Trabajo por equipos sobre aplicación del método de los elementos finitos con el programa 2dBVP explicado y utilizado en clase

Se resolverán de diversos modos ejercicios ya trabajados por diferencias finitas, siguiendo las siguientes indicaciones. Las entregas se realizarán por correo electrónico enviando un archivo comprimido con toda la información a la dirección del profesor: puigpeyj@unican.es, indicando en el asunto: Equipo j MetMNIng, trabajo elementos finitos.

* Cada ejercicio se entregará en una carpeta separada.

* En cada ejercicio se realizarán varios subcasos en función de ejecutar con mallado triangular o cuadrilátero, o aprovechando simetrías.

* Cada carpeta contendrá los códigos del ejercicio con sus subcasos, y varios archivos tipo Word con un informe de la realización del subcaso del caso considerado.

* Cada archivo con el informe de cada subcaso de un ejercicio, contendrá:

. mallado inicial, que resulta en la primera iteración, (etapa inicial con variable refine= 0)

. situación en la 3a iteración, esto es tras 2 refines, que incluirá las siguientes imágenes:

- . Mallado para esa iteración, es decir, tras 2 refines.
- . Dibujo 2D de la solución aproximada mediante niveles de colores.
- . Dibujo de los vectores asociados al ejercicio (gradientes, flujos, tensiones,...) en esa etapa.

. situación al terminar la ejecución del programa, que incluirá:

- . Tabla de evolución de la variable de estado en los nodos iniciales a lo largo de los refines, que el programa escribe en la ventana de comandos de Matlab.
- . Se incluirán los mensajes de ejecución que el programa va escribiendo en la ventana de comandos s lo largo de la ejecución: evolución de una etapa, tiempo de CPU,...
- . Dibujo 2D de la solución aproximada final mediante niveles de colores.
- . Dibujo 3D de la solución aproximada final como superficie coloreada.
- . Mallado utilizado en la iteración final.
- . Si los vectores son identificables (no se ven demasiado pequeños), dibujo de vectores asociados (gradientes, flujos, tensiones,...) al terminar.
- . Los comentarios aclaratorios o complementarios que se consideren oportunos.

<u>3.- E.T.S. I. Caminos. Santander. Ing. de Caminos, 3er Curso. Ec. Dif. y Mét. Num. SEP 2010, MNP2</u>

Resolver por elementos finitos la siguiente ecuación, relacionada con la torsión de una barra elástica:

$$\partial^2\Phi / \partial x^2 \; + \; \partial^2\Phi / \partial y^2 + j = 0 \quad \text{(j es el número del equipo)}$$

definida en cada punto del dominio plano cuadrado delimitado por $x = +1$, $x = -1$, $y = +1$, $y = -1$, considerando la condición auxiliar de que Φ es nula en todo punto del contorno del cuadrado anterior.

Se considerarán dos subcasos, aprovechando en ambos la simetría del problema respecto a los ejes OY y OX, trabajando sobre una cuarta parte del dominio:

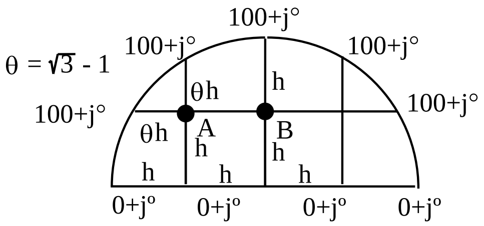
. Una malla inicial de 9 elementos cuadrados de lados paralelos a los ejes X-Y, tamaño del lado: 1/3.

. Una malla triangular obtenida de la anterior cuadrada trazando una diagonal descendente de izquierda a derecha en cada cuadrado,.

. Los gráficos de vectores que se presenten corresponderán a los vectores de tensiones tangenciales sobre la sección, como se ha comentado en clase.

4.-ETSICCP. Santander. METODOS NUMERICOS. Curso 3º. Examen Extraord. Parte 2ª. 7 Sep 1994

. Una lámina semicircular de radio 2h, h=1, y conductividad calorífica uniforme tiene en su diámetro una temperatura constante de 0+j°, y en el borde semicircular 100+j°.(j: núm. de equipo: 1,2,3,...



Empleando el método de elementos finitos aproximar la solución utilizando como nodos base iniciales los puntos de la malla de la figura, trazando sobre ella una malla triangular simétrica.

Se considerarán dos subcasos: Uno con el dominio completo y otro aprovechando la simetría respecto al eje vertical por el centro.
Nota: La ecuación que se utilizará será la de Laplace ($\partial^2T/\partial x^2 + \partial^2T/\partial y^2=0$).

5.- E.T.S. I. Caminos. Santander. Ing. de Caminos, 3er Curso. Ec. Dif. y Mét. Num. SEP 2012 MNP2.

Resolver por elementos finitos la ecuación de Laplace: $\partial^2u/\partial x^2+\partial^2u/\partial y^2 = 0$, en el dominio del plano XY formado por el cuadrado [0,1]×[0.1], con las condiciones auxiliares:

u(x, 0) = x+j ; u(x, 1) = 1+j – x ; (j es el número del equipo)
u(0, y) = y+j ; u(1, y) = 1 +j– y ; (j es el número del equipo)

Se considerarán dos subcasos:

. Una malla inicial de 9 elementos cuadrados de lado 1/3 y lados paralelos a los ejes X-Y.

. Una malla inicial triangular obtenida de la anterior cuadrada trazando una diagonal descendente en cada cuadrado, de izquierda a derecha.

* Se sabe que la solución exacta es u(x,y)=x+y-2xy+j, (j es el número del equipo). Se tendrá en cuenta al resolver, introduciéndola para que el programa dé el error. Se comentarán los resultados relativos al error, comparando los resultados por elementos finitos y con la solución exacta. Comparar también con los resultados obtenidos por el método de diferencias finitas. Justificar lo observado en las comparaciones.

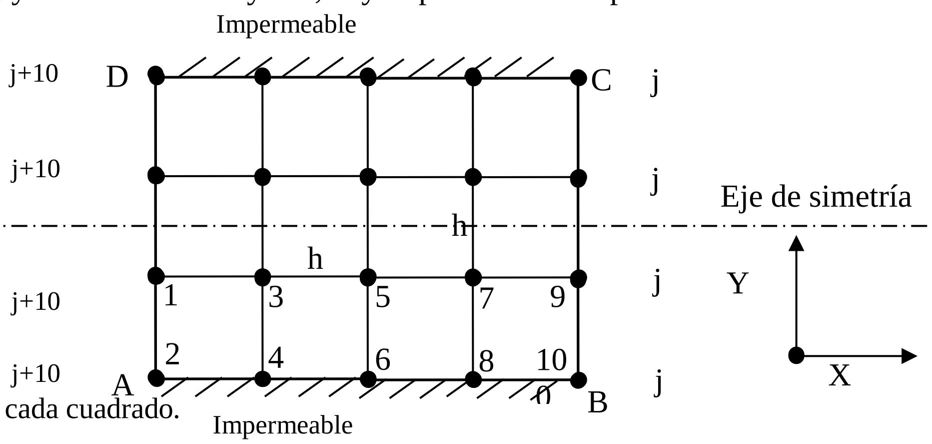
6.-E.T.S.Ingenieros de Caminos. Santander. METODOS NUMERICOS. Parte 2ª. Final. 11 Feb 2000

Obtener por elementos finitos la solución aproximada del problema de la distribución en régimen permanente del potencial de velocidad U de un fluido perfecto en el trozo de canal ABCD de la figura, regulada por la ecuación de Laplace ($\partial^2U/\partial x^2 + \partial^2U/\partial y^2= 0$), teniendo en cuenta que en el lado AD el potencial es de j+10 unid., (j es el número del equipo) en el BC es de j, y en los lados CD y AB, hay impermeabilidad perfecta.

Se considerarán dos subcasos, con el domino completo, <u>sin aprovechar su simetría</u>:

. Una malla inicial de 12 elementos cuadrados de lados paralelos a los ejes X-Y, tamaño del lado: h=1.

. Una malla triangular obtenida de la anterior cuadrada trazando una diagonal descendente de izq. a dcha. en cada cuadrado.



* Comparar con la solución exacta: U=-2.5·x/h +j+10, en que el origen (0,0) es el punto A, y h=1.

7.- E.T.S. I. Caminos. Santander. Máster Ing Caminos, 1er Curso. Mét. Mat y Numér en Ing. Bloque MN ene 2015

Se considera la resolución por el Método de los Elementos Finitos (MEF) del problema de contorno asociado a la ecuación de Laplace $-\Delta u = 0$

relativo a la variable dependiente u(x,y) función de las variables independientes x, y.

La ecuación se define en el dominio 2D representado por el recinto Ω poligonal cerrado de la figura, de borde Γ definido por los 6 nodos de numeración global **1, 2, 3, 4, 5, 6**. Se considera el mallado cuadrilátero dibujado, con 2 cuadriláteros (1) y (2).

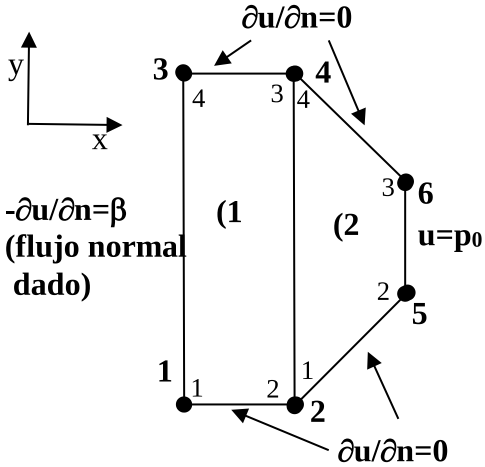


Tabla relacionando numeración global y local de nodos:

Nº local nodo	1	2	3	4
Cuadrilátero	**Nº global nodo**			
(1)	**1**	**2**	**4**	**3**
(2)	**2**	**5**	**6**	**4**

El borde de cada cuadrilátero se recorre en sentido antihorario.

Se consideran las condiciones de contorno siguientes:

Esenciales, tipo Dirichlet:

* $u = p_0 = 0$ unidades, valor conocido en el borde $\Gamma 56$.

Naturales, tipo Neumann ($\partial u/\partial n$ se refiere a la proyección del gradiente de u sobre la normal exterior **n** al borde):

* $\partial u/\partial n = 0$ en los bordes $\Gamma 125$ y $\Gamma 346$.

* $-\partial u/\partial n = \beta = -10 - j/10$ unidades, j es el nº de equipo, valor conocido en el borde $\Gamma 13$.

Se realizarán dos procesos: con malla cuadrilátera y con malla triangular. La malla inicial se construirá con:

. Malla cuadrilátera: Se construirá con los cuadriláteros de la figura.

. Malla triangular: Se construirá con los triángulos que resulten de cada cuadrilátero trazando la diagonal descendente de izquierda a derecha.

8.-E.T.S.I. Caminos. Santander. METODOS NUMERICOS. Parte 2ª. Final. 6 Feb 1997

Se modela un local en cuyo interior hay una piscina con agua a 30 grados como se indica en la figura, y se desea hacer una valoración de la distribución estacionaria de la temperatura en el ambiente del local. Se supone que el local es suficientemente largo como para considerar representativa una sección transversal con ejes XY en la que estudiar la distribución estacionaria de temperatura, regulada por la ecuación de Laplace $\partial^2 T/\partial x^2 + \partial^2 T/\partial y^2 = 0$. Se considera la retícula de la figura, con tamaño h para el lado básico, con h=1, sobre la que **hay que obtener la solución aproximada por el método de elementos finitos**.

El local tiene su sección transversal simétrica respecto al eje OY, y se supone que las condiciones de temperatura interior y exterior también lo son. En el lado inferior, que corresponde a la superficie del agua, la temperatura se mantiene siempre a 30º Se construirá un mallado triangular basado en el de la figura, simétrica respecto al eje OY. Se supondrá que el punto A está en el punto medio del segmento 11-12 y el punto B en el punto medio del segmento 9-11.

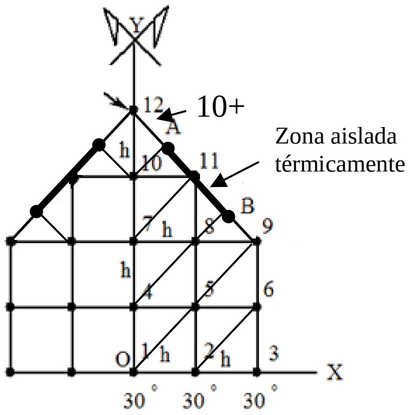
La malla inicial se construirá con:

. los triángulos rectángulos 12-10-A, A-10-11, 11-8-B, B-8-9

. los triángulos que resultan de poner dos triángulos en cada cuadrado de la figura, trazando una diagonal descendente manteniendo la simetría en su caso.

Se indican condiciones de contorno en la parte derecha del recinto.
Desde el punto numerado con 3 hasta el B, pasando por el 6 y el 9,
hay una pared acristalada, que está a una temperatura de 10+jº, j es el nº del equipo.

Esa misma temperatura se da en la zona del contorno A-12,
que corresponde a una zona acristalada en la cumbrera del tejado.
La parte del tejado que va desde el nodo B hasta el A, pasando por el 11,
está aislada térmicamente.



Para la resolución se asignarán valores numéricos a los índices de todos los nodos considerados

Se considerarán dos subcasos, ambos aprovechando la simetría respecto al eje vertical central de la figura. Se emplearán:

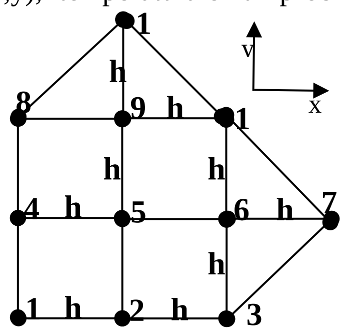
. Elementos triangulares: Los señalados

. Elementos cuadriláteros: a) los de forma cuadrada y con vértices los numerados en la figura; b) los de forma triangular de vértices: 12-10-A, A-10-11, 11-8-B, B-8-9, que se tratarán como cuadriláteros tomando los nodos 10 y 8 como dobles.

9.- E.T.S. I. Caminos. Santander. Máster Ing Caminos, Mét. Mat y Numér en Ing. Bloque MN sep 2014

Se considera la ecuación diferencial de Laplace en 2D, con una variable dependiente u(x,y), temperatura en un problema de distribución estacionaria del calor en un medio isótropo, $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

definida en el dominio de la figura, basado en una retícula cuadrada de lado h=1
Se tienen las siguientes condiciones auxiliares (j es el nº de equipo):
. En el borde definido por los nodos 1, 2, 3, 7, se tiene que u = j unidades
. En el borde definido por los nodos 8,11 se tiene que u = 0 unidades
. En el borde definido por 11, 10 y 7, el flujo normal q_n= 0.
. En el borde definido por 8, 4 y 1, el flujo normal q_n=10.



(Por flujo normal en el borde se entiende $-\nabla u \cdot \mathbf{n}$, siendo ∇u
el vector gradiente de u, '·' producto escalar y **n** un vector normal unitario exterior al borde). SE PIDE :

Se realizarán dos procesos: con malla cuadrilátera y con malla triangular. La malla inicial se construirá con:

. Malla cuadrilátera: Se construirá con los cuadrados y los triángulos de la figura. Para dar estructura cuadrilátera a los triángulos, se considerarán como dobles el nudo 9 y el nudo 6. Se utilizará la numeración de nodos de la figura.

. Malla triangular: Se construirá con los triángulos de la figura y los que resulten de cada cuadrado trazando la diagonal descendente de izquierda a derecha.

. Retocar el programa para que escriba la evolución del vector gradiente en el nodo 4 a lo largo de los sucesivos refines. Para ello añadir en la función **postprocessor_refine** tras el cálculo del gradiente por la función makeGradient, la escritura del gradiente. Por ejemplo así:

```
...
% Calculate gradient
gradient = makeGradient(d);
% Escritura del gradiente en nodo 4
disp('Gradiente en nodo 4:'),gradient(4,1:2)

...
```