

# LIBRO ELECTRÓNICO DE MATEMÁTICAS: ANÁLISIS DEL PROYECTO PARA EL APRENDIZAJE AUTÓNOMO DE LAS MATEMÁTICAS

B. Porras Pomares<sup>1</sup>; E. Álvarez Sáiz<sup>2</sup>; L. Bravo Sánchez<sup>2</sup>; F. Canales Tazón<sup>3</sup>; J. A. Cordon Muñoz<sup>1</sup>; A. Gutiérrez Gómez<sup>2</sup>; A. Núñez Castaín<sup>1</sup>; J. M. Olazábal Malo de Molina<sup>1</sup>; S. Polanco Lequerica<sup>1</sup>; B. Sánchez Madariaga<sup>2</sup>; C. Valero Revenga<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación*

<sup>2</sup>*Departamento de Matemática Aplicada y Ciencias de la Computación*

<sup>3</sup>*Becario del Proyecto Lemat*

*Universidad de Cantabria*

## RESUMEN

LEMAT es un proyecto que se está desarrollando en el marco de un convenio entre la Universidad de Cantabria y la Consejería de Educación del Gobierno de Cantabria, con la finalidad de incorporar los avances en las denominadas “Tecnologías de la Información y de la Comunicación” en la enseñanza de las Matemáticas.

Desde el curso 2002 hasta ahora se ha ido elaborando el material del proyecto, al mismo tiempo que se ponía en práctica en las aulas de algunos Institutos de Enseñanza Secundaria y de la Universidad para analizar la utilidad del proyecto como una nueva forma de aprendizaje tutelado por el profesor.

Actualmente se ha abordado el análisis del proyecto como herramienta de aprendizaje autónomo. Para este análisis estamos desarrollando un curso de libre configuración en el que participa un grupo de 30 alumnos de la Universidad, de diferentes titulaciones. En éste se estudia paso a paso cada uno de los aspectos del proyecto.

**Palabras Clave:** Innovación/TIC/Aprendizaje

A comienzos del año 2002 un grupo de profesores del Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación y del Departamento de Matemática Aplicada y Ciencias de la Computación de la Universidad de Cantabria, junto con un grupo de profesores de Enseñanza Secundaria, pone en marcha el proyecto “Lemat”, Libro Electrónico de Matemáticas, con la finalidad de incorporar los avances de las denominadas “Tecnologías de la Información y de la Comunicación” (“Nuevas Tecnologías”, NTICs, ...) en la enseñanza de las Matemáticas. Son profesores que ya vienen empleando esas tecnologías en sus propias asignaturas y pretenden, en líneas generales, establecer un marco y unos elementos comunes que den como fruto un “libro” de Matemáticas, cuyo soporte sea un CD (compact disk) o bien esté colocado en un sitio web para su acceso a través de Internet.

El contenido desarrollado en el proyecto se caracteriza por la interactividad del alumno con su proceso de aprendizaje, que se apoya en las siguientes herramientas:

- “laboratorios” con distintas herramientas de cálculo.
- ejercicios de introducción a nuevos conceptos y que requieren la intervención del alumno.
- ejercicios de comprensión que le permiten comprobar sus conocimientos.
- “applets” dinámicos; estos se emplean tanto para mostrar y/o afianzar conceptos, como para que el alumno pueda efectuar cálculos con ellos (hay que destacar, en este

sentido, el applet “Descartes”, auspiciado por el Ministerio de Educación y Ciencia, y del que Lemat hace un uso frecuente).

- *autoevaluaciones* intercaladas a lo largo de cada unidad.
- *preevaluaciones* y *evaluaciones* apoyadas en WebCT <sup>1</sup>.
- *capas* de ayuda en forma de “bocadillos” emergentes.
- *glosario* al que se puede acceder desde cualquier página con términos o palabras incluidas en el propio glosario, o bien directamente a modo de diccionario.

Además, Lemat utiliza las herramientas de comunicación de la plataforma WebCT donde está soportado: correo electrónico y foro.

El contenido matemático de LEMAT se corresponde con los niveles de 1º y 2º de Bachillerato y 1º de Universidad. Cada uno de los Módulos se refiere a un tema y cada uno de sus niveles, en caso de existir varios, corresponden a Iniciación (Nivel I), Consolidación (Nivel II) y Ampliación de un tema (Nivel III).

Estos contenidos se desarrollan de manera que se pasa progresivamente de lo concreto a lo abstracto, de lo particular a lo general. Contienen abundantes ejemplos introductorios que despiertan la curiosidad del alumno y le hacen participar en el trabajo creativo del descubrimiento de las reglas o conceptos más abstractos, procurando que estos surjan de manera natural a partir de una razonable reflexión.

El lenguaje de *marcas de hipertexto* (HTML, XML) permite que Lemat pueda emplearse de manera secuencial, como un libro, o bien navegando por sus contenidos y permitiendo que el usuario elija su propio recorrido.

Para las expresiones matemáticas se ha usado el estándar MathML, con lo que cada componente de una fórmula lleva una etiqueta HTML. Esto nos permite, además de una muy buena presentación, su posible uso para la realización de cálculos, por ejemplo empleando JavaScript, en alguno de los laboratorios que se han incluido.

El acceso a LEMAT se realiza a través del Aula Virtual de la Universidad de Cantabria, donde está implementado como un curso virtual dentro de la plataforma WebCT. Para ello, cada alumno está matriculado en el curso, y dispone de un código de usuario y clave de acceso personal. También hay posibilidad de acceder al curso como usuario anónimo, aunque en este caso están restringidas algunas de las herramientas de comunicación y de evaluación del curso. Actualmente el acceso se puede hacer directamente desde la dirección:

[www.lemat.unican.es](http://www.lemat.unican.es)

Desde hace dos años se están llevando a cabo experiencias educativas de utilización de Lemat en Institutos de Enseñanza Secundaria, en diferentes planes de estudio de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales y de Telecomunicación, y en las Licenciaturas de Matemáticas y Física.

La descripción de estas experiencias, y las conclusiones obtenidas, se han hecho públicos en diferentes congresos nacionales e internacionales sobre aplicaciones de las Nuevas Tecnologías a la enseñanza de las Matemáticas, que se mencionan en las referencias de este artículo.

Cabe destacar que, en todos los casos, Lemat se ha utilizado como una herramienta de estudio “semipresencial”, complementándose con explicaciones teóricas por parte del

---

<sup>1</sup> WebCT: plataforma e-learning empleada por la Universidad de Cantabria para los cursos del “Aula Virtual”.

profesor y utilizando además el aula de informática con la asistencia de uno o más profesores como tutores.

Otra característica común en las experiencias docentes llevadas a cabo hasta ahora es que se han centrado en una utilización muy limitada de los contenidos matemáticos de Lemat: en cada caso se ha escogido sólo un módulo temático, adecuado al nivel y al programa de la asignatura en la que se realizaba la experiencia.

Estas actividades le han valido al Proyecto Lemat el Premio Galicia de Tecnologías de la Información y Comunicación aplicadas a la Educación Matemática, en su tercera edición (julio, 2005).

Al comienzo del curso 2005-2006, el equipo del proyecto nos planteamos la necesidad de someterlo a un proceso de evaluación más completo.

- Como cualquier curso on-line, debemos analizar los aspectos formales de accesibilidad, diseño, navegación, comunicación, etc.
- Además, la presentación de contenidos matemáticos y herramientas interactivas en este contexto tiene dificultades específicas: la escritura de fórmulas matemáticas, herramientas de cálculo simbólico o numérico, diseño de gráficos, applets, ...
- Diseño de cuestionarios y pruebas de evaluación de respuesta abierta, en las que el usuario debe utilizar también un código de escritura científico-matemático.
- Y también como cualquier curso, debemos analizar la adecuación del contenido a los objetivos docentes.

Una de las vocaciones de Lemat es la de servir como medio para el aprendizaje autónomo por parte del usuario. En este sentido, las experiencias realizadas no aportaban suficiente información para evaluar el proyecto en profundidad.

Actualmente, el proyecto se encuentra avanzado hasta un 30% de su desarrollo, y parece conveniente analizar cuáles son sus perspectivas a corto, medio y largo plazo, para orientar el trabajo pendiente de forma que se vayan cumpliendo objetivos.

Para llevar a cabo todo este análisis y evaluación de Proyecto Lemat, hemos puesto en marcha un CURSO DE CORTA DURACIÓN en la Universidad de Cantabria, incluido en la oferta de cursos autorizados para el reconocimiento de créditos de libre elección.

## **LEMAT: CURSO DE LIBRE ELECCIÓN**

### **1. CARACTERÍSTICAS DEL CURSO**

#### **REQUISITOS Y CRITERIOS DE ADMISIÓN**

El curso se dirige a todos los estudiantes de la Universidad de Cantabria, aunque está especialmente indicado para estudiantes de primer ciclo de las licenciaturas o ingenierías que tienen asignaturas de matemáticas en primer curso. No hay ningún requisito previo.

Se propuso una limitación inicial de 30 plazas, y no se establecen gastos de matrícula.

#### **OBJETIVOS**

- Iniciarse en la utilización de las nuevas tecnologías como herramienta de aprendizaje: Lemat como herramienta de aprendizaje autónomo.
- Iniciarse en el proceso de investigación de metodologías docentes y de aprendizaje: análisis comparativo de Lemat con otros proyectos educativos de características similares.

- Adquisición, o actualización en su caso, de conocimientos básicos en diferentes parcelas de la Matemática: el contenido matemático de Lemat.

### METODOLOGÍA

El curso se desarrolla de forma fundamentalmente no presencial, integrándolo dentro del propio proyecto Lemat:

- Los alumnos matriculados forman un grupo propio de Lemat, con acceso a todas las funcionalidades del curso y de WebCT, incluidas las herramientas de comunicación (correo y foro) de Lemat.
- Hay una sesión inicial de dos horas de duración para la presentación del curso donde se explica la utilización de la plataforma WebCT y del Proyecto Lemat.
- El curso se desarrolla en varias etapas, en las que se analiza cada uno de los diferentes aspectos que conforman Lemat (contenido matemático, diseño, metodología del aprendizaje, herramientas de evaluación y herramientas de comunicación). El trabajo que deben realizar los alumnos en cada etapa se define en una Hoja de Trabajo, y se recoge en forma de Cuestionario, de documento de trabajo, o de presentación común, utilizando las distintas herramientas de evaluación y de trabajo de WebCT.
- Finaliza el curso con una reunión de todos los alumnos, para la realización de una encuesta de calidad, basada en sistemas de evaluación de calidad de cursos educativos estandarizados, y para la puesta en común de conclusiones.

### EVALUACIÓN

WebCT permite analizar la participación de los alumnos en los cursos implementados en ella, por lo que la evaluación del curso se realiza a través de las herramientas de gestión de WebCT, valorando la participación en las herramientas de comunicación (foros y correo electrónico), los accesos a los contenidos del curso, la cumplimentación de los cuestionarios propuestos, etc. Se valorará también la asistencia a las sesiones presenciales, y la participación en los debates.

### PROFESORES PARTICIPANTES

Participan en el curso todos los profesores implicados en el proyecto, ocupándose cada uno del seguimiento individualizado de un pequeño grupo de alumnos. Además para el desarrollo del curso hemos contado con la ayuda imprescindible de un becario para el mantenimiento y gestión del curso en la plataforma virtual.

## 2. DESARROLLO DEL CURSO

Han participado en este curso 38 alumnos, procedentes de las titulaciones de Matemáticas, Física, Administración y Dirección de Empresas, Ingeniería Técnica Industrial, Ingeniería en Obras Públicas e Ingeniería de Telecomunicaciones. La experiencia como estudiantes universitarios de los alumnos participantes los convierte en “grupo de expertos en el aprendizaje”, y la diversidad de formación e intereses es uno de los aspectos más enriquecedores para la evaluación del proyecto Lemat.

El curso se ha dividido en cinco etapas.

#### 1. Introducción:

La primera etapa es de introducción y recogida de información. En primer lugar, se ha aplicado una encuesta a los alumnos, para saber el nivel de conocimiento y área de interés preferente por ellos entre los temas desarrollados hasta ahora en Lemat. En esta encuesta se reúne también información sobre su conocimiento y experiencia en la utilización de las nuevas tecnologías, experiencia en el seguimiento de cursos virtuales, y en relación con la enseñanza de matemáticas, y su grado de interés en estos aspectos.

Esta información nos permite dividir los alumnos en grupos pequeños, de cuatro o cinco personas cada uno, con intereses afines. A partir de aquí, cada profesor se hace cargo de la tutela de un grupo de trabajo, con el que mantendrá un contacto directo a través de correo electrónico para ayudarle a interpretar y dirigir el trabajo que se va encomendando en el resto del curso.

Durante esta primera etapa los alumnos deben realizar una serie de actividades, que les guían a través de Lemat, para familiarizarse con el contenido, la navegación y la metodología del Proyecto, y para realizar un primer análisis de los aspectos de diseño, accesibilidad, navegación y comunicación, mediante su respuesta a un cuestionario sobre estos aspectos.

La duración de esta primera etapa es de dos semanas.

#### 2. Contenido:

Durante la segunda etapa del curso, se aborda el estudio de uno de los módulos de contenido de Lemat. Cada alumno tiene asignado un módulo, de acuerdo con la información recogida en la etapa anterior, y durante un período de un mes debe realizar el estudio y análisis de dicho módulo. Como en la etapa anterior, el trabajo que debe realizar el alumno está descrito en unas Hojas de trabajo, y su análisis se recoge mediante cuestionarios.

#### 3. Herramientas de evaluación:

En la tercera fase se aborda el análisis de las herramientas de autoevaluación y evaluación que Lemat ofrece al estudiante. En este caso el tipo de análisis se hace de una forma más abierta, animando a los estudiantes a participar en la descripción de nuevas formas de evaluación que puedan ser implementadas en un curso virtual. Esta etapa tiene una duración aproximada de una semana.

#### 4. Aportaciones al proyecto:

La cuarta etapa del curso tiene una duración de un mes, y se orienta como un período de creación: a la vista de los resultados de las etapas anteriores, los alumnos deben aportar ideas o materiales que consideren que podrían mejorar el proyecto, en lo referente a los contenidos teóricos y a los diversos elementos utilizados en la práctica, como gráficos, laboratorios, applets, etc. Para esta parte del curso tienen también una orientación mediante una Hoja de trabajo, y deben presentar su aportación en WebCT, de forma que pueda ser compartido por todos los integrantes del curso.

#### 5. Evaluación Final del Curso:

La última etapa se realiza en una sola reunión, durante la cual se hace una puesta en común de los resultados del curso, y se realiza una encuesta de evaluación de calidad.

Se utilizará la herramienta MECA-ODL (<http://www.adeit.es/uv/mecaodl/>) para el análisis de la calidad. Esta herramienta es el fruto de un proyecto apoyado por la Comisión Europea en el marco del programa SÓCRATES (Minerva) y es propiedad de la Fundación Universitat-Empresa de Valencia. Para su utilización, el proyecto LEMAT cuenta con el permiso verbalmente otorgado por su principal mantenedor y desarrollador Vicente Francés de la Universidad de Valencia.

### **3. CONCLUSIONES**

Queda, evidentemente, una sexta etapa de este curso, que consistirá en el análisis por parte de los profesores implicados en Lemat de toda la información recogida durante este curso, y la elaboración de conclusiones que sirvan de orientación para impulsar una nueva etapa de desarrollo del proyecto. Esta fase se llevará a cabo una vez finalizado el curso, y deberá concretarse en cada una de las líneas de desarrollo en dos sentidos: corrección de errores o defectos, o mejora de los contenidos actuales, y desarrollo de nuevos contenidos.

En cada una de las cinco fases del curso, los alumnos han tenido la oportunidad de estudiar tanto el contenido como la forma: de estudiar matemáticas, y de analizar la forma de estudiar y enseñar matemáticas. A partir del trabajo realizado esperamos definir las siguientes líneas de trabajo:

Sobre el contenido matemático: dada la gran envergadura del proyecto, es necesario hacer una selección de los temas que parecen prioritarios, y un buen criterio es el expuesto por los alumnos como los temas de mayor dificultad o de mayor necesidad, desde su punto de vista, dentro de la universidad. También se abordará la aportación de nuevos elementos de contenido, como colecciones de referencias en la Red para la profundización en los diversos temas, glosario de términos, etc.

Sobre las herramientas didácticas interactivas: desarrollo y mejora de laboratorios de cálculo, elementos dinámicos (applets),

Sobre las herramientas de evaluación: desarrollo de métodos de autoevaluación, colecciones de problemas, sistemas de evaluación on-line.

Sobre la estructura de la programación y la plataforma virtual: aprovechamiento de los recursos didácticos de la plataforma virtual WebCT en la que está actualmente implementado el curso, y posibilidades de transferencia a otras plataformas virtuales de libre acceso.

#### 4. REFERENCIAS

- [1] AGAPEMA: Asociación Galega de Profesores de Educación Matemática.  
<http://www.agapema.com/period/IIIgalicia.html>
- [2] Grupo Lemat. Proyecto de Innovación Educativa. Libro Electrónico de Matemáticas (LEMAT). II Congreso de Aplicación de las Nuevas Tecnologías en la Docencia Presencial y e-Learning. Valencia 2002
- [3] Grupo Lemat. “Lemat: Primeras conclusiones”. Jornadas de Nuevas Tecnologías en la Innovación Educativa. ETSII, UPM. Madrid 2003.
- [4] Grupo Lemat. “Lemat: Una experiencia en marcha”. III Congreso de Aplicación de las Nuevas Tecnologías en la Docencia Presencial y e-Learning. Valencia 2003.
- [5] Grupo Lemat. "LEMAT: Libro Electrónico de MATemáticas". CRUE-Universidad Europea de Madrid. Septiembre 2004.
- [6] Grupo Lemat: “LEMAT: Una propuesta de innovación educativa de enseñanza on-line” XIII Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas. Las Palmas 2005
- [7] <http://www.adeit.es/uv/mecaodl/>