este caso, igual a 2/3 del correspondiente al paso polar. Como se trata de un devanado con una sola fase, este ángulo es también igual a γ_t.

* El paso polar equivale siempre a un ángulo eléctrico de 180°.

* Se trata de un devanado monofásico que ocupa 5 ranuras en cada polo. Por lo tanto, el número de ranuras por polo y fase q de este bobinado es 5.

* Si el devanado es de una capa el factor de acortamiento ξ_a vale 1.

* Recuérdese que $\gamma_t = q\,\gamma$

* Los ángulos eléctricos (también llamados "ángulos magnéticos") se obtienen multiplicando por p (p es el número de pares de polos) los ángulos geométricos (también denominados "ángulos mecánicos").

* En la fórmula que permite calcular el factor de inclinación de ranura ξ_i el denominador debe expresarse siempre en radianes.

* El factor de bobinado ξ_b se calcula multiplicando los factores de distribución ξ_d, de paso ξ_a y de inclinación de ranura ξ_i ($\xi_b = \xi_d\,\xi_a\,\xi_i$).

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA M.2.2

Datos:

m = 1 fase 2p = 12 polos Devanado de una capa
Cada polo tiene ranurado 2/3 del paso polar ($\lambda = 2/3$)
$\alpha_{ig} = 4°$ geométricos Q = 5 ranuras/polo

Resolución:

* *Cálculo del factor de distribución ξ_d:*

El factor de distribución se calcula por alguna de estas dos expresiones:

$$\xi_d = \frac{\operatorname{sen}\frac{q\,\gamma}{2}}{q\,\operatorname{sen}\frac{\gamma}{2}} \qquad \xi_d = \frac{\operatorname{sen}\frac{\gamma_t}{2}}{q\,\operatorname{sen}\frac{\gamma_t}{2q}} \qquad (1)$$

q = número de ranuras por polo y fase: $q = K/(2\,p\,m) = Q/m$ (2)
p = número de pares de polos
m = número de fases
K = número total de ranuras
γ = ángulo eléctrico de separación entre dos ranuras consecutivas
γ_t = ángulo eléctrico ocupado por las ranuras de una fase en un polo: $\gamma_t = q \cdot \gamma$ (3)

Se trata de un devanado monofásico (m = 1) que ocupa 5 ranuras en cada polo (Q = 5). Por lo tanto, según (2) el número de ranuras por polo y fase q de este bobinado vale 5:

q = 5/1 = 5 ranuras por polo y fase

El número de pares de polos p vale $p = \frac{12\text{ polos}}{2} = 6\text{ pares de polos}$

Se trata de un devanado monofásico (m = 1 fase) donde el ranurado cubre solamente los 2/3 de la circunferencia del estator (pues solamente están ranurados los 2/3 de cada polo); es decir, sucede que la fracción ranurada es $\lambda = 2/3$. Luego, el ángulo eléctrico γ_t vale:

$$\gamma_t = \lambda\,\frac{180°}{m} = \frac{2}{3}\,\frac{180°}{1} = 120°\text{ eléctricos}$$

Aplicando la segunda de las expresiones (1) se obtiene que

$$\xi_d = \frac{\operatorname{sen}\frac{120}{2}}{5 \cdot \operatorname{sen}\frac{120}{2 \cdot 5}} = 0{,}833$$

<u>El factor de distribución vale $\xi_d = 0{,}833$.</u>

* *Cálculo del factor de acortamiento o de paso ξ_a:*

Se trata de un devanado de una capa; luego, el factor de paso vale $\xi_a = 1$.

* *Cálculo del factor de inclinación de ranura ξ_i:*

El factor de inclinación de ranura se calcula mediante la expresión siguiente:

$$\xi_i = \frac{\operatorname{sen}\frac{\alpha_i}{2}}{\frac{\alpha_i}{2}} \qquad (4)$$

En esta expresión el denominador debe estar expresado siempre en radianes y α_i es el ángulo eléctrico de inclinación de las ranuras.

El enunciado indica que el ángulo geométrico de inclinación de las ranuras vale α_{ig} =4°. Luego, el ángulo eléctrico α_i vale:

$$\alpha_i = p \cdot \alpha_{ig} = 6 \cdot 4° = 24° \text{ eléctricos } \left(= 24\,\frac{\pi}{180°} = \frac{\pi}{7{,}5} = 0{,}419 \text{ radianes eléctricos}\right)$$

Luego, aplicando la relación (6) se obtiene que

$$\xi_i = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{24°}{2}\right)}{\frac{0{,}419}{2}} = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{0{,}419 \text{ rad}}{2}\right)}{\frac{0{,}419}{2}} = 0{,}993$$

El factor de inclinación de ranura vale $\xi_i = 0{,}993$.

* *Cálculo del factor de bobinado ξ_b:*

El factor de bobinado se calcula mediante este producto:

$$\xi_b = \xi_d \cdot \xi_a \cdot \xi_i \qquad (5)$$

Luego, sustituyendo valores, resulta que

$$\xi_b = 0{,}833 \cdot 1 \cdot 0{,}993 = 0{,}827$$

El factor de bobinado vale $\xi_b = 0{,}827$.

PROBLEMA M.2.3

ENUNCIADO

Un alternador trifásico tiene un inducido de 6 polos, 12 ranuras por polo, dos capas, 4 conductores por ranura y bobinas acortadas en dos ranuras. Todas las espiras están conectadas en serie y las fases en estrella. Calcular los factores de distribución, de paso y de bobinado del devanado inducido.

RESULTADOS

Factor de distribución: $\xi_d = 0{,}958$
Factor de acortamiento o de paso: $\xi_a = 0{,}966$
Factor de inclinación de ranura: $\xi_i = 1$
Factor de bobinado o de devanado: $\xi_b = 0{,}925$

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* El número de conductores por ranura y la conexión de las fases en estrella son datos superfluos para este problema (se usarán en el problema M.3.2).

* Si hay 12 ranuras por polo, el ángulo de separación entre dos ranuras consecutivas (este ángulo se denomina γ cuando se mide como ángulo eléctrico) es 1/12 del ángulo correspondiente a un paso polar.

* Un paso polar equivale siempre a un ángulo <u>eléctrico</u> de 180°.

* Si las bobinas están acortadas en dos ranuras, significa que el ángulo eléctrico de acortamiento β es igual a dos veces el ángulo eléctrico de separación entre dos ranuras consecutivas γ.

  En general, el ángulo eléctrico β es igual al acortamiento (medido como número de ranuras) multiplicado por el ángulo γ.

* Los ángulos eléctricos (también llamados "ángulos magnéticos") se obtienen multiplicando por p (p es el número de pares de polos) los ángulos geométricos (también denominados "ángulos mecánicos").

* El factor de bobinado ξ_b se calcula multiplicando los factores de distribución ξ_d, de paso ξ_a y de inclinación de ranura ξ_i ($\xi_b = \xi_d\ \xi_a\ \xi_i$).

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA M.2.3

Datos:

m = 3 fases 2p = 6 polos Q = 12 ranuras por polo
Acortamiento = 2 ranuras Dos capas

Resolución:

* *Cálculo del factor de distribución ξ_d:*

El factor de distribución se calcula por alguna de estas dos expresiones:

$$\xi_d = \frac{\operatorname{sen}\frac{q\,\gamma}{2}}{q\,\operatorname{sen}\frac{\gamma}{2}} \qquad \xi_d = \frac{\operatorname{sen}\frac{\gamma_t}{2}}{q\,\operatorname{sen}\frac{\gamma_t}{2q}} \qquad (1)$$

q = número de ranuras por polo y fase: $q = \frac{K}{2\,p\,m} = \frac{Q}{m}$ (2)

p = número de pares de polos
m = número de fases
K = número total de ranuras
γ = ángulo geométrico de separación entre dos ranuras consecutivas
γ_t = ángulo eléctrico ocupado por las ranuras de una fase en un polo: $\gamma_t = q \cdot \gamma$ (3)

De (2) se obtiene que

$$q = \frac{K}{2\,p\,m} = \frac{\left(\frac{K}{2p}\right)}{m} = \frac{Q}{m} = \frac{12}{3} = 4 \text{ ranuras por polo y fase}$$

El número de pares de polos p vale: $p = \frac{6 \text{ polos}}{2} = 3$ pares de polos

El número de ranuras por polo y fase es q = 4, la circunferencia del estator está totalmente ranurada ($\lambda = 1$) y un paso polar vale 180° eléctricos. Por tanto, el ángulo γ_t y el ángulo eléctrico de separación entre dos ranuras consecutivas γ valen

$$\gamma_t = \lambda\frac{180°}{m} = 1\frac{180°}{3} = 60° \text{ eléctricos} \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{\gamma_t}{q} = \frac{60°}{4} = 15° \text{ eléctricos} \quad (4)$$

Realmente no es necesario calcular γ_t, ya que se sabe que *en los devanados trifásicos el ángulo γ_t vale siempre 60°.*

Finalmente, aplicando alguna de las dos expresiones (1), se calcula el factor de distribución. Si se utiliza la primera de estas expresiones, se opera así:

$$\xi_d = \frac{\text{sen}\,\dfrac{4 \cdot 15}{2}}{4 \cdot \text{sen}\,\dfrac{15}{2}} = 0{,}958$$

El factor de distribución vale $\xi_d = 0{,}958$.

* *Cálculo del factor de acortamiento o de paso ξ_a:*

El factor de paso se calcula mediante la expresión siguiente:

$$\xi_a = \cos\frac{\beta}{2} \qquad (5)$$

donde β es el ángulo eléctrico de acortamiento de una bobina.

Si las bobinas están acortadas en dos ranuras (acortamiento = 2 ranuras), significa que el ángulo eléctrico de acortamiento β es igual a dos veces el ángulo eléctrico de separación entre dos ranuras consecutivas γ. Luego, se obtiene que:

$$\beta = \text{acortamiento} \cdot \gamma = 2 \cdot 15° = 30^{\text{o}} \text{ eléctricos}$$

Como el devanado es de dos capas, el factor de paso (o de acortamiento) se calcula mediante la relación (5):

$$\xi_a = \cos\frac{30^{\text{o}}}{2} = 0{,}966$$

El factor de paso vale $\xi_a = 0{,}966$.

* *Cálculo del factor de inclinación de ranura ξ_i:*

Como en este bobinado las ranuras no tienen inclinación, el factor de inclinación de ranura vale $\xi_i = 1$.

* *Cálculo del factor de bobinado ξ_b:*

El factor de bobinado (o de devanado) se calcula mediante este producto:

$$\xi_b = \xi_d \cdot \xi_a \cdot \xi_i \qquad (6)$$

Luego, sustituyendo valores, resulta que $\xi_b = 0{,}958 \cdot 0{,}966 \cdot 1 = 0{,}925$

El factor de bobinado vale $\xi_b = 0{,}925$.

PROBLEMA M.3.1

ENUNCIADO

Un alternador síncrono trifásico de 2 polos y rotor liso tiene su inductor (en el rotor) alimentado por corriente continua de tal manera que en vacío genera un campo magnético en el entrehierro prácticamente sinusoidal que da lugar a un flujo por polo de 0,4 Wb.

Calcular el valor eficaz y la frecuencia de la fuerza electromotriz (f.e.m.) de línea en vacío del devanado estatórico si está conectado en triángulo, tiene dos capas y 4 ranuras por polo y fase, el paso está acortado en una ranura, cada una de sus fases tiene 100 espiras en serie y la máquina gira a 3000 r.p.m.

RESULTADOS

$E_L = E = 8427$ V
$f = 50$ Hz

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Este problema se resuelve por aplicación directa de la fórmula que calcula la fuerza electromotriz (f.e.m.) inducida: $E = 4{,}44\ f\ N\ \xi_b\ \Phi_M$

  De esta fórmula se conocen, por el enunciado, el número de espiras en serie de una fase $N = 100$ espiras y el flujo por polo $\Phi_M = 0{,}4$ Wb. Los demás factores que aparecen en la parte derecha del signo igual hay que obtenerlos a partir de los datos del enunciado.

* La frecuencia f se calcula sabiendo que la velocidad de sincronismo n_1 es 3000 r.p.m. (en una máquina síncrona la velocidad de giro es igual a la velocidad de sincronismo) y el número de pares de polos p es 1 (p es igual a la mitad del número de polos).

* El factor de bobinado ξ_b se calcula multiplicando los factores de distribución ξ_d, de paso ξ_a y de inclinación de ranura ξ_i ($\xi_b = \xi_d\ \xi_a\ \xi_i$).

* Al tratarse de un devanado trifásico el ángulo γ_t vale 60°.

* Un paso polar equivale siempre a un ángulo <u>eléctrico</u> de 180°.

* Los ángulos eléctricos (también llamados "ángulos magnéticos") se obtienen multiplicando por p (p es el número de pares de polos) los ángulos geométricos (también denominados "ángulos mecánicos").

* Si las bobinas están acortadas en una ranura, significa que el ángulo eléctrico de acortamiento β es igual al ángulo eléctrico de separación entre dos ranuras consecutivas γ.

  En general, el ángulo eléctrico β es igual al acortamiento (medido como número de ranuras) multiplicado por el ángulo γ.

* El devanado del estator tiene sus fases conectadas en triángulo. En consecuencia, la fuerza electromotriz (f.e.m.) de línea E_L es igual a la f.e.m. de fase E.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA M.3.1

Datos:

m = 3 fases	2p = 2 polos	Φ_M = 0,4 Wb
n = 3000 r.p.m.	Dos capas	Conexión triángulo
q = 4 ranuras por polo y fase		N = 100 espiras en serie

Paso acortado en una ranura (acortamiento = 1 ranura)

Resolución:

* *Cálculo de la frecuencia f:*

En una máquina síncrona la velocidad de giro n es igual a la velocidad de sincronismo n_1. Luego, en este caso sucede que: $n_1 = n = 3000$ r.p.m.

La velocidad del campo magnético es la de sincronismo n_1 y la del bobinado inducido es nula ($n_b = 0$), ya que está ubicado en el estator y, consecuentemente, está inmóvil. Por tanto, el valor absoluto de la velocidad relativa del conductor con respecto al campo es n_1. Por otra parte, el número de pares de polos p es 1 (p es igual a la mitad del número de polos). Luego, en este devanado aparece una f.e.m. de rotación con esta frecuencia:

$$f = \frac{p\,|n_b - n_1|}{60} = \frac{p\,n_1}{60} \qquad (1)$$

$$f = \frac{1 \cdot 3000}{60} = 50\,\text{Hz}$$

La frecuencia de la fuerza electromotriz (f.e.m.) inducida vale 50 Hz.

* *Cálculo del factor de distribución ξ_d:*

El factor de distribución se calcula por alguna de estas dos expresiones:

$$\xi_d = \frac{\text{sen}\,\frac{q\,\gamma}{2}}{q\,\text{sen}\,\frac{\gamma}{2}} \qquad \xi_d = \frac{\text{sen}\,\frac{\gamma_t}{2}}{q\,\text{sen}\,\frac{\gamma_t}{2q}} \qquad (2)$$

El significado de los símbolos que aparecen en las expresiones anteriores es el siguiente:

q = número de ranuras por polo y fase
p = número de pares de polos
m = número de fases
K = número total de ranuras
γ = ángulo eléctrico de separación entre dos ranuras consecutivas
γ_t = ángulo eléctrico ocupado por las ranuras de una fase en un polo

De estas definiciones se deducen las fórmulas siguientes:

$$q = \frac{K}{(2\,p)\,m} \tag{3}$$

$$\gamma_t = q \cdot \gamma \tag{4}$$

Se sabe por el enunciado que el parámetro q vale q = 4 ranuras por polo y fase.

En un devanado trifásico (m = 3 fases) toda la circunferencia del estator está ranurada ($\lambda = 1$). Luego, el ángulo γ_t vale:

$$\gamma_t = \lambda \frac{180°}{m} = 1 \frac{180°}{3} = 60° \text{ eléctricos}$$

Realmente no es necesario calcular γ_t, ya que se sabe que *en los devanados trifásicos el ángulo γ_t vale siempre 60°.*

El ángulo eléctrico de separación entre dos ranuras contiguas γ vale (según (4)):

$$\gamma_t = q \cdot \gamma \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{\gamma_t}{q} = \frac{60°}{4} = 15° \text{ eléctricos}$$

El factor de distribución ξ_d se calcula aplicando una cualquiera de las dos expresiones (2). Empleando, por ejemplo, la primera de estas expresiones se obtiene que:

$$\xi_d = \frac{\text{sen}\,\dfrac{4 \cdot 15}{2}}{4 \cdot \text{sen}\,\dfrac{15}{2}} = 0{,}958$$

<u>El factor de distribución vale ξ_d = 0,958.</u>

* <u>*Cálculo del factor de paso ξ_a:*</u>

El factor de paso se calcula mediante la expresión siguiente:

$$\xi_a = \cos\frac{\beta}{2} \tag{5}$$

En la fórmula anterior β es el ángulo eléctrico de acortamiento de una bobina y este factor solo se usa si el bobinado es de doble capa.

Si las bobinas están acortadas en una ranura (acortamiento = 1 ranura), significa que el ángulo eléctrico de acortamiento β es igual al ángulo eléctrico de separación entre dos ranuras consecutivas γ:

$$\beta = \text{acortamiento} \cdot \gamma = 1 \cdot 15° = 15^{o}\,\text{eléctricos}$$

Como el devanado es de dos capas, el factor de paso se calcula mediante la relación (5):

$$\xi_a = \cos\frac{15^{o}}{2} = 0{,}991$$

El factor de paso vale $\xi_a = 0{,}991$.

* *Cálculo del factor de inclinación de ranura ξ_i:*

Como el enunciado no indica que en este bobinado las ranuras tengan inclinación, el factor de inclinación de ranura vale $\xi_i = 1$.

* *Cálculo del factor de bobinado ξ_b:*

El factor de bobinado se calcula mediante esta expresión:

$$\xi_b = \xi_d \cdot \xi_a \cdot \xi_i \qquad (6)$$

Luego, sustituyendo valores, resulta que:

$$\xi_b = 0{,}958 \cdot 0{,}991 \cdot 1 = 0{,}949$$

El factor de bobinado vale $\xi_b = 0{,}949$.

* *Cálculo de la fuerza electromotriz (f.e.m.) de fase E:*

La fuerza electromotriz inducida sobre una fase se calcula mediante esta relación:

$$E = 4{,}44\ f\,N\,\xi_b\,\Phi_M \qquad (7)$$

De esta fórmula se conocen por el enunciado el número de espiras en serie de una fase (es decir, el número de espiras de una de sus ramas en paralelo) N = 100 espiras y el flujo por polo $\Phi_M = 0{,}4$ Wb. La frecuencia y el factor de bobinado ya se han calculado y valen 50 Hz y 0,949, respectivamente.

Se obtiene, pues, que la aplicación de la fórmula (7) da este resultado:

$$E = 4{,}44 \cdot 50 \cdot 100 \cdot 0{,}949 \cdot 0{,}4 = 8427\ \text{V}$$

La fuerza electromotriz de fase E vale 8427 V.

* *Cálculo de la fuerza electromotriz (f.e.m.) de línea E_L:*

El devanado del estator tiene sus fases conectadas en triángulo. En consecuencia, la fuerza electromotriz (f.e.m.) de línea E_L (esto es, la f.e.m. entre fases) es igual a la f.e.m. de fase E:

Triángulo: $E_L = E = 8427$ V

La fuerza electromotriz de línea E_L vale 8427 V.

PROBLEMA M.3.2

ENUNCIADO

Calcular las fuerzas electromotrices (f.e.m.s) de fase y de línea engendradas en vacío en el alternador trifásico del problema M.2.3 si en esta situación el campo magnético se distribuye sinusoidalmente a lo largo del entrehierro y el flujo por polo es igual a 0,025 Wb. La velocidad de giro del alternador es de 1200 r.p.m.

RESULTADOS

$E = 296$ V
$E_L = 512{,}7$ V

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Este problema se resuelve por aplicación directa de la fórmula que calcula la f.e.m. inducida: $E = 4{,}44\ f\ N\ \xi_b\ \Phi_M$

  De esta fórmula se conocen, del problema M.2.3, el factor de bobinado ξ_b y, por el enunciado, el flujo por polo $\Phi_M = 0{,}025$ Wb. Los demás factores que aparecen en la parte derecha del signo igual hay que obtenerlos a partir de los datos del enunciado.

* La frecuencia f se calcula sabiendo que la velocidad de sincronismo n_1 es 1200 r.p.m. (en una máquina síncrona la velocidad de giro es igual a la velocidad de sincronismo) y que el número de pares de polos p es 3 (p es igual a la mitad del número de polos).

* El número total de ranuras K es igual al número de ranuras por polo Q multiplicado por el número de polos (2p).

  El número total de conductores del bobinado es igual al número total de ranuras K multiplicado por el número de conductores por ranura (que, según el enunciado, vale $Z_n = 4$ conductores/ranura).

  El número total de espiras del devanado es igual a la mitad del número total de conductores, puesto que cada espira tiene dos conductores.

  El número de espiras de una fase N_f es igual a (1/m) del número de espiras totales del devanado (m es el número de fases, en este caso 3).

  El número de espiras <u>en serie</u> de una fase N -es decir, el número de espiras de una de sus ramas en paralelo- se obtiene dividiendo N_f por el número de ramas en paralelo a'.

  Como en este caso todas las espiras de una fase están en serie, el número de ramas en paralelo vale a' = 1 y el valor del número de espiras en serie de una fase N es igual número de espiras de una fase N_f.

* Ya que las fases están conectadas en estrella, la f.e.m. de línea E_L se obtiene multiplicando la f.e.m. de fase E por raíz de 3.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA M.3.2

Datos:

m = 3 fases	2p = 6 polos	Nº ranuras por polo: Q = 12
Z_n = 4 conductores por ranura		a' = 1 rama en paralelo
ξ_b = 0,925		n = 1200 r.p.m.
Las fases se conectan en estrella		Φ_M = 0,025 Wb

Resolución:

* *Cálculo de la frecuencia f:*

En una máquina síncrona la velocidad de giro n es igual a la velocidad de sincronismo n_1. Luego, en este caso sucede que: $n_1 = n = 1200$ r.p.m.

La velocidad del campo magnético es la de sincronismo n_1 y la del devanado inducido es nula ($n_b = 0$), ya que está ubicado en el estator y, consecuentemente, está inmóvil. Por tanto, el valor absoluto de la velocidad relativa del conductor con respecto al campo es n_1. Por otra parte, el número de pares de polos p es 3 (p es igual a la mitad del número de polos). Luego, en este devanado aparece una f.e.m. de rotación con esta frecuencia:

$$f = \frac{p\,|n_b - n_1|}{60} = \frac{p\,n_1}{60} \qquad (1)$$

En este caso se obtiene

$$f = \frac{3 \cdot 1200}{60} = 60\,\text{Hz}$$

La frecuencia de la f.e.m. inducida vale 60 Hz.

* *Cálculo del número de espiras en serie de una fase N:*

El número total de ranuras K es igual al número de ranuras por polo Q multiplicado por el número de polos (2p):

$$K = Q\,(2p) = 12 \cdot 6 = 72\,\text{ranuras}$$

El número total de conductores es igual al número total de ranuras K multiplicado por el número de conductores por ranura (que vale $Z_n = 4$ según el enunciado).

$$K \cdot Z_n = 72 \cdot 4 = 288\,\text{conductores en total}$$

El número total de espiras del bobinado es igual a la mitad del número total de conductores, puesto que cada espira tiene dos conductores.

288 / 2 = 144 espiras en total

El número total de espiras de una fase N_f es igual a (1/m) del número de espiras totales del devanado (m es el número de fases, en este caso 3):

$$N_f = 144/3 = 48 \text{ espiras por fase}$$

En este caso todas las espiras de una fase están conectadas en serie; luego, el número de ramas en paralelo es a' = 1. Por lo tanto, el número de espiras en serie de una fase N es igual al número total de espiras de una fase N_f:

$$N = \frac{N_f}{a'} = \frac{48}{1} = 48 \text{ espiras en serie por fase}$$

<u>El número de espiras en serie de una fase vale N = 48 espiras.</u>

* *<u>Cálculo de la fuerza electromotriz (f.e.m.) de fase E</u>:*

La fuerza electromotriz (f.e.m.) de fase se calcula mediante la expresión siguiente:

$$E = 4{,}44\ f\,N\,\xi_b\,\Phi_M \qquad (2)$$

De esta fórmula se conocen, por el enunciado, el flujo por polo Φ_M = 0,025 Wb y el factor de bobinado ξ_b = 0,925 (ver el problema M.2.3). La frecuencia f y número de espiras N ya se han calculado y valen 60 Hz y 48 espiras, respectivamente.

Se obtiene, pues, que:

$$E = 4{,}44 \cdot 60 \cdot 48 \cdot 0{,}925 \cdot 0{,}025 = 296 \text{ V}$$

<u>La fuerza electromotriz (f.e.m.) de fase E vale 296 V.</u>

* *<u>Cálculo de la fuerza electromotriz (f.e.m.) de línea E_L</u>:*

El devanado del estator tiene sus fases conectadas en estrella. En consecuencia, la f.e.m. de línea E_L es igual a $\sqrt{3}$ veces la f.e.m. de fase E:

$$\text{Estrella: } E_L = \sqrt{3}\ E = \sqrt{3} \cdot 296 = 512{,}7 \text{ V}$$

<u>La fuerza electromotriz (f.e.m.) de línea E_L vale 512,7 V.</u>

PROBLEMA M.3.3

ENUNCIADO

En la máquina síncrona del problema M.2.1 calcular:

a) La frecuencia de las fuerzas electromotrices (f.e.m.s) inducidas en el estator si la máquina gira a 600 r.p.m. (revoluciones por minuto).

b) El número de espiras de cada fase del estator si estas están formadas por 3 ramas en paralelo, están conectadas en estrella y deben generar en vacío (cuando el flujo por polo vale 0,3 Wb) una fuerza electromotriz (f.e.m.) fase-fase (es decir, f.e.m. de línea) de 18438 V.

RESULTADOS

a) 60 Hz

b) Cada rama en paralelo tiene N = 144 espiras

Cada fase tiene N_f = 432 espiras

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* La frecuencia f se calcula sabiendo que la velocidad de sincronismo n_1 es 600 r.p.m. (en una máquina síncrona la velocidad de giro es igual a la velocidad de sincronismo) y que el número de pares de polos p es 6 (p es igual a la mitad del número de polos).

* Como cada fase consta de a' = 3 ramas en paralelo, el número total de espiras de una fase N_f es igual a a' veces el número de espiras en serie de cada una de las ramas N (que es el número de espiras N que aparece en la fórmula de la fuerza electromotriz (f.e.m.) que se cita en la sugerencia siguiente).

* El número de espiras en serie de una fase N (es decir, el número de espiras de una de sus ramas en paralelo) se despeja de la fórmula que calcula la f.e.m. inducida:

$$E = 4{,}44\ f\ N\ \xi_b\ \Phi_M$$

De esta fórmula se conocen, del problema M.2.1, el factor de bobinado ξ_b, por el enunciado, el flujo por polo $\Phi_M = 0{,}3$ Wb y, por el primer apartado de este problema, la frecuencia f.

En vacío, la tensión es igual a la fuerza electromotriz (f.e.m.) inducida.

La fuerza electromotriz (f.e.m.) de fase E se obtendrá a partir de la f.e.m. de línea E_L teniendo en cuenta que el devanado está conectado en estrella (en una estrella E es igual a E_L dividido por raíz de 3).

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA M.3.3

Datos:

$m = 3$ fases $\quad 2p = 12$ polos $\quad \xi_b = 0{,}925$

$n = 600$ r.p.m. $\quad \Phi_M = 0{,}3$ Wb $\quad E_L = 18438$ V

Una fase consta de a' = 3 ramas en paralelo

Las fases se conectan en estrella

Resolución:

a) *Cálculo de la frecuencia f:*

La frecuencia f se calcula sabiendo que la velocidad de sincronismo n_1 es 600 r.p.m. (en una máquina síncrona la velocidad de giro n es igual a la velocidad de sincronismo n_1), que el devanado inducido (en el estator) está inmóvil ($n_b = 0$) y el número de pares de polos p es 6 (p es igual a la mitad del número de polos).

$$f = \frac{p\,|n_b - n_1|}{60} = \frac{p\,n_1}{60} \qquad (1)$$

En este caso se obtiene

$$f = \frac{6 \cdot 600}{60} = 60 \text{ Hz}$$

La frecuencia de la fuerza electromotriz (f.e.m.) inducida vale 60 Hz.

b)

* *Cálculo del número de espiras en serie de una fase N:*

La f.e.m. de fase se calcula mediante la expresión siguiente:

$$E = 4{,}44\, f N\, \xi_b\, \Phi_M \qquad (2)$$

El devanado del estator tiene sus fases conectadas en estrella. En consecuencia, la f.e.m. de fase E es igual a $\frac{1}{\sqrt{3}}$ veces la f.e.m. de línea E_L:

$$E = \frac{E_L}{\sqrt{3}} = \frac{18438}{\sqrt{3}} = 10645 \text{ V}$$

Luego, sustituyendo valores en (2) se llega a

$$E = 10645 = 4{,}44 \cdot 60 \cdot N \cdot 0{,}925 \cdot 0{,}3$$

Despejando se obtiene N = 144 espiras.

El número de espiras en serie de una fase vale N = 144 espiras.

* *Cálculo del número de espiras de una fase N_f:*

Cuando una fase consta de varias ramas en paralelo (a' = número de ramas en paralelo de una fase) el número de espiras en serie de una fase N que aparece en la expresión (2) es el número de espiras de una de las ramas. Así pues, el número total de espiras de una fase N_f es igual a:

$$N_f = a' N \qquad (3)$$

Es decir,

$$N_f = 3 \cdot 144 = 432 \text{ espiras}$$

Cada fase del estator tiene N_f = 432 espiras.

PROBLEMA M.3.4

ENUNCIADO

Un motor síncrono de 4 polos tiene un inductor de rotor liso de 24 ranuras situado en el rotor. Estas ranuras no cubren la totalidad del inductor, sino solo los 2/3 del mismo, es decir, en cada polo solo está ranurado 2/3 del paso polar. El devanado del inductor es monofásico, de una capa, todas las espiras están conectadas en serie y el número de espiras de una bobina simple es de 20.

El inducido está alimentado por un sistema trifásico de corrientes a 50 Hz que genera un campo giratorio perfecto (sin armónicos) con un flujo por polo de 0,05 Wb.

Calcular la fuerza electromotriz (f.e.m.) que este campo induce sobre el devanado inductor en estas dos situaciones:

a) El rotor está parado.

b) El rotor gira a la velocidad de sincronismo.

RESULTADOS

a) E = 2214 V
b) E = 0 V

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Este problema se resuelve por aplicación directa de la fórmula que calcula la fuerza electromotriz (f.e.m.) inducida: $E = 4{,}44\ f\ N\ \xi_b\ \Phi_M$

  De esta fórmula se conoce, por el enunciado, el flujo por polo $\Phi_M = 0{,}05$ Wb. Los demás factores que aparecen en la parte derecha del signo igual hay que obtenerlos a partir de los datos del enunciado.

* Las corrientes del estator, de frecuencia 50 Hz, generan un campo giratorio perfecto. Si el rotor está parado, los conductores del rotor ven girar el campo magnético a la velocidad de sincronismo y se inducirán fuerzas electromotrices (f.e.m.s) de la misma frecuencia que las corrientes del estator (50 Hz) puesto que ambos devanados, de estator y de rotor, tienen el mismo número de polos.

* Dado que todas las espiras de una fase están en serie, el número de espiras en serie de una fase N es igual al número total de espiras de la fase, el cual se puede obtener multiplicando el número de bobinas que se conectan en serie para formar una fase por el número de espiras de cada una de estas bobinas (20 espiras, según el enunciado).

  El número de bobinas por fase es igual al número total de bobinas B dividido por el número de fases.

  El devanado es de simple capa, luego en cada ranura hay un lado de bobina. Como cada bobina tiene dos lados significa que el número total de bobinas B será igual a la mitad del número total de ranuras K donde se aloja el bobinado.

* El factor de bobinado ξ_b se calcula multiplicando los factores de distribución ξ_d, de paso ξ_a y de inclinación de ranura ξ_i ($\xi_b = \xi_d\ \xi_a\ \xi_i$).

* El número de ranuras por polo y fase q se calcula dividiendo el número total de ranuras K entre el número de fases m y el número de polos (2p). En este caso el devanado es de una fase (m = 1) ya que el inductor de una máquina síncrona se alimenta con corriente continua.

* El ángulo <u>eléctrico</u> que abarca el bobinado de un polo es, en este caso, igual a 2/3 del correspondiente al paso polar (180° eléctricos). Como se trata de un devanado con una sola fase, este ángulo es también igual a γ_t.

* Los ángulos eléctricos (también llamados "ángulos magnéticos") se obtienen multiplicando por p (p es el número de pares de polos) los ángulos geométricos (también denominados "ángulos mecánicos").

* Si el rotor gira a la velocidad de sincronismo no existe movimiento relativo entre el campo magnético y el devanado rotórico, Es decir, los conductores del rotor ven un campo magnético constante y, por lo tanto, la fuerza electromotriz inducida será nula.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA M.3.4

Datos:

Devanado de monofásico (de c.c.)	$2p = 4$ polos
$N_r = 20$ espiras en cada bobina	$K = 24$ ranuras
Solo se ranura 2/3 de cada polo ($\lambda = 2/3$)	Devanado de una capa
$f = 50$ Hz	$\Phi_M = 0{,}05$ Wb

Todas las espiras de una fase están conectadas en serie (a' = 1 rama en paralelo)

Resolución:

a)

* *Cálculo de la frecuencia f:*

Las corrientes del estator, de frecuencia 50 Hz, generan un campo giratorio perfecto que rota a la velocidad de sincronismo n_1:

$$n_1 = \frac{60\ f}{p} \tag{1a}$$

La velocidad del devanado inducido es nula ($n_b = 0$), ya que está ubicado en el estator. Por tanto, el valor absoluto de la velocidad relativa del conductor con respecto al campo es n_1. Luego, en este devanado aparece una f.e.m. de rotación con esta frecuencia:

$$f = \frac{p\,|n_b - n_1|}{60} = \frac{p\ n_1}{60} \tag{1b}$$

Es decir, la f.e.m. de rotación inducida sobre el rotor parado tiene igual frecuencia (50 Hz) que las corrientes del estator, pues ambos devanados tienen el mismo número de polos.

La frecuencia de la fuerza electromotriz (f.e.m.) inducida vale 50 Hz.

* *Cálculo del número de espiras en serie de una fase N:*

El devanado es de simple capa, luego en cada ranura hay un lado de bobina. Como cada bobina tiene dos lados significa que el número total de bobinas B será igual a la mitad del número total de ranuras K donde se aloja el bobinado.

$$\text{Simple capa: } B = \frac{K}{2} \Rightarrow B = \frac{24}{2} = 12 \text{ bobinas}$$

El número de bobinas por fase es igual al número total de bobinas B dividido por el número de fases. En este caso solo hay una fase, luego esta fase tiene 12 bobinas.

El número total de espiras de esta fase se obtiene multiplicando el número de espiras de una bobina por el número de bobinas de la fase:

$$N_f = 12 \cdot 20 = 240 \text{ espiras por fase}$$

Como todas las espiras de la fase están conectadas en serie, es decir, solo hay una rama en paralelo (a' = 1 rama en paralelo), se tiene que:

$$N = \frac{N_f}{a'} = \frac{240}{1} = 240 \text{ espiras}$$

<u>El número de espiras en serie por fase vale N = 240 espiras.</u>

* *<u>Cálculo del factor de distribución ξ_d:</u>*

El factor de distribución se calcula por alguna de estas dos expresiones:

$$\xi_d = \frac{\text{sen}\,\frac{q\,\gamma}{2}}{q\ \text{sen}\,\frac{\gamma}{2}} \qquad \xi_d = \frac{\text{sen}\,\frac{\gamma_t}{2}}{q\ \text{sen}\,\frac{\gamma_t}{2q}} \tag{2}$$

El significado de los símbolos que aparecen en las expresiones anteriores es el siguiente:

q = número de ranuras por polo y fase
p = número de pares de polos
m = número de fases
K = número total de ranuras
γ = ángulo eléctrico de separación entre dos ranuras consecutivas
γ_t = ángulo eléctrico ocupado por las ranuras de una fase en un polo

De estas definiciones se deducen las fórmulas siguientes:

$$q = \frac{K}{(2\,p)\,m} \tag{3}$$

$$\gamma_t = q \cdot \gamma \tag{4}$$

El devanado inductor tiene una sola fase (m = 1 fase). En consecuencia, de la fórmula (3) se deduce que el número de ranuras por polo y fase q vale:

$$q = \frac{24}{4 \cdot 1} = 6 \text{ ranuras por polo y fase}$$

Se trata de un devanado monofásico (m = 1 fase) donde el ranurado cubre solamente los 2/3 de la circunferencia del estator (pues solamente están ranurados los 2/3 de cada polo); es decir, sucede que la fracción ranurada es $\lambda = 2/3$. Luego, el ángulo eléctrico γ_t vale:

$$\gamma_t = \lambda \frac{180°}{m} = \frac{2}{3}\frac{180°}{1} = 120° \text{ eléctricos}$$

Aplicando la segunda de las expresiones (2) se obtiene que

$$\xi_d = \frac{\text{sen}\,\dfrac{120}{2}}{6 \cdot \text{sen}\,\dfrac{120}{2 \cdot 6}} = 0{,}831$$

El factor de distribución vale $\xi_d = 0{,}831$.

* *Cálculo del factor de acortamiento o de paso ξ_a:*

Se trata de un devanado de una capa; luego, el factor de paso vale $\xi_a = 1$.

* *Cálculo del factor de inclinación de ranura ξ_i:*

Como en este bobinado las ranuras no tienen inclinación, el factor de inclinación de ranura vale $\xi_i = 1$.

* *Cálculo del factor de bobinado ξ_b:*

El factor de bobinado se calcula mediante esta expresión:

$$\xi_b = \xi_d \cdot \xi_a \cdot \xi_i \qquad (5)$$

Luego, sustituyendo valores, resulta que:

$$\xi_b = 0{,}831 \cdot 1 \cdot 1 = 0{,}831$$

El factor de bobinado vale $\xi_b = 0831$.

* *Cálculo de la fuerza electromotriz (f.e.m.) E:*

La fuerza electromotriz (f.e.m.) se calcula mediante la expresión siguiente:

$$E = 4{,}44\ f\,N\,\xi_b\,\Phi_M \qquad (6)$$

Sustituyendo valores se obtiene que:

$$E = 4{,}44 \cdot 50 \cdot 240 \cdot 0{,}831 \cdot 0{,}05 = 2214 \text{ V}$$

La fuerza electromotriz (f.e.m.) inducida sobre el rotor en reposo vale 2214 V.

b) Si el rotor gira a la velocidad de sincronismo no existe movimiento relativo entre el campo magnético y el devanado rotórico ($n_1 - n_b = 0$). Es decir, los conductores del rotor ven un campo magnético constante e inmóvil y, por lo tanto, la f.e.m. inducida será nula (según la Ley de Faraday, la generación de f.e.m. inducida requiere que los conductores se vean sometidos a la acción de un campo magnético variable con el tiempo).

La fuerza electromotriz (f.e.m.) inducida sobre el rotor girando a la velocidad de sincronismo es nula.

PROBLEMA M.3.5

ENUNCIADO

Una máquina asíncrona trifásica de 6 polos, 50 Hz funciona en vacío de forma que la fuerza electromotriz (f.e.m.) de línea inducida en el estator es 15 000 V. El devanado del estator es así:

- Está conectado en estrella.
- Cada fase consta de dos ramas en paralelo.
- Se aloja en 90 ranuras uniformemente distribuidas.
- En cada ranura hay un total de 26 conductores.
- Tiene dos capas.
- El paso de bobina es de 13 ranuras.

Calcular:

a) La velocidad de sincronismo.

b) El flujo por polo.

RESULTADOS

a) n_1 = 1000 r.p.m.

b) Φ_M = 0,214 Wb

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* La velocidad de sincronismo n_1 se calcula sabiendo que la frecuencia f es 50 Hz y el número de pares de polos p es 3 (p es igual a la mitad del número de polos).

* El flujo por polo Φ_M se despeja de la fórmula que calcula la f.e.m. inducida:

$$E = 4{,}44\ f\,N\ \xi_b\ \Phi_M$$

  En esta fórmula sólo se conoce por el enunciado que la frecuencia f vale 50 Hz.

* La fuerza electromotriz (f.e.m.) de fase E se obtendrá a partir de la f.e.m. de línea E_L (15 000 V) teniendo en cuenta que en una estrella E es igual a E_L dividido por raíz de 3.

* Como las espiras de una fase están repartidas en dos ramas en paralelo (a' = 2), el número de espiras en serie de una fase N (es decir, el número de espiras de una de las ramas en paralelo) es igual a la mitad del número total de espiras de una fase N_f.

  El número total de espiras de una fase N_f es igual a (1/m) del número de espiras totales del devanado (m es el número de fases, en este caso 3).

  El número total de espiras del bobinado es igual a la mitad del número total de conductores, puesto que cada espira tiene dos conductores.

  El número total de conductores es igual al número total de ranuras K multiplicado por el número de conductores por ranura Z_n.

* El factor de bobinado ξ_b se calcula multiplicando los factores de distribución ξ_d, de paso ξ_a y de inclinación de ranura ξ_i ($\xi_b = \xi_d\ \xi_a\ \xi_i$).

* El número de ranuras por polo y fase q se obtiene dividiendo el número total de ranuras K entre el número de fases m y el número de polos (2p).

* En devanados trifásicos el ángulo eléctrico ocupado por las ranuras de una fase en un polo γ_t es siempre igual a 60°

* El ángulo eléctrico γ de separación entre dos ranuras consecutivas se puede obtener dividiendo el ángulo γ_t por q.

* El paso polar medido en número de ranuras y_p es igual al número total de ranuras K dividido por el número de polos (2p).

  Si el paso de bobina y_1 es menor que el paso polar, el acortamiento expresado en número de ranuras, es igual a la diferencia entre y_p e y_1.

  Si las bobinas están acortadas, el ángulo eléctrico de acortamiento β es igual al ángulo γ multiplicado por el acortamiento expresado en número de ranuras.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA M.3.5

Datos:

m = 3 fases	2p = 6 polos	f = 50 Hz	E_L = 15 000 V
Conexión estrella		Z_n = 26 conductores por ranura	
a' = 2 ramas en paralelo		K = 90 ranuras	
Paso de bobina: y_1 = 13 ranuras			Doble capa

Resolución:

a) La velocidad de sincronismo se calcula conociendo la frecuencia (f = 50 Hz) y el número de pares de polos (p = 3 pares de polos) mediante la siguiente relación:

$$n_1 = \frac{60\ f}{p} \qquad (1)$$

Sustituyendo valores se obtiene:

$$n_1 = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ r.p.m.}$$

<u>La velocidad de sincronismo es 1000 r.p.m.</u>

b) El flujo por polo Φ_M se despeja de la fórmula que calcula la f.e.m. inducida:

$$E = 4{,}44\ f N\ \xi_b\ \Phi_M \qquad (2)$$

En esta fórmula sólo se conoce de forma directa por el enunciado que la frecuencia f vale 50 Hz. Los demás elementos de esta expresión se calculan seguidamente.

* <u>*Cálculo de la fuerza electromotriz (f.e.m.) de fase E:*</u>

La f.e.m. de fase E se obtiene a partir de la f.e.m. de línea E_L (15 000 V) teniendo en cuenta que el devanado está conectado en estrella y, por consiguiente, se verifica que:

$$E = \frac{E_L}{\sqrt{3}} \qquad (3)$$

es decir,

$$E = \frac{15000}{\sqrt{3}} = 8660\text{V}$$

<u>La fuerza electromotriz (f.e.m.) de fase vale E = 8660 V.</u>

* *Cálculo del número de espiras en serie de una fase N:*

El número total de conductores es igual al número total de ranuras K multiplicado por el número de conductores por ranura. Luego, hay

$$K \cdot Z_n = 90 \cdot 26 = 2340 \text{ conductores en total}$$

El número total de espiras del bobinado es igual a la mitad del número total de conductores, puesto que cada espira tiene dos conductores:

$$\frac{2340}{2} = 1170 \text{ espiras totales del devanado}$$

El número total de espiras de una fase N_f se obtiene dividiendo el número de espiras totales del devanado entre el número de fases m:

$$N_f = \frac{1170}{3} = 390 \text{ espiras por fase}$$

Como las espiras de una fase están repartidas en a' ramas en paralelo, el número de espiras en serie de una fase N (es decir, el número de espiras de una de las ramas en paralelo) es igual al cociente del número total de espiras de una fase N_f entre el número de ramas en paralelo a':

$$N = \frac{N_f}{a'} = \frac{390}{2} = 195 \text{ espiras}$$

El número de espiras en serie por fase vale N = 195 espiras.

* *Cálculo del factor de distribución ξ_d:*

El factor de distribución se calcula por alguna de estas dos expresiones:

$$\xi_d = \frac{\operatorname{sen} \frac{q\,\gamma}{2}}{q \operatorname{sen} \frac{\gamma}{2}} \qquad \xi_d = \frac{\operatorname{sen} \frac{\gamma_t}{2}}{q \operatorname{sen} \frac{\gamma_t}{2q}} \qquad (4)$$

q = número de ranuras por polo y fase: $q = \frac{K}{2\,p\,m}$ (5)

p = número de pares de polos
m = número de fases
K = número total de ranuras
γ = ángulo geométrico de separación entre dos ranuras consecutivas
γ_t = ángulo eléctrico ocupado por las ranuras de una fase en un polo: $\gamma_t = q \cdot \gamma$ (6)

El número de ranuras por polo y fase q se obtiene sustituyendo valores en la expresión (5):

$$q = \frac{90}{6 \cdot 3} = 5 \text{ ranuras por polo y fase}$$

En un devanado trifásico (m = 3 fases) toda la circunferencia del estator está ranurada ($\lambda = 1$). Luego, el ángulo γ_t vale:

$$\gamma_t = \lambda \frac{180°}{m} = 1 \frac{180°}{3} = 60° \text{ eléctricos}$$

Realmente no es necesario calcular γ_t, ya que se sabe que *en los devanados trifásicos el ángulo γ_t vale siempre 60°.*

El ángulo eléctrico de separación entre dos ranuras contiguas γ vale (según (6)):

$$\gamma_t = q \cdot \gamma \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{\gamma_t}{q} = \frac{60°}{5} = 12° \text{ eléctricos}$$

El factor de distribución ξ_d se calcula aplicando una cualquiera de las dos expresiones (4). Empleando, por ejemplo, la segunda de estas expresiones se obtiene que:

$$\xi_d = \frac{\text{sen} \dfrac{60°}{2}}{5 \text{ sen} \dfrac{60°}{2 \cdot 5}} = 0{,}957$$

<u>El factor de distribución vale $\xi_d = 0{,}957$.</u>

* *<u>Cálculo del factor de paso ξ_a</u>:*

El factor de acortamiento o de paso se calcula mediante la expresión siguiente:

$$\xi_a = \cos \frac{\beta}{2} \tag{7}$$

En la fórmula anterior β es el ángulo eléctrico de acortamiento de una bobina y este factor solo se usa si el bobinado es de doble capa.

El paso polar, medido en número de ranuras, y_p se obtiene dividiendo el número total de ranuras K por el número de polos (2p):

$$y_p = \frac{K}{2p} = \frac{90}{6} = 15 \text{ ranuras}$$

Dado que el paso de bobina y_1 vale 13 ranuras, esto indica que el acortamiento vale

$$\text{acortamiento} = y_p - y_1 = 15 - 13 = 2 \text{ ranuras}$$

Esto significa que el ángulo eléctrico de acortamiento β es igual al doble del ángulo γ:

$$\beta = \text{acortamiento} \cdot \gamma = 2 \cdot 12° = 24° \text{ eléctricos}$$

Como el devanado es de dos capas, el factor de paso se calcula mediante la relación (7):

$$\xi_a = \cos \frac{24°}{2} = 0{,}978$$

El factor de paso vale $\xi_a = 0{,}978$.

* *Cálculo del factor de inclinación de ranura ξ_i:*

Como el enunciado no indica que en este bobinado las ranuras tengan inclinación, el factor de inclinación de ranura vale $\xi_i = 1$.

* *Cálculo del factor de bobinado ξ_b:*

El factor de bobinado se calcula mediante esta expresión:

$$\xi_b = \xi_d \cdot \xi_a \cdot \xi_i \qquad (8)$$

Luego, sustituyendo valores, resulta que:

$$\xi_b = 0{,}957 \cdot 0{,}978 \cdot 1 = 0{,}936$$

El factor de bobinado vale $\xi_b = 0{,}936$.

* *Cálculo del flujo por polo Φ_M:*

Ya se han calculado las variables que faltaban en la expresión (2) para poder despejar el flujo por polo Φ_M:

$$\Phi_M = \frac{E}{4{,}44\ f\ N\ \xi_b} = \frac{8660}{4{,}44 \cdot 50 \cdot 195 \cdot 0{,}936} = 0{,}214 \text{ Wb}$$

El flujo por polo vale $\Phi_M = 0{,}214$ Wb.

BIBLIOGRAFÍA

[1] BOLDEA, I. y NASAR, S. A. 2002. *The Induction Machine Handbook*. New York: CRC Press.

[2] CORRALES MARTÍN, J. 1982. *Cálculo industrial de máquinas eléctricas (2 tomos)*. Barcelona: Marcombo Boixareu Editores.

[3] CORTES CHERTA. 1977. *Curso moderno de máquinas eléctricas rotativas (5 tomos)*. Barcelona: Editores Técnicos Asociados.

[4] FOGIEL, M. 1987. *The electrical machines problem solver*. New York. Research and Education Association.

[5] FRAILE MORA, J. 2015. *Máquinas eléctricas*. Madrid: Ibergarceta Publicaciones, S.L.

[6] FRAILE MORA, J. y FRAILE ARDANUY, J. 2015. *Problemas de máquinas eléctricas*. Madrid: Ibergarceta Publicaciones, S.L

[7] IVANOV-SMOLENSKI, A. V. 1984. *Máquinas eléctricas (3 tomos)*. Moscú: Editorial Mir.

[8] KOSTENKO y PIOTROVSKI. 1979. *Máquinas eléctricas (2 tomos)*. Moscú: Editorial Mir.

[9] PYRHÖNEN, JUHA y otros. 2010. *Design of rotating electrical machines*. West Sussex (Inglaterra): John Wiley & Sons Ltd.

[10] RODRÍGUEZ POZUETA, M.A. 2009. *Campo magnético en el entrehierro de las máquinas eléctricas*. Web del autor en la Universidad de Cantabria (España): http://personales.unican.es/rodrigma/primer/publicaciones.htm#Aspectos_Generales

[11] RODRÍGUEZ POZUETA, M.A. 2010. *Constitución de las máquinas eléctricas. Bobinados*. Web del autor en la Universidad de Cantabria (España): http://personales.unican.es/rodrigma/primer/publicaciones.htm#Aspectos_Generales

[12] RODRÍGUEZ POZUETA, M.A. 2010. *F.e.m.s inducidas en los bobinados de las máquinas eléctricas*. Web del autor en la Universidad de Cantabria (España): http://personales.unican.es/rodrigma/primer/publicaciones.htm#Aspectos_Generales

[13] RODRÍGUEZ POZUETA, M.A. 2011. *Campos magnéticos de dispersión*. Web del autor en la Universidad de Cantabria: http://personales.unican.es/rodrigma/primer/publicaciones.htm#Aspectos_Generales

[14] SERRANO IRIBARNEGARAY. 1989. *Fundamentos de máquinas eléctricas rotativas*. Barcelona: Marcombo Boixareu Editores.