UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
Y ENERGÉTICA

MÁQUINAS SÍNCRONAS:

POTENCIAS ACTIVA Y REACTIVA.

PARES. ESTABILIDAD ESTÁTICA

Miguel Angel Rodríguez Pozueta

Miguel Ángel Rodríguez Pozueta

1.- POTENCIAS Y PARES EN MÁQUINAS SÍNCRONAS

1.1.- Convenios de signos

Consideremos un generador de c.a. alimentando una carga (Fig. 1). Lo normal es tomar como sentidos positivos los indicados en la Fig. 1. Es decir, se considera positiva la corriente que sale del lado positivo del generador y la tensión positiva tiene su polaridad coincidente con la del generador.

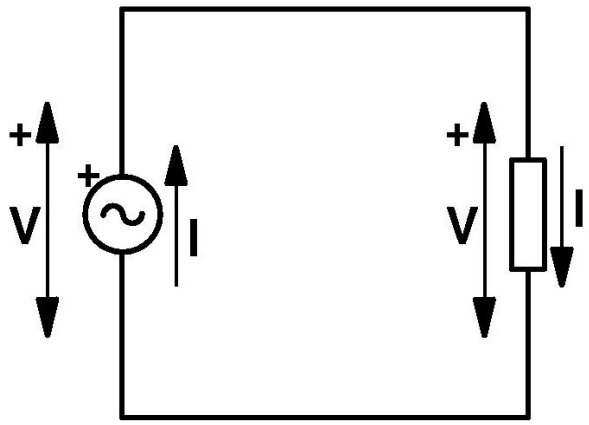


Fig. 1: Convenio de signos en un circuito con un generador y una carga.

De una manera implícita en la Fig. 1 se están considerando estos dos convenios de signos para la corriente en un generador y en una carga (Ver las Figs. 2 y 3):

- Dentro de un generador la flecha que representa la corriente tiene su punta hacia el lado de mayor tensión.
- Dentro de una carga o, lo que es lo mismo, de un receptor la flecha que representa la corriente tiene su punta hacia el lado de menor tensión.

Recordemos que la potencia reactiva no representa a una potencia realmente consumida. Cuando existen elementos capaces de almacenar energía (inductancias y condensadores), durante medio ciclo la energía fluye del generador hacia la carga, donde queda almacenada en forma de campo magnético (inductancias) o de campo eléctrico (condensadores). Durante el medio ciclo restante, la energía previamente almacenada es devuelta al generador. Por lo tanto, la potencia reactiva proviene de una energía que va y viene del generador hacia la carga y viceversa y cuyo valor medio es nulo.

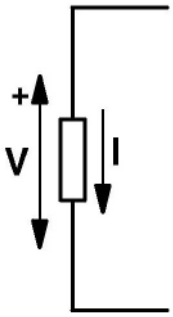
El comportamiento frente a la potencia reactiva de las inductancias y de los condensadores es diferente. En el medio periodo en el que una inductancia está recibiendo energía desde el generador, un condensador está devolviendo al generador la energía que había almacenado previamente y viceversa.

Por convenio establecemos que una carga inductiva *consume* energía reactiva y un condensador la *genera*. Realmente ambos consumen por término medio una potencia nula, pero de esta manera distinguimos las dos formas diferentes de actuar de bobinas y de condensadores.

Así pues, en un circuito con factor de potencia inductivo la carga *consume* potencia reactiva y, por tanto, el generador estará *generando* potencia reactiva. Análogamente, en un circuito con factor de potencia capacitivo la carga *genera* potencia reactiva y, por tanto, el generador la estará *consumiendo*.

Por lo tanto, podemos resumir estos convenios de signos así:

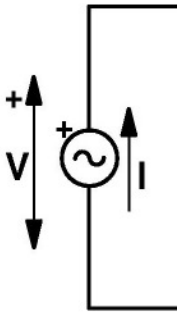
CARGAS (MOTORES):



P > 0 : Consume potencia activa.
P < 0 : Genera potencia activa.
Q > 0 : Consume potencia reactiva.
Q < 0 : Genera potencia reactiva.

Fig. 2: Convenios de signos para una carga.

GENERADORES:



P > 0 : Genera potencia activa.
P < 0 : Consume potencia activa.
Q > 0 : Genera potencia reactiva.
Q < 0 : Consume potencia reactiva.

Fig. 3: Convenios de signos para un generador.

Consideremos una máquina síncrona que creíamos que iba a funcionar como generador, por lo que le aplicamos el convenio de signos de la Fig. 3 y se obtuvo que su potencia activa es negativa (P < 0) mientras que la reactiva es positiva (Q > 0). Esto significa, que

$$\cos \varphi < 0 \qquad \text{sen } \varphi > 0$$

P < 0 : Consume potencia activa.
Q > 0 : Genera potencia reactiva.

Por lo tanto, el diagrama fasorial será el representado en la Fig. 4.

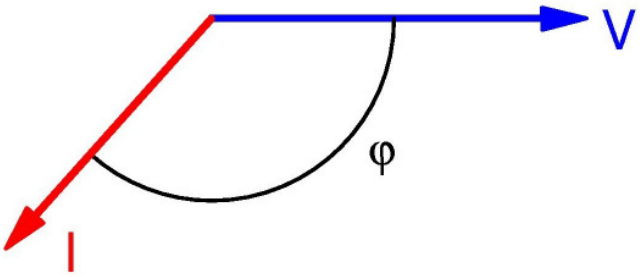
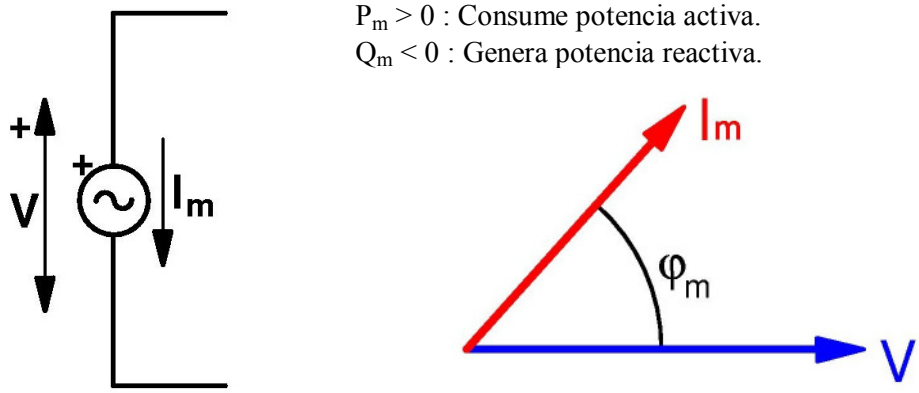


Fig. 4: Diagrama fasorial de un generador con P < 0 y Q > 0.

En la Fig. 4 el ángulo φ es superior a 90º, sin embargo, no es habitual el trabajar con ángulos de desfase mayores de 90º. El que haya salido un ángulo φ de esta manera es debido a que la máquina síncrona está consumiendo potencia activa P y, en realidad, está actuando como un motor (y, por lo tanto, es una carga) y no como un generador. Lo lógico sería haber utilizado en este caso el convenio de signos para motor (es decir, el convenio de signos de carga) que se muestra en la Fig. 5. Con este convenio el diagrama fasorial pasa a ser el de la Fig. 6.



Figs. 5 y 6: Convenio de signos motor para una máquina eléctrica.

El convenio de signos motor, representado en la Fig. 5, es el mismo que para las cargas (Fig. 2). La diferencia entre las Figs. 2 y 5 es que, para distinguir este convenio del utilizado cuando la máquina se la considera generador, se ha colocado el subíndice m a la corriente y al ángulo φ. Comparando las Figs. 3 y 5 y las Figs. 4 y 6, se observa que las corrientes I e I_m son opuestas y que los ángulos φ y φ_m deben sumar 180º (Fig. 7).

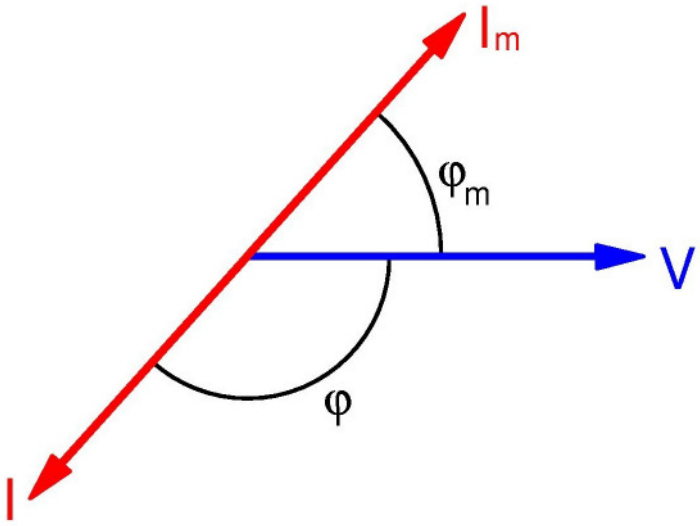


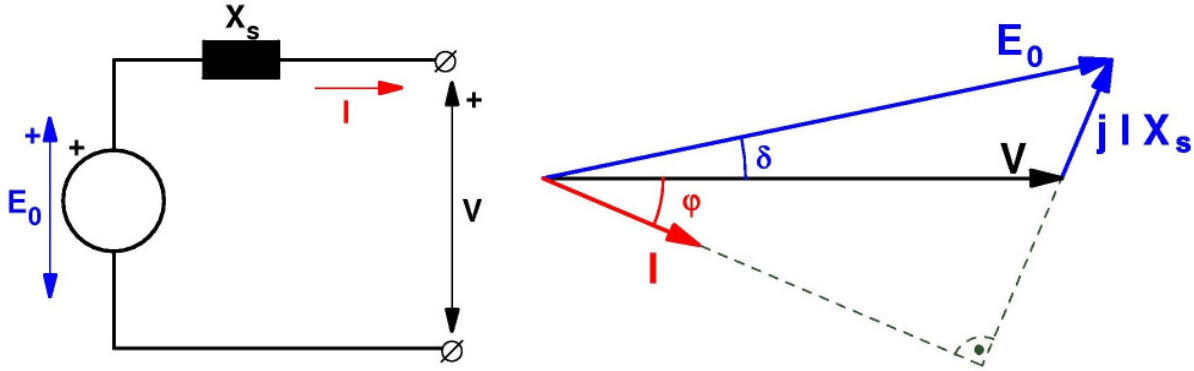
Fig. 7: Convenios de signos generador y motor.

Evidentemente, tanto con un convenio como con el otro se obtiene que la máquina está consumiendo potencia activa y generando potencia reactiva. Esto es debido a que en ambas situaciones la máquina está funcionando de igual manera, sólo cambia la forma en que la consideramos.

Nótese que si la máquina tiene un factor de potencia inductivo cuando se analiza con el convenio de signos de generador, debe pasar a tener un factor de potencia capacitivo con el convenio de signos motor y viceversa.

1.2.- Potencia y par en una máquina síncrona cilíndrica

Consideremos una máquina síncrona cilíndrica actuando como generador. Supondremos que la resistencia de las fases del estator es despreciable ($R \approx 0$) y que su reactancia síncrona X_s se la puede considerar constante. En estas condiciones y aplicando el convenio de signos de generador se puede utilizar el circuito equivalente de la Fig. 8, que da lugar al diagrama fasorial de la Fig. 9 y a las ecuaciones (1) y (2).



Figs. 8 y 9: Circuito equivalente y diagrama fasorial de un generador síncrono cilíndrico.

$$\bar{E}_0 = \bar{V} + j X_s \bar{I} \qquad (1)$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{E}_0 - \bar{V}}{j X_s} \qquad (2)$$

Si se adopta como referencia del diagrama fasorial el fasor de tensión, como se ha hecho en la Fig. 9, se tiene que:

$$\bar{V} = V \angle 0 \qquad \bar{I} = I \angle -\varphi \qquad \bar{E}_0 = E_0 \angle \delta$$

Luego:

$$\bar{I} = \frac{E_0 \angle \delta - V \angle 0}{j X_s} = \frac{(E_0 \cos\delta - V) + j E_0 \operatorname{sen}\delta}{j X_s}$$

La conjugada del cociente de dos números complejos es igual al cociente de sus conjugadas. Por lo tanto:

$$\bar{I}^* = \frac{(E_0 \cos\delta - V) - j E_0 \operatorname{sen}\delta}{-j X_s} \qquad (3)$$

En un sistema trifásico equilibrado la potencia compleja $\bar{S}$ se puede obtener así:

$$\overline{S} = P + jQ = 3\,\overline{V}\,\overline{I}^{*} \tag{4}$$

De (3) y (4) se deduce lo siguiente:

$$\overline{S} = 3\,V\,\frac{(E_0\cos\delta - V) - j\,E_0\,\text{sen}\,\delta}{-jX_s} = \frac{3\,V\,E_0}{X_s}\,\text{sen}\,\delta + j\left(\frac{3\,V\,E_0}{X_s}\cos\delta - \frac{3\,V^2}{X_s}\right) \tag{5}$$

Luego, separando las partes real e imaginaria de $\overline{S}$ se llega a las siguientes expresiones de las potencias activa P y reactiva Q de una máquina síncrona cilíndrica:

$$\boxed{P = \frac{3\,V\,E_0}{X_s}\,\text{sen}\,\delta} \tag{6}$$

$$\boxed{Q = \frac{3\,V\,E_0}{X_s}\cos\delta - \frac{3\,V^2}{X_s}} \tag{7}$$

El primer término a la derecha del signo = en la fórmula (7) es la potencia reactiva total generada internamente en la máquina y el segundo término es la potencia reactiva que la máquina consume para su funcionamiento. La diferencia entre estos dos términos es la potencia reactiva que la máquina síncrona suministra al exterior.

De la relación (7) se deduce que en una máquina síncrona de rotor cilíndrico la potencia reactiva tiene estos signos:

- $Q > 0$: la máquina genera potencia reactiva si se verifica que
$$E_0\cos\delta > V$$
- $Q < 0$: la máquina consume potencia reactiva si se verifica que
$$E_0\cos\delta < V$$

Es decir, el hecho de que la proyección de E_0 sobre V sea mayor o menor que V determinará el que se genere o se consuma potencia reactiva Q, respectivamente.

La máquina síncrona es una de las máquinas eléctricas de mayor rendimiento. Aceptaremos que sus pérdidas son despreciables (es decir, supondremos que su rendimiento es del 100%), lo que significa que la potencia activa P en bornes del inducido es igual a la potencia mecánica en el eje. Como, además, esta máquina siempre funciona con la misma velocidad (la de sincronismo, Ω_1), se deduce que el par en el eje M es así:

$$\boxed{M = \frac{P}{\Omega_1} = \frac{3\,V\,E_0}{X_s\,\Omega_1}\,\text{sen}\,\delta} \tag{8}$$

1.3.- Potencia y par en una máquina síncrona de polos salientes

En una máquina de polos salientes se obtiene que la potencia activa P viene dada por esta relación:

$$P = \frac{3\,V\,E_0}{X_d}\,\text{sen}\,\delta + \frac{3\,V^2}{2}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\text{sen}\,(2\delta) \qquad (9)$$

Lo que significa que el par M es así:

$$M = \frac{P}{\Omega_1} = \frac{3\,V\,E_0}{X_d\,\Omega_1}\,\text{sen}\,\delta + \frac{3\,V^2}{2\,\Omega_1}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\text{sen}\,(2\delta) \qquad (10)$$

Comparando el par de una máquina de polos salientes (10) con el de la de rotor cilíndrico (8) se deduce que:

- La máquina cilíndrica equivale a una máquina de polos salientes donde las reactancias síncronas longitudinal X_d y transversal X_q son iguales ($X_d = X_q$ ($= X_s$)).
- En la máquina de polos salientes aparece un par adicional denominado par de reluctancia, que es función de sen (2δ).

  Este par no depende de E_0 (ni, por consiguiente, de la corriente de excitación I_e). Por lo tanto, existe aunque el inductor esté desconectado y es debido a la menor reluctancia magnética que presenta el rotor en los polos salientes comparada con la de las zonas entre los polos (obsérvese en la relación (10) que este par es debido a la diferencia que existe entre las reactancias X_d (en la dirección de los polos) y X_q (en la dirección de las zonas interpolares)). Esto provoca que el rotor tienda a orientar sus polos salientes en la dirección que en cada momento tenga el campo magnético para intentar que el flujo magnético sea el máximo posible, originando así un par sobre el rotor.

La potencia reactiva Q de una máquina síncrona de polos salientes viene dada por:

$$Q = \frac{3\,V\,E_0}{X_d}\cos\delta - \frac{3\,V^2}{X_d}\cos^2\delta - \frac{3\,V^2}{X_q}\,\text{sen}^2\delta \qquad (11)$$

El primer término a la derecha del signo = en la fórmula (11) es la potencia reactiva total generada internamente en la máquina, el segundo término es la potencia reactiva que la máquina consume en el eje longitudinal (eje d) y el tercer término es la potencia reactiva que la máquina consume en el eje transversal (eje q) para su funcionamiento. La diferencia entre el primero y los dos términos restantes es la potencia reactiva que la máquina síncrona suministra al exterior.

En las Figs. 10 y 11 se muestra de una manera intuitiva la diferencia entre los dos pares que hay en una máquina síncrona de polos salientes, que son los dos sumandos de la relación (10): el par electromagnético M_e, que es función de sen δ, y el par de reluctancia $M_{\mathscr{R}}$, que es función de sen 2δ.

En estas figuras se representa de forma esquemática una máquina de dos polos salientes, en la que la que el rotor posee dos expansiones polares (A y B) con sus respectivos devanados polares alimentados con corriente continua, de forma que por la expansión A salen las líneas del campo magnético hacia el entrehierro, por lo que se convierte en un polo norte del rotor, mientras que por la expansión B entran al rotor las líneas de campo magnético procedentes del entrehierro, por lo que se trata de un polo sur del rotor.

La Fig. 10 muestra el sentido del par electromagnético M_e en cuatro situaciones diferentes: a, b, c y d. En todas ellas se muestra el momento en que el devanado del estator origina un campo magnético dirigido verticalmente de forma que las líneas de este campo magnético salen al entrehierro por la parte inferior donde, por lo tanto, habrá un polo norte del estator, y entran al estator desde el entrehierro por la parte superior, donde se encontrará, entonces, un polo sur del estator. Este campo magnético del estator, al igual que el rotor, gira a la velocidad de sincronismo; por consiguiente, en otro instante de tiempo diferente al mostrado en la Fig. 10 tanto el campo magnético estatórico como el rotor y, consiguientemente, su campo magnético rotórico habrán girado el mismo ángulo y guardarán la misma posición relativa entre ellos. Nótese que las figuras 10a, 10b, 10c y 10d representan, respectivamente, un instante de cuatro estados de funcionamiento diferentes de una máquina síncrona, no cuatro instantes de tiempo de un mismo estado de la máquina.

En el estado a (Fig. 10a), el rotor forma un ángulo eléctrico γ con el campo magnético del estator comprendido entre 0 y 90º (al tratarse en este caso de una máquina de dos polos (p = 1 par de polos), en ella los ángulos eléctricos son iguales a los ángulos geométricos) y vemos que el polo norte del rotor es atraído por el polo sur del estator y el sur del rotor es atraído por el norte del estator, lo que da lugar a que aparezca sobre el rotor un par M_e de sentido antihorario.

En el estado b (Fig. 10b), el rotor forma un ángulo eléctrico γ con el campo magnético del estator comprendido entre 90 y 180º y vemos que el polo norte del rotor es repelido por el polo norte del estator y el sur del rotor es repelido por el sur del estator, lo que da lugar a que siga apareciendo sobre el rotor un par M_e de sentido antihorario.

En el estado c (Fig. 10c), el rotor forma un ángulo eléctrico γ con el campo magnético del estator comprendido entre 180 y 270º y vemos que el polo norte del rotor es repelido por el polo norte del estator y el sur del rotor es repelido por el sur del estator, lo que da lugar a que se ejerza sobre el rotor un par M_e de sentido horario.

Finalmente, en el estado d (Fig. 10d), el rotor forma un ángulo eléctrico γ con el campo magnético del estator comprendido entre 270 y 360º y vemos que el polo norte del rotor es atraído por el polo sur del estator y el sur del rotor es atraído por el norte del estator, lo que da lugar a que siga ejerciéndose sobre el rotor un par M_e de sentido horario.

Por consiguiente, al variar el ángulo γ desde 0 a 360º el par tiene sentido antihorario en los primeros 180º y sentido contrario en los 180º restantes.

El ángulo de par δ está relacionado con el ángulo γ, de forma que si γ varía de 0 a 360º, también lo hará el ángulo de par δ. Luego, al variar δ entre 0 y 360º el par M_e cambia de signo cada 180º eléctricos, lo que es coherente con que el par electromagnético M_e sea función de sen δ.

En la Fig. 11 se han representado otra vez los mismos cuatro estados que en la Fig. 10 cuando la corriente del rotor se anula. En este caso desaparece el campo magnético del rotor y el par que existe es el par de reluctancia (en la Fig. 10 en realidad, además del par electromagnético M_e que se ha explicado anteriormente, también existirá el par de reluctancia, que al ser mucho menor que el electromagnético hemos despreciado hasta ahora).

El par de reluctancia aparece por la tendencia que tienen las piezas de hierro de ser atraídas por los polos magnéticos, de forma que el campo magnético busca siempre el circular por el camino de mínima reluctancia magnética.

En la Fig. 11a la pieza polar A es atraída por el polo sur del estator y la pieza polar B es atraída por el polo norte del estator. Esto da lugar a la aparición de un par de reluctancia $M_{\mathcal{R}}$ de sentido antihorario.

En la Fig. 11b la pieza polar A es atraída por el polo norte del estator y la pieza polar B es atraída por el polo sur del estator. Esto da lugar a la aparición de un par de reluctancia $M_{\mathcal{R}}$ de sentido horario.

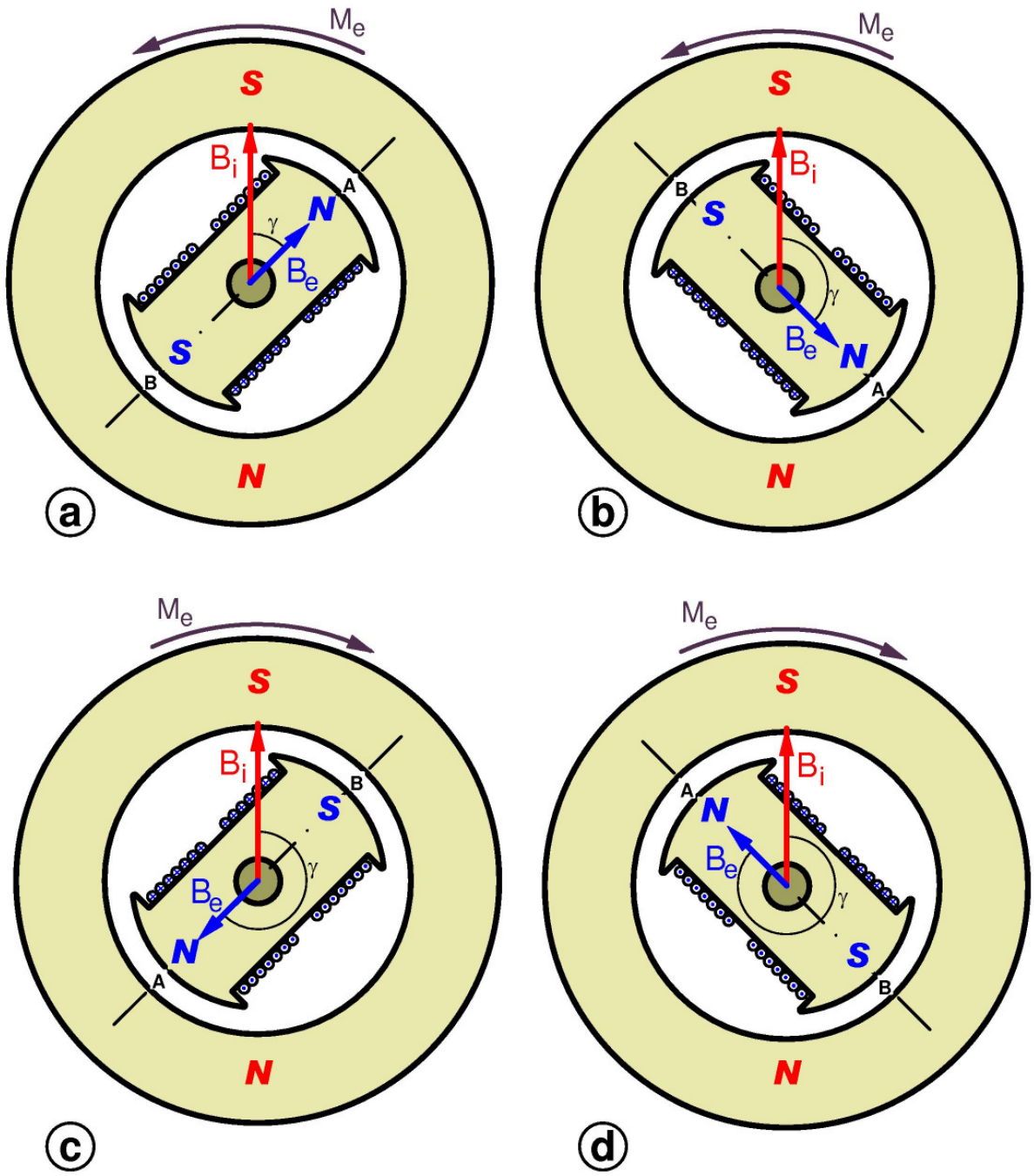


Fig. 10: Par electromagnético.

En la Fig. 11c la pieza polar A es atraída por el polo norte del estator y la pieza polar B es atraída por el polo sur del estator. Esto da lugar a la aparición de un par de reluctancia $M_{\mathscr{R}}$ de sentido antihorario.

Finalmente, en la Fig. 11d la pieza polar A es atraída por el polo sur del estator y la pieza polar B es atraída por el polo norte del estator. Esto da lugar a un par de reluctancia $M_{\mathscr{R}}$ de sentido horario.

Luego, cuando el ángulo γ varía de 0 a 360º eléctricos y, consecuentemente, el ángulo de par δ también varía de 0 a 360º, el par de reluctancia $M_{\mathscr{R}}$ cambia de signo cada 90º; lo que es coherente con que dicho par sea función de sen (2δ).

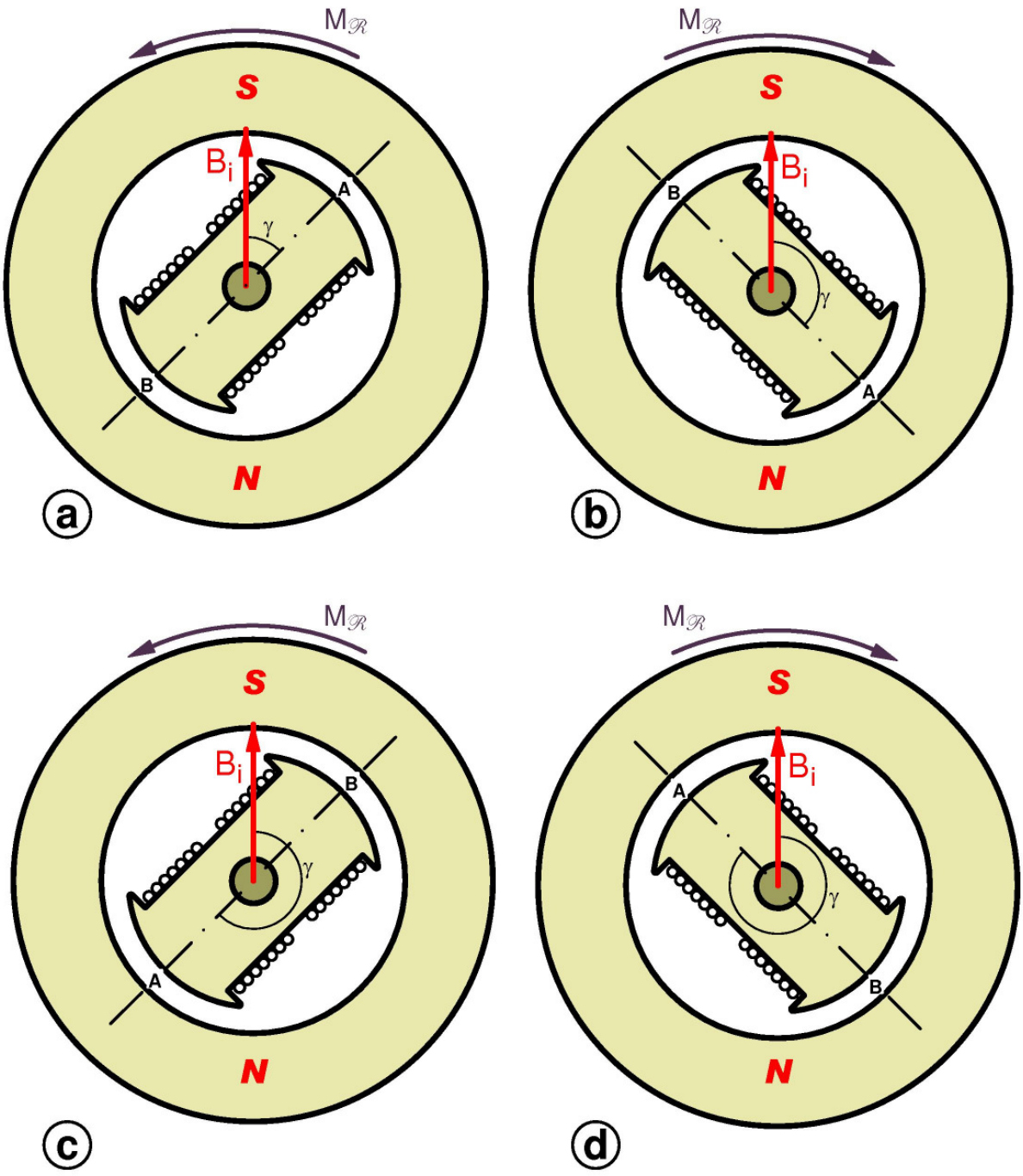


Fig. 11: Par de reluctancia.

1.4.- Característica Par - ángulo de par (M - δ)

Supongamos una máquina síncrona cilíndrica de resistencia del estator R despreciable, corriente de excitación I_e constante (luego, E_0 permanece constante) y reactancia síncrona X_s constante que está conectada a una red de potencia infinita.

El hecho de que se trate de una red de potencia infinita significa que la tensión V y la frecuencia f en bornes del inducido serán constantes. Esto, a su vez, conlleva que la velocidad de sincronismo Ω_1 permanecerá invariable.

En esta situación se deduce de las expresiones (6) y (8) que tanto la potencia activa como el par variarán solamente en función del ángulo de par δ (de ahí el nombre que se da a este ángulo):

$$P = \frac{3\,V\,E_0}{X_s}\,\text{sen}\,\delta = P_{máx}\,\text{sen}\,\delta\;; \qquad P_{máx} = \hat{P} = \frac{3\,V\,E_0}{X_s} \tag{12}$$

$$M = \frac{3\,V\,E_0}{X_s\,\Omega_1}\,\text{sen}\,\delta = M_{máx}\,\text{sen}\,\delta\;; \qquad M_{máx} = \hat{M} = \frac{P_{máx}}{\Omega_1} = \frac{3\,V\,E_0}{X_s\,\Omega_1} \tag{13}$$

Por lo tanto, las características P - δ y M - δ son sinusoidales y los valores máximos de estas magnitudes se producen cuando el ángulo de par δ vale 90º (Fig. 12).

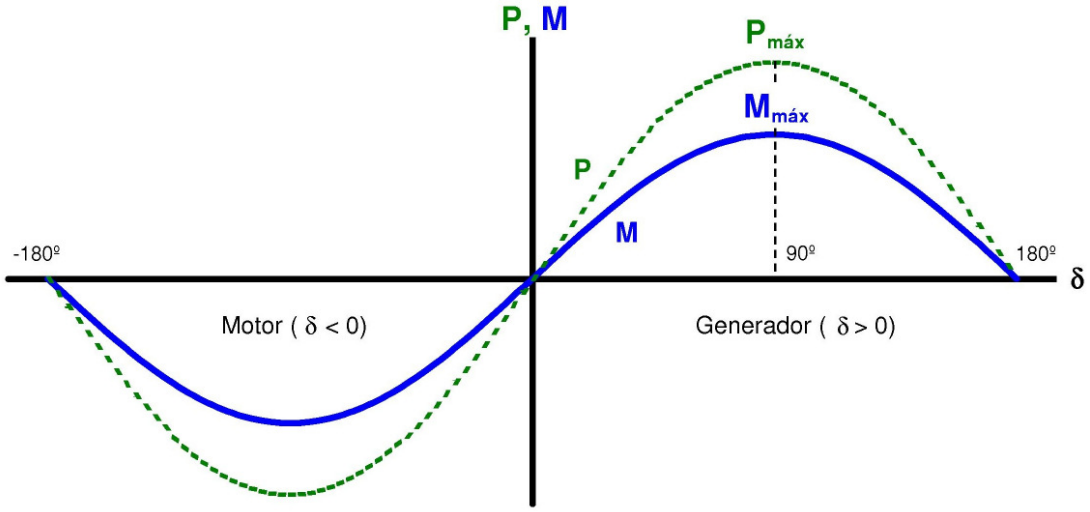


Fig. 12: Características P - δ y M - δ en una máquina síncrona de rotor cilíndrico.

Cuando se considera que el ángulo δ varía entre -180º y +180º y se emplea el convenio de signos generador, se deduce que:

- Si δ > 0, resulta que P > 0 y la máquina actúa como generador.
  Si δ < 0, resulta que P < 0 y la máquina actúa como motor.

- Luego:
  Si el fasor E_0 está adelantado con respecto a V (Fig. 9), la máquina actúa como generador.
  Si el fasor E_0 está retrasado con respecto a V (Fig. 13), la máquina actúa como motor.

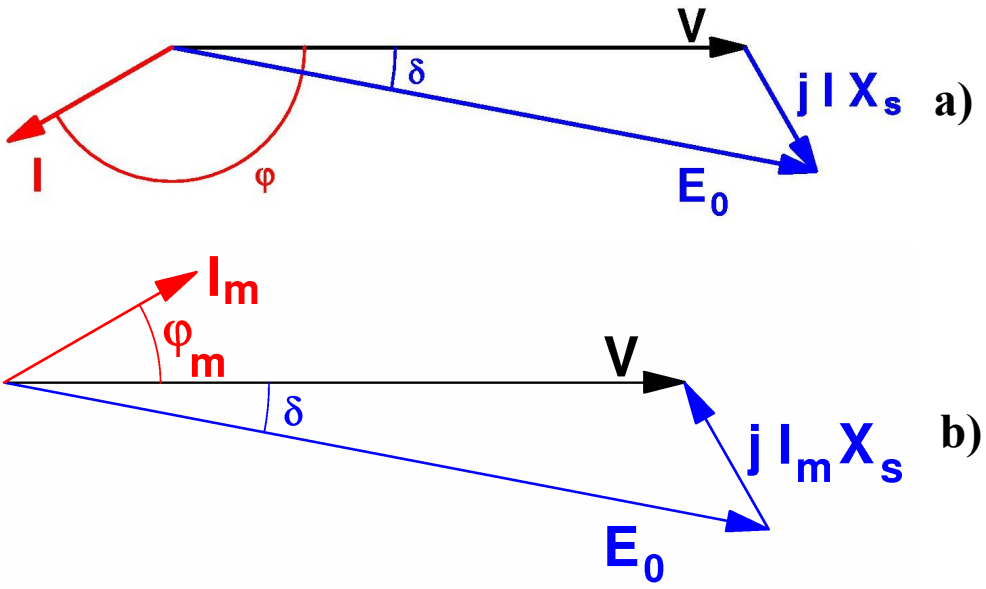


Fig. 13: Diagramas fasoriales de una máquina síncrona de rotor cilíndrico actuando como motor: a) Convenio de signos generador; b) Convenio de signos motor

En las máquinas de polos salientes conectadas a una red de potencia infinita el par M (ecuación (10)) es la suma de dos senoides: el *par electromagnético*, función de sen δ y el *par de reluctancia*, función de sen 2δ (Fig. 14). La potencia activa P también será igual a la suma de dos senoides de este tipo. Por lo tanto, al igual que cuando el rotor es cilíndrico, el par y la potencia activa de una máquina síncrona de polos salientes en una red de potencia infinita dependen sólo de δ. En este caso, la potencia y el par máximos se producirán para un valor del ángulo de par δ ligeramente inferior a 90º.

Normalmente el par de reluctancia se puede despreciar frente al par electromagnético y la máquina síncrona de polos salientes se analiza con las mismas curvas de par y de potencia (Fig. 12) que la máquina de rotor cilíndrico.

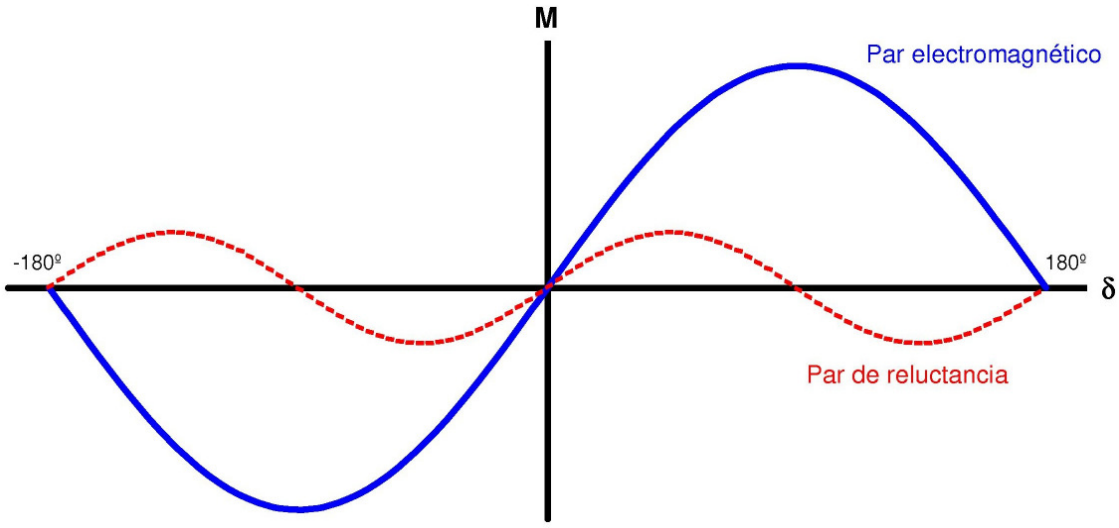


Fig. 14: Característica M - δ en una máquina síncrona de polos salientes.

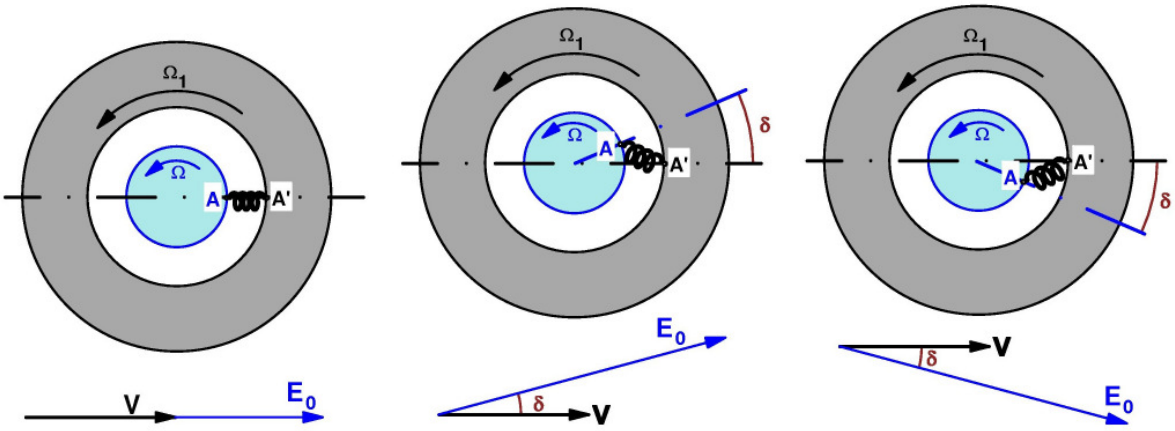
2.- ESTABILIDAD ESTÁTICA EN MÁQUINAS SÍNCRONAS

2.1.- Analogía mecánica del ángulo de par δ

En los apartados anteriores se ha visto como una máquina síncrona cilíndrica en red de potencia infinita tiene un par que sólo depende del ángulo δ. Este ángulo es el que forman los fasores de f.e.m. de vacío E_0 y de tensión en bornes V.

La f.e.m. E_0 es originada por la acción del campo magnético inductor, es decir, por el campo generado por el bobinado del rotor. La tensión V viene impuesta por la red de potencia infinita, la cual también impone la frecuencia f y la velocidad de sincronismo Ω_1. Los fasores de ambas magnitudes están alineados cuando el par es nulo (y, en consecuencia, $\delta = 0$). Por lo tanto, el desfase δ entre ambos fasores se corresponde con el desfase que físicamente existe entre la posición del rotor en un momento dado con respecto a un punto que gire siempre a la velocidad de sincronismo.

Esto permite establecer una *analogía mecánica* (Fig. 15) del par de una máquina síncrona, la cual facilita la comprensión de este fenómeno.



a) Vacío ($\delta = 0$) **b)** Generador ($\delta > 0$) **c)** Motor ($\delta < 0$)

Fig. 15: Analogía mecánica del funcionamiento de una máquina síncrona en red de potencia infinita.

Consideremos dos puntos imaginarios en el entrehierro de la máquina. Uno, el A, está fijo al rotor y gira, por tanto, a la velocidad Ω de la máquina. El otro punto, el A', está en el lado del estator, pero no está inmóvil sino que gira siempre a la velocidad de sincronismo Ω_1, constante e impuesta por la red de potencia infinita. Ambos puntos se encuentran enfrentados cuando la máquina está en vacío, es decir, cuando el par es nulo y $\delta = 0$ (Fig. 15a). El efecto del par es equivalente a que entre A y A' hubiera un resorte de forma que no ejerce ninguna fuerza cuando A y A' están enfrentados, pero que comienza a tensarse (y a ejercer fuerza y, por lo tanto, también par) cuando A y A' se separan entre sí.

Con la máquina en *vacío* (Fig. 15a), ambos puntos giran siempre a igual velocidad ($\Omega = \Omega_1$) y el resorte no se tensa y no se transmite par entre ambos puntos. Para un observador que estuviera situado en A', girando siempre a la velocidad de sincronismo, el punto A permanecería inmóvil frente a él.

Si, partiendo de esta situación de vacío, el motor que mueve a la máquina síncrona aumenta su par, de momento nos encontramos en una situación de desequilibrio de pares. El par motor aumenta, pero el par de la máquina síncrona todavía es nulo, pues sigue sucediendo que $\delta = 0$. Esto origina que el rotor se acelere ligeramente, aumentando su velocidad y provocando que el punto A se adelante con respecto a A' (Fig. 15b). Por lo tanto, el resorte se tensa hasta que origine un par similar y opuesto al del motor, obligando al rotor a volver a girar a la velocidad de sincronismo. El par se transmite desde el rotor hacia el estator, pues es el punto A el que "tira" de A', y la máquina síncrona empieza a actuar como *generador* ejerciendo, en consecuencia, un par de frenado opuesto al del motor que la mueve.

En la realidad, físicamente aparece este movimiento de adelanto del rotor hasta que el desfase entre los puntos A y A' dé lugar a un ángulo δ que origine un par igual y opuesto al del motor. Así, un observador situado sobre A' vería como el punto A se adelanta hasta que el ángulo de par δ es el adecuado para contrarrestar el par motor.

De forma análoga, si partiendo de la situación de vacío, se introduce una carga mecánica (por ejemplo, una bomba) en el eje de la máquina síncrona, el rotor se ve sometido a un par de frenado (el de la carga) que reduce su velocidad. Esto provoca que el punto A se retrase con respecto a A' (Fig. 15c) haciendo que la máquina síncrona empiece a funcionar como *motor*. Ahora el resorte se tensa en sentido contrario, es el punto A' el que arrastra al A (par transmitido desde el estator hacia el rotor) para obligar al rotor a que vuelva a girar a la velocidad de sincronismo. Al final el desfase entre A y A' será tal que el par debido al resorte equilibre al par de la carga.

Físicamente veríamos este movimiento de retraso del rotor hasta que el desfase entre los puntos A y A' dé lugar a un ángulo δ que origine un par motor igual y opuesto al de la carga. Así, un observador situado sobre A' vería como el punto A se atrasa hasta que el ángulo de par δ es el adecuado para contrarrestar el par de carga.

Por lo tanto, las variaciones del par repercuten en movimientos del rotor, hacia delante o hacia atrás, superpuestos al movimiento de giro con la velocidad de sincronismo. Es decir, el ángulo de par δ es también el ángulo que físicamente forman entre sí un punto del rotor y otro que girase a la velocidad de sincronismo. En todos estos movimientos la velocidad del rotor Ω apenas se aparta de la velocidad de sincronismo Ω_1 y, al final, se estabiliza manteniendo un valor constante e igual a Ω_1.

2.2.- Estabilidad estática

Consideremos una máquina síncrona cilíndrica de resistencia de estator R despreciable e intensidad de excitación I_e y reactancia síncrona X_s constantes que está funcionando como generador acoplada a una red de potencia infinita.

En estas condiciones la curva de par de esta máquina, restringida a la zona de funcionamiento como generador, es la representada en la Fig. 16.

Observemos en la Fig. 16 que si el motor de accionamiento está proporcionando un par constante M_m, la máquina en régimen permanente puede estar funcionando en dos puntos, A y B, de la curva de par. Vamos a estudiar la estabilidad de la máquina en ambos puntos.

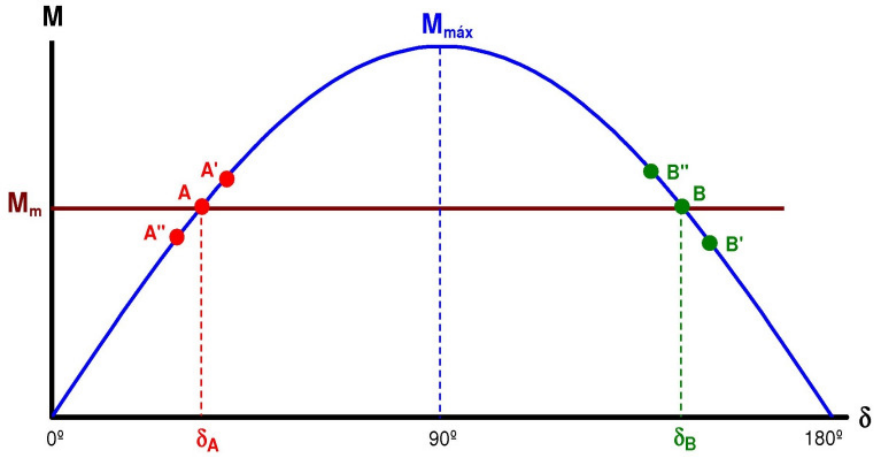


Fig. 16: Estudio de la estabilidad estática de un generador síncrono en red de potencia infinita.

Evidentemente, se cumplirá que los ángulos de par δ_A y δ_B verifican que

$$M_m = M_A = M_{máx} \text{ sen } \delta_A \qquad M_m = M_B = M_{máx} \text{ sen } \delta_B \qquad (14)$$

Supongamos que la máquina funciona en el punto A, con el ángulo de par δ_A, y se produce una pequeña perturbación transitoria (por ejemplo, un aumento transitorio del par motor) que provoca un ligero aumento del par, con lo cual el ángulo de par pasa a ser $\delta_{A'}$. La máquina síncrona pasa, entonces, a colocarse en el punto A'. En cuanto cese esta perturbación, el par motor vuelve a ser M_m pero la inercia mecánica de la máquina impide que el ángulo de par vuelva instantáneamente a valer δ_A (recordemos que las variaciones del ángulo de par repercuten en movimientos reales del rotor que se suman al giro a la velocidad de sincronismo). La máquina se encuentra, pues, en un estado de desequilibrio de pares: el par motor es $M_m = M_A$, pero el par de la máquina es mayor, pues es el que corresponde al punto A' (Fig. 16). La máquina síncrona está actuando como generador, lo que significa que ejerce un par de frenado. Luego, tenemos un par de frenado, $M_{A'}$, superior al par motor, M_A, por lo que la máquina reduce entonces su velocidad. Esto, como se vio al estudiar la analogía mecánica del par, provoca que el ángulo de par vaya disminuyendo hasta que, al final, acabe valiendo δ_A y se alcancen otra vez el punto de equilibrio A y la velocidad de sincronismo Ω_1.

Si la perturbación transitoria desde el punto A produjo una disminución del par, la máquina pasará al punto A", cuyo ángulo de par es $\delta_{A"}$. Al desaparecer la perturbación el par motor sigue siendo $M_m = M_A$, pero el par de la máquina es inferior (es $M_{A"}$ (ver la Fig. 16)). Luego, el par motor es mayor que el par de frenado y la máquina aumentará su velocidad. Esto hace que el ángulo de par aumente hasta que vuelva a valer δ_A y se alcancen otra vez el punto de equilibrio A y la velocidad de sincronismo Ω_1.

En resumen, aunque aparezcan perturbaciones transitorias que desvíen, tanto en sentido positivo como negativo, el ángulo de par con respecto al punto de equilibrio inicial A; la máquina vuelve a recuperar el equilibrio en el punto A. Por lo tanto, el punto A es un punto de funcionamiento estable del generador síncrono.

Supongamos que ahora la máquina se encuentra inicialmente en el punto de equilibrio B y que se produce una pequeña perturbación transitoria que provoca una ligera disminución del par con lo que el ángulo del par pasa a ser $\delta_{B'}$. La máquina síncrona se coloca, entonces, en el punto

B'. En el momento de desaparecer la perturbación el par motor sigue siendo $M_m = M_B$, pero el par de la máquina es inferior (es $M_{B'}$ (ver la Fig. 16)). Luego, el par motor es mayor que el par de frenado y la máquina aumentará su velocidad. Esto hace que el ángulo de par aumente, separándose cada vez más de δ_B hasta que la máquina pierda el sincronismo con la red.

Si la perturbación transitoria desde el punto B produjo un aumento del par, la máquina pasará al punto B", cuyo ángulo de par es $\delta_{B"}$. Al desaparecer la perturbación el par motor sigue siendo $M_m = M_B$, pero el par de la máquina es mayor (es $M_{B"}$ correspondiente a $\delta_{B"}$ (ver la Fig. 16)). Luego, el par motor es inferior que el par de frenado y la máquina reducirá su velocidad. Esto hace que el ángulo de par disminuya, alejándose cada vez más de δ_B hasta que alcance un nuevo equilibrio en el punto A.

En resumen, si aparecen perturbaciones transitorias que desvíen, tanto en sentido positivo como negativo, el ángulo de par con respecto al punto de equilibrio inicial B; la máquina es incapaz de recuperar el equilibrio en el punto B. Por lo tanto, el punto B es un punto de funcionamiento inestable del generador síncrono.

Se deduce, entonces, que los puntos de funcionamiento del generador síncrono cuyos ángulos de par δ estén comprendidos entre 0 y 90º son estables, mientras que si están comprendidos entre 90 y 180º son inestables. Luego, el ángulo de par $\delta = 90º$ es el límite de estabilidad estática.

En el punto de equilibrio estable A, la máquina recupera el equilibrio porque al apartarla de A aparece una diferencia de pares entre el generador síncrono y el motor que obliga al sistema al volver al punto de equilibrio A. Esta diferencia de pares se denomina par sincronizante M_s.

En esta explicación no se ha tenido en cuenta la energía cinética que el sistema acumula cuando se aparta del punto de equilibrio inicial A, la cual origina que la vuelta al punto de equilibrio no se realice directamente. Se producen una serie de oscilaciones -superpuestas al movimiento de giro con la velocidad de sincronismo- alrededor de A hasta que, finalmente, la máquina se estabiliza en dicho punto. Este fenómeno hace que el estudio de la estabilidad sea algo más complicado, lo que se tratará más adelante al estudiar las oscilaciones pendulares y la estabilidad dinámica.

2.3.- Par sincronizante M_s para pequeños desvíos δ_d del ángulo de par

Supongamos que el generador síncrono estaba funcionando en el punto de equilibrio estable A (Fig. 16) y se produjo una pequeña perturbación que lo apartó transitoriamente de dicho punto. Al desaparecer la perturbación los pares de la máquina M y del motor M_m son distintos. Su diferencia es el *par sincronizante* M_s que devuelve la máquina al punto de equilibrio A:

$$M_s = M - M_m = M - M_A \qquad (15)$$

Durante la vuelta al estado de equilibrio A, el ángulo de par δ va cambiando hasta que, finalmente, vale δ_A. Llamaremos ángulo de desvío δ_d a la diferencia que en cada momento tiene el ángulo de par con respecto a su valor en el punto de equilibrio A:

$$\delta_d = \delta - \delta_A \quad \rightarrow \quad \delta = \delta_A + \delta_d \tag{16}$$

Si el ángulo de desvío δ_d es pequeño (menor de 20º), se cumple que:

$$\delta_d << \quad \rightarrow \quad \text{sen } \delta_d \approx \delta_d; \quad \cos \delta_d \approx 1 \tag{17}$$

Luego, partiendo de las relaciones (13), (15) y (16) se deduce lo siguiente:

$$M_s = M - M_A = M_{máx}[\text{ sen } \delta - \text{ sen } \delta_A] = M_{máx}[\text{ sen } (\delta_A + \delta_d) - \text{ sen } \delta_A] \tag{18}$$

Teniendo en cuenta esta propiedad trigonométrica

$$\text{sen } (\delta_A + \delta_d) = \text{ sen } \delta_A \cos \delta_d + \cos \delta_A \text{ sen } \delta_d$$

que, con las relaciones (17) se convierte en

$$\text{sen } (\delta_A + \delta_d) \approx \text{ sen } \delta_A + \delta_d \cos \delta_A \tag{19}$$

se obtiene de (18) que

$$M_s \approx M_{máx}[(\text{sen } \delta_A + \delta_d \cos \delta_A) - \text{sen } \delta_A] = (M_{máx} \cos \delta_A)\, \delta_d \tag{20}$$

Se denomina <u>par sincronizante específico K_s</u> para el punto de equilibrio A a esta magnitud

$$\boxed{K_s = M_{máx} \cos \delta_A = \frac{3\, V\, E_0}{X_s\, \Omega_1} \cos \delta_A} \tag{21}$$

K_s depende del punto de equilibrio A en el que se encuentre la máquina. A igualdad de valores de V, E_0 y X_s, el par sincronizante específico K_s es máximo en vacío ($\delta_A = 0$) y nulo en el límite de estabilidad estática ($\delta_A = 90º$). Por lo tanto, cuanto mayor es K_s mayor es la estabilidad estática de la máquina y, consecuentemente, el valor de K_s en un punto de equilibrio A es una medida de la estabilidad estática de la máquina en dicho punto. Nótese, además, que el par sincronizante específico K_s es igual al valor en el punto A de la derivada del par sincronizante M_s con respecto al ángulo de par δ.

Por otra parte, el par sincronizante específico K_s es mayor cuanto menor es la reactancia síncrona X_s. Por esta razón, el entrehierro de las máquinas síncronas suele ser relativamente grande para así aumentar su estabilidad estática.

De (20) y (21) se deduce lo siguiente:

$$\boxed{M_s = K_s \cdot \delta_d} \tag{22}$$

La expresión (22) para el par sincronizante M_s es similar a la del par de un resorte en espiral. Cuando la máquina está en el punto de equilibrio A, el par sincronizante es cero. Pero cuando una perturbación la aparta de este punto de equilibrio, es como si se tensara un resorte que produjera el par M_s -tanto mayor cuanto mayor es el desvío δ_d respecto al punto de equilibrio- que tiende a volver al generador síncrono al punto A.