3 Semejanza de matrices

La segunda parte del paquete está destinada a trabajar con el concepto de matrices semejantes, de ahí su nombre. Cubre los tópicos del capítulo II, párrafos 1-4 del libro **Procedimientos Simbólicos en Álgebra Lineal**.

El procedimiento RACIONAL de este archivo está ya en el paquete "linalg" de MAPLE; se ha incluído aquí por razones de compacidad, respetándose los derechos de autor, toda vez que el algoritmo implementado en MAPLEV Release 5 fue diseñado por este autor.

Asimismo, por razones de longitud, esta segunda parte incluye semejanza sobre el cuerpo base, dejando la forma canónica irreducible y de Jordan para la tercera parte.

3.1 Principales procedimientos

DIAGONALIZA Calcula una base de vectores propios de una matriz

Diferentes maneras de utilización:

- DIAGONALIZA(A,P)
- DIAGONALIZA(A,P,K)
- DIAGONALIZA(A,inter)

Argumentos:

- A - una matriz cuadrada.
- (opcional) P - un símbolo (preferiblemente no "ligado").
- (opcional) K - un número primo o un conjunto de elementos algebraicos[1] sobre **Q** o un conjunto formado por un número primo y elementos algebraicos[1] sobre el cuerpo primo.
- (opcional) inter - exactamente la expresión inter.

Descripción:

[1]que MAPLE acepte como tales

La función **DIAGONALIZA** implementa el procedimiento de la página 74 del libro, calculando en los casos posibles una matriz diagonal D semejante a la matriz entrada A, y alojando en la variable P una matriz P regular tal que $P^{-1}AP = D$. En los demás casos, un mensaje de ERROR advertirá de la deficiencia en el proceso de diagonalización. Para obtener la matriz P, desde el *prompt* de Maple solícitese op(P).

Sea $A = (a_{ij})$.

- DIAGONALIZA(A,P) efectúa los cálculos en la extensión $\mathbf{Q}(a_{ij})$.
- Si K= $\{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}$ es un conjunto de números algebraicos sobre $\mathbf{Q}$, el procedimiento DIAGONALIZA(A,P,K) efectúa los cálculos en en la extensión
$$\mathbf{Q}(a_{ij}, \alpha_1, \ldots, \alpha_n)$$
- Si K es un número primo p, DIAGONALIZA(A,P,K) efectúa los cálculos en la extensión $\mathbf{Z}_p(a_{ij})$; debido a que se usa la función Factors de MAPLE, los términos a_{ij} de la matriz A pueden incluir a lo sumo un número algebraico en forma de RootOf.
- Si K contiene un elemento algebraico sobre $\mathbf{Z}_p$, DIAGONALIZA(A,P,K) efectúa los cálculos en la extensión $\mathbf{Z}_p(a_{ij})$ donde, por razones idénticas, los términos a_{ij} de la matriz A pueden incluir a lo sumo un número algebraico en forma de RootOf. Para el caso K = {p,α}, el ordenador puede tomarse su tiempo y memoria. Teste el usuario la matriz
$$\begin{bmatrix} a/b & c/d \\ e/f & g/h \end{bmatrix} \quad \text{sobre} \quad \mathbf{Z}_5(\alpha) \quad \alpha^2 - 2 = 0$$
- Si se incluye el parámetro opcional inter, se ejecuta el programa de modo interactivo a efectos de aprendizaje.

Ejemplos:

> A:=matrix(2,2,[a/c,5*b/d,5*b/d,a/c]);

$$\begin{bmatrix} \frac{a}{c} & 5\,\frac{b}{d} \\ 5\,\frac{b}{d} & \frac{a}{c} \end{bmatrix}$$

> DIAGONALIZA(A,P);

$$\begin{bmatrix} -\frac{-da+5\,bc}{cd} & 0 \\ 0 & \frac{da+5\,bc}{cd} \end{bmatrix}$$

> op(P);

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

> DIAGONALIZA(A,P,5);

$$\begin{bmatrix} \frac{a}{c} & 0 \\ 0 & \frac{a}{c} \end{bmatrix}$$

> op(P);

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Nótese que el tratamiento en característica prima no debe trivializarse.

Puede el usuario extender el cuerpo base:

> B:=matrix(2,2,[1,2,3,4]):

> alias(alpha=RootOf(x**2-5*x-2)):

> DIAGONALIZA(B,P,{alpha});

$$\begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & 5-\alpha \end{bmatrix}$$

> op(P);

$$\begin{bmatrix} -4/3+1/3\,\alpha & 1/3-1/3\,\alpha \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

> C:=companion((x**2-2)*(x**2-3),x);

$$C := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -6 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

> DIAGONALIZA(C, P, {sqrt(2), sqrt(3)});

$$\begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

> op(P);

$$\begin{bmatrix} -3\sqrt{2} & 2\sqrt{3} & 3\sqrt{2} & -2\sqrt{3} \\ -3 & -2 & -3 & -2 \\ \sqrt{2} & -\sqrt{3} & -\sqrt{2} & \sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

> DIAGONALIZA(C,inter);# El programa comenzará a ejecutar una sesión interactiva ante el usuario, solicitando a éste datos y opciones relativas al trabajo solicitado de diagonalizar por semejanza la matriz B.

MINIMO1 **Calcula una matriz semejante de la forma**

$$\begin{bmatrix} C(f) & N_1 \\ 0 & N_2 \end{bmatrix}$$

Diferentes maneras de utilización:

- MINIMO1(A)
- MINIMO1(A,P)
- MINIMO1(A,K)
- MINIMO1(A,P,K)
- MINIMO1(A,inter)

Argumentos:

- A - una matriz cuadrada.
- (opcional) P - un símbolo (preferiblemente no “ligado”).
- (opcional) primo - un número primo
- (opcional) inter - exactamente la expresión inter.

Descripción:

La función **MINIMO1** implementa el procedimiento de la página 83 del libro, calculando una matriz $B = \begin{bmatrix} C(f) & N_1 \\ 0 & N_2 \end{bmatrix}$ semejante a la matriz entrada A donde f es el polinomio mínimo de e_1 respecto de A, y alojando en la variable P una matriz P regular tal que $P^{-1}AP = B$. Para obtener la matriz P, desde el *prompt* de Maple solícitese op(P).

Sea $A = (a_{ij})$.

- MINIMO1(A) y MINIMO1(A,P) efectúan los cálculos en la extensión $\mathbf{Q}(a_{ij})$.
- Si primo es el número primo p, MINIMO1(A,primo) y MINIMO1(A,P,primo) efectúan los cálculos en la extensión $\mathbf{Z}_p(a_{ij})$.
- Si se incluye el parámetro opcional inter, se ejecuta el programa de modo interactivo a efectos de aprendizaje.

Ejemplos:

> A:=matrix([[a, b, a, b], [3*c, d, 3*c, d], [0, 0, a, b], [0, 0, 3*c, d]]);

$$A := \begin{bmatrix} a & b & a & b \\ 3\,c & d & 3\,c & d \\ 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & 3\,c & d \end{bmatrix}$$

> MINIMO1(A);

$$\begin{bmatrix} 0 & -ad+3\,cb & 0 & 1/3\,\frac{-ad+3\,cb}{c} \\ 1 & a+d & 1 & 1/3\,\frac{d}{c} \\ 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & 3\,c & d \end{bmatrix}$$

> M:=MINIMO1(A,P):

> op(P);

$$\begin{bmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 3\,c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

> equal(evalm(inverse(P)&*A&*P),M);

true

> N:=MINIMO1(A,P,3);

$$N := \begin{bmatrix} a & b & a & b \\ 0 & d & 0 & d \\ 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & 0 & d \end{bmatrix}$$

> op(P);

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

> A:=randmatrix(5,5,sparse,entries=rand(-3..3));

> MINIMO1(A,inter); # El programa comenzará a ejecutar una sesión interactiva ante el usuario, solicitando a éste datos y opciones relativas al trabajo solicitado.

CEROS_A_DERECHA **Calcula la matriz semejante** $\begin{bmatrix} C(f) & \overset{***}{0} \\ 0 & N_2 \end{bmatrix}$

Diferentes maneras de utilización:

- CEROS_A_DERECHA(M,g)
- CEROS_A_DERECHA(M,g,P)
- CEROS_A_DERECHA(M,g,primo)
- CEROS_A_DERECHA(M,g,P,primo)
- CEROS_A_DERECHA(A,g,inter)

Argumentos:

- M - una matriz de la forma $\begin{bmatrix} C(f) & N_1 \\ 0 & N_2 \end{bmatrix}$, resultado típico de MINIMO1.
- g - el grado del polinomio f.

- (opcional) P - un símbolo (preferiblemente no "ligado").
- (opcional) primo - un número primo.
- (opcional) inter - exactamente la expresión inter.

Descripción:

La función **CEROS_A_DERECHA** implementa el procedimiento de la página 93 del libro, calculando, como su propio nombre indica, una matriz $G = \begin{bmatrix} C(f) & N \\ 0 & N_2 \end{bmatrix}$ con el bloque N cero salvo quizá la primera fila, y que es semejante a la matriz entrada $M = \begin{bmatrix} C(f) & N_1 \\ 0 & N_2 \end{bmatrix}$; si se incluye el parámetro opcional P, aloja en dicha variable una matriz P regular tal que $P^{-1}MP = G$. Para obtener la matriz P, desde el *prompt* de Maple solícitese op(P).

Sea $M = (a_{ij})$.

- CEROS_A_DERECHA(M) y CEROS_A_DERECHA(M,P) efectúan los cálculos en la extensión $\mathbf{Q}(a_{ij})$.
- Si primo es el número primo p, CEROS_A_DERECHA(M,primo) así como CEROS_A_DERECHA(M,P,primo) efectúa los cálculos en la extensión $\mathbf{Z}_p(a_{ij})$.
- Si se incluye el parámetro opcional inter, se ejecuta el programa de modo interactivo a efectos de aprendizaje.

Ejemplos:

> A:=matrix([[a, b, a, b], [3*c, d, 3*c, d], [0, 0, a, b], [0, 0, 3*c, d]]):

> M:=MINIMO1(A): # Véanse los ejemplos anteriores

> N:=MINIMO1(A,3): # Véanse los ejemplos anteriores

> G:=CEROS_A_DERECHA(M,2);

$$\begin{bmatrix} 0 & -ad + 3\,cb & a + d & -1/3\,\frac{-d^2 - 6\,cb + ad}{c} \\ 1 & a + d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & 3\,c & d \end{bmatrix}$$

> G:=CEROS_A_DERECHA(M,2,P):

> op(P);

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -1/3\,\frac{d}{c} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

> H:=evalm(inverse(P)&*M&*P):

> H:=map(simplify,H):

> equal(G,H);

true

> G:=CEROS_A_DERECHA(N,1,3); # nótese que g debe ser ahora 1

$$\begin{bmatrix} a & b & a & b \\ 0 & d & 0 & d \\ 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & 0 & d \end{bmatrix}$$

> G:=CEROS_A_DERECHA(N,1,P,3):

> op(P);

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

> A:=companion(x^3-1,x):

> B:=randmatrix(3,3,sparse,entries=rand(-3..3)):

> C:=augment(A,B):

> E:=stackmatrix(C,augment(matrix(3,3,0),B));

> CEROS_A_DERECHA(E,3,inter); # El programa comenzará a ejecutar una sesión interactiva ante el usuario, solicitando a éste datos y opciones relativas al trabajo solicitado.

UN_BLOQUE **Calcula una matriz semejante de la forma**

$$\begin{bmatrix} C(f) & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix}$$

Diferentes maneras de utilización:

- UN_BLOQUE(A)
- UN_BLOQUE(A,P)
- UN_BLOQUE(A,primo)
- UN_BLOQUE(A,P,primo)
- UN_BLOQUE(A,inter)

Argumentos:

- A - una matriz cuadrada.
- (opcional) P - un símbolo (preferiblemente no “ligado”).
- (opcional) primo - un número primo
- (opcional) inter - exactamente la expresión inter.

Descripción:

La función **UN_BLOQUE** implementa el procedimiento de la página 95 del libro, calculando una matriz $B = \begin{bmatrix} C(f) & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix}$ semejante a la matriz entrada A, y alojando en la variable P una matriz P regular tal que $P^{-1}AP = B$. Para obtener la matriz P, desde el *prompt* de Maple solícitese op(P).

Sea $A = (a_{ij})$.

- UN_BLOQUE(A) y UN_BLOQUE(A,P) efectúan los cálculos en la extensión $\mathbf{Q}(a_{ij})$.
- Si primo es el número primo p, UN_BLOQUE(A,primo) y UN_BLOQUE(A,P,primo) efectúan los cálculos en la extensión $\mathbf{Z}_p(a_{ij})$.
- Si se incluye el parámetro opcional inter, se ejecuta el programa de modo interactivo a efectos de aprendizaje.

Ejemplos:

> C:=matrix(2,2,[a,b,3*c,d]):B:=matrix(2,2,[a,b,5*c,d]):A:=diag(C,B);

$$A := \begin{bmatrix} a & b & 0 & 0 \\ 3\,c & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & 5\,c & d \end{bmatrix}$$

> M:=UN_BLOQUE(A);

$$M := \begin{bmatrix} 0 & -ad + 3\,cb & 0 & 0 \\ 1 & a + d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & 5\,c & d \end{bmatrix}$$

> N:=UN_BLOQUE(A,3);

$$N := \begin{bmatrix} 0 & 2\,ad & 0 & 0 \\ 1 & a + d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & 2\,c & d \end{bmatrix}$$

> M:=UN_BLOQUE(A,P):N:=UN_BLOQUE(A,Q,3):

> op(P);

$$\begin{bmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 3\,c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

> op(Q);

$$\begin{bmatrix} 0 & b & 0 & 0 \\ 1 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

El usuario que desee comprobar los resultados no olvide simplificar y utilizar la característica elegida en cada caso.

> A:=randmatrix(5,5,sparse,entries=rand(-3..3));

> UN_BLOQUE(A,inter); # El programa comenzará a ejecutar una sesión interactiva ante el usuario, solicitando a éste datos y opciones relativas al trabajo solicitado.

CICLICA **Calcula una forma cíclica de una matriz**

Diferentes maneras de utilización:

- CICLICA(A)
- CICLICA(A,P)
- CICLICA(A,primo)
- CICLICA(A,P,primo)
- CICLICA(A,inter)

Argumentos:

- A - una matriz cuadrada.
- (opcional) P - un símbolo (preferiblemente no "ligado").
- (opcional) primo - un número primo
- (opcional) inter - exactamente la expresión inter.

Descripción:

La función **CICLICA** implementa el procedimiento de la página 96 del libro, calculando una matriz

$$C = \operatorname{diag}\left[C(f_1), \ldots, C(f_r)\right]$$

semejante a la matriz entrada A donde $C(f_i)$ es la matriz compañera del polinomio f_i, y alojando en la variable P una matriz P tal que $P^{-1}AP = C$. Para obtener la matriz P, desde el *prompt* de Maple solícitese op(P).

Sea $A = (a_{ij})$.

- CICLICA(A) y CICLICA(A,P) efectúan los cálculos en la extensión $\mathbf{Q}(a_{ij})$.
- Si primo es el número primo p, CICLICA(A,primo) y CICLICA(A,P,primo) efectúan los cálculos en la extensión $\mathbf{Z}_p(a_{ij})$.
- Si se incluye el parámetro opcional inter, se ejecuta el programa de modo interactivo a efectos de aprendizaje.

Ejemplos:

> C:=matrix(2,2,[a,b,3*c,d]):B:=matrix(2,2,[a,b,5*c,d]):A:=diag(C,B);

$$A := \begin{bmatrix} a & b & 0 & 0 \\ 3\,c & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & 5\,c & d \end{bmatrix}$$

> M:=CICLICA(A);

$$\begin{bmatrix} 0 & -ad + 3\,cb & 0 & 0 \\ 1 & a + d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -ad + 5\,cb \\ 0 & 0 & 1 & a + d \end{bmatrix}$$

> N:=CICLICA(A,3);

$$\begin{bmatrix} 0 & 2\,ad & 0 & 0 \\ 1 & a + d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\,ad + 2\,cb \\ 0 & 0 & 1 & a + d \end{bmatrix}$$

> M:=CICLICA(A,P):
> op(P);

$$\begin{bmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 3\,c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 0 & 5\,c \end{bmatrix}$$

> N:=CICLICA(A,Q,3):
> op(Q);

$$\begin{bmatrix} 0 & b & 0 & 0 \\ 1 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 0 & 2\,c \end{bmatrix}$$

El usuario que desee comprobar los resultados, no olvide simplificar y utilizar la característica elegida en cada caso.

> C:=matrix(2,2,[a,b,3*c,d]):B:=matrix(2,2,[a,b,5*c,d]):A:=diag(C,B):

> CICLICA(A,inter);# El programa comenzará a ejecutar una sesión interactiva ante el usuario, solicitando a éste datos y opciones relativas al trabajo solicitado.

MINIMO **Calcula el polinomio mínimo de una matriz**

Diferentes maneras de utilización:

- MINIMO(A,x)
- MINIMO(A,P,x)
- MINIMO(A,primo,x)
- MINIMO(A,P,primo,x)
- MINIMO(A,inter)

Argumentos:

- A - una matriz cuadrada.
- x - una indeterminada
- (opcional) P - un símbolo (preferiblemente no "ligado").
- (opcional) primo - un número primo
- (opcional) inter - exactamente la expresión inter.

Descripción:

La función **MINIMO** implementa el procedimiento de la página 99 del libro, calculando una matriz $M = \begin{bmatrix} C(p) & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix}$ semejante a la matriz entrada A donde $p(x)$ es el polinomio mínimo de A, y alojando en la variable P una matriz P regular tal que $P^{-1}AP = M$. Para obtener la matriz P, desde el *prompt* de Maple solícitese op(P).

Sea $A = (a_{ij})$.

- MINIMO(A,x) da el polinomio mínimo p de A, efectuando los cálculos en la extensión $\mathbf{Q}(a_{ij})$.

- MINIMO(A,P,x) da una lista formada por la matriz $\left[\begin{array}{cc} C(p) & 0 \\ 0 & G \end{array}\right]$ semejante a la matriz entrada A y el polinomio mínimo p de A, efectuando los cálculos en la extensión $\mathbf{Q}(a_{ij})$.
- Si primo es el número primo p, MINIMO(A,primo,x) y MINIMO(A,P,primo,x) efectúan los cálculos en la extensión $\mathbf{Z}_p(a_{ij})$.
- Si se incluye el parámetro opcional inter, se ejecuta el programa de modo interactivo a efectos de aprendizaje.

Ejemplos:

> A:=diag(2*a, 3*b, 6*c):

> MINIMO(A,x);

$$x^3 + (-2\,a - 3\,b - 6\,c)\,x^2 + (12\,ca + 18\,cb + 6\,ab)\,x - 36\,cba$$

> MINIMO(A,2,x);

$$xb + x^2$$

> lista1:=MINIMO(A,P,x):

> lista2:=MINIMO(A,Q,2,x):

> M:=lista1[1];N:=lista2[1];

$$M := \left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 36\,cba \\ 1 & 0 & -12\,ca - 18\,cb - 6\,ab \\ 0 & 1 & 2\,a + 3\,b + 6\,c \end{array}\right]$$

$$N := \left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 1 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

> op(P),op(Q);

$$\left[\begin{array}{ccc} 1 & 2\,a & 4\,a^2 \\ 1 & 3\,b & 9\,b^2 \\ 1 & 6\,c & 36\,c^2 \end{array}\right], \left[\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 1 & b & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

> evalm(inverse(Q)&*A&*Q): H:=modulariza(%,2):

> equal(H,N);

true

> A:=randmatrix(5,5,sparse,entries=rand(-3..3));

> MINIMO(A,inter);# El programa comenzará a ejecutar una sesión interactiva ante el usuario, solicitando a éste datos y opciones relativas al trabajo solicitado.

RACIONAL **Calcula la forma Racional o de Frobenius**

Diferentes maneras de utilización:

- RACIONAL(A)
- RACIONAL(A,P)
- RACIONAL(A,primo)
- RACIONAL(A,P,primo)
- RACIONAL(A,inter)

Argumentos:

- A - una matriz cuadrada.
- (opcional) P - un símbolo (preferiblemente no "ligado").
- (opcional) primo - un número primo
- (opcional) inter - exactamente la expresión inter.

Descripción:

La función **RACIONAL** implementa el procedimiento de la página 100 del libro, calculando la (única) matriz $F = \operatorname{diag}[C(f_1), \ldots, C(f_r)]$ semejante a la matriz entrada A donde $f_r | \cdots | f_1$, y alojando en la variable P una matriz P regular tal que $P^{-1}AP = F$. Para obtener la matriz P, desde el *prompt* de Maple solícitese op(P). Como ya se ha comentado el algoritmo que implementadoesta función, expuesto en [MO], coincide con linalg[frobenius] y linalg[Frobenius] de MAPLEV Release 5.

Sea $A = (a_{ij})$.

- RACIONAL(A) y RACIONAL(A,P) efectúan los cálculos en la extensión $\mathbf{Q}(a_{ij})$.
- Si primo es el número primo p, RACIONAL(A,p) y RACIONAL(A,P,p) efectúan los cálculos en la extensión $\mathbf{Z}_p(a_{ij})$.

- Si se incluye el parámetro opcional inter, se ejecuta el programa de modo interactivo a efectos de aprendizaje.

Ejemplos:

> A:=diag(2*a, 3*b, 6*c);

$$A := \begin{bmatrix} 2\,a & 0 & 0 \\ 0 & 3\,b & 0 \\ 0 & 0 & 6\,c \end{bmatrix}$$

> RACIONAL(A);

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 36\,abc \\ 1 & 0 & -12\,ca - 18\,bc - 6\,ab \\ 0 & 1 & 2\,a + 3\,b + 6\,c \end{bmatrix}$$

> RACIONAL(A,3);

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2\,a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

> RACIONAL(A,P):

> op(P);

$$\begin{bmatrix} 1 & 2\,a & 4\,a^2 \\ 1 & 3\,b & 9\,b^2 \\ 1 & 6\,c & 36\,c^2 \end{bmatrix}$$

> RACIONAL(A,Q,3):

> op(Q);

$$\begin{bmatrix} 1 & 2\,a & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

> A:=diag(companion(x^2-2*x+1,x),1,2,companion(x^2-3*x+2,x)):

> RACIONAL(A,inter);# El programa comenzará a ejecutar una sesión interactiva ante el usuario, solicitando a éste datos y opciones relativas al trabajo solicitado.

3.2 Otros procedimientos de interés

AUTOVALORES **Calcula los autovalores de una matriz**

Diferentes maneras de utilización:

- AUTOVALORES(A)
- AUTOVALORES(A,K)
- AUTOVALORES(A,cerrado)
- AUTOVALORES(A,primo,cerrado)

Argumentos:

- A - una matriz cuadrada.
- (opcional) K - un cuerpo en la sintaxis de Maple
- (opcional) cerrado - exactamente la expresión cerrado.

Puede ser recomendable “entrecomillar” la expresión cerrado, mediante la inserción de apóstrofes a ambos lados.

Descripción:

La función **AUTOVALORES** calcula los valores propios de una matriz, en forma de una lista de pares donde la primera componente del par es el valor propio y la segunda su multiplicidad como raiz del polinomio característico.

- AUTOVALORES(A) calclua las raíces racionales del polinomio característico de A.
- AUTOVALORES(A,K) calcula las raíces en K del polinomio característico de A.
- AUTOVALORES(A,cerrado) calcula las raíces en la clausura algebraica de $\mathbf{Q}$ del polinomio característico de A. Por razones de eficiencia llama directamente a la primitiva linalg[eigenvalues].
- AUTOVALORES(A,p,cerrado) calcula las raíces en la clausura algebraica de $\mathbf{Z}/p\mathbf{Z}$ del polinomio característico de A.

Ejemplos:

>A := matrix([[0,0,0,0,0], [1,1,0,0], [-1,1,0,0],[0,-1,0,1]]);

$$A := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

> AUTOVALORES(A);

$$[[0, 2], [1, 2]]$$

> A := matrix([[-91, 72, 0], [88, -84, 49], [0, 0, 0]]);

$$A := \begin{bmatrix} -91 & 72 & 0 \\ 88 & -84 & 49 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

>AUTOVALORES(A);

$$[[0, 1]]$$

> A := matrix([[3, 1, 0], [0, 0, 0], [-2, 0, 3]]);

$$A := \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

> AUTOVALORES(A,2);

$$[[0, 1], [1, 2]]$$

> A:=matrix(2,2,[0,1,-1,0]);

$$A := \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

>AUTOVALORES(A);

$$[]$$

> AUTOVALORES(A,I);

$$[[-I, 1], [I, 1]]$$

> A:=matrix(2,2,[1,2,3,4]);

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

> AUTOVALORES(A,5);

$$[]$$

> AUTOVALORES(A,{5,RootOf($x^2 - 5 * x - 2$)});

$$[[4\,\mathrm{RootOf}(\_Z^{2} - 5\,\_Z - 2),\ 1],\ [\mathrm{RootOf}(\_Z^{2} - 5\,\_Z - 2),\ 1]]$$

> AUTOVALORES(A,cerrado);

$$\frac{5}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{33},\ \frac{5}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{33}$$

> A := matrix([[-91, 72, 0], [88, -84, 49], [0, 0, 0]]);

$$A := \begin{bmatrix} -91 & 72 & 0 \\ 88 & -84 & 49 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

> AUTOVALORES(A,5);

$$[[0,\ 1]]$$

> AUTOVALORES(A,5,cerrado);

$$[[\mathrm{RootOf}(\_Z^{2} + 3),\ 1],\ [0,\ 1],\ [4\,\mathrm{RootOf}(\_Z^{2} + 3),\ 1]]$$

AUTOVECTORES **Calcula los autovectores de una matriz**

Diferentes maneras de utilización:

- AUTOVECTORES(A)
- AUTOVECTORES(t,A)
- AUTOVECTORES(t,A,K)

Argumentos:

- A - una matriz cuadrada.
- (opcional) t - un elemento candidato a valor propio de A.
- (opcional) K - un cuerpo en la sintaxis de Maple.

Descripción:

La función **AUTOVECTORES** calcula una base del subspacio de vectores propios asociados a un valor propio.

- AUTOVECTORES(A) calcula una base del subspacio de vectores propios asociados a cada uno de los valores propios de una matriz en la clausura algebraica de $\mathbf{Q}$.
- AUTOVECTORES(t,A) calcula una base del subspacio de vectores propios asociados al valor propio t de la matriz A. Si la respuesta es $\{\}$, quiere decir que t no es valor propio de A. Trabaja en característica cero.
- AUTOVECTORES(t,A,K) calcula una base del subspacio de vectores propios asociados al valor propio t de la matriz A. Si la respuesta es $\{\}$, quiere decir que t no es valor propio de A. Trabaja en el cuerpo K.

Ejemplos:

> A := matrix([[0, 0, 0, 0], [1, 1, 0, 0], [-1, 1, 0, 0], [0, -1, 0, 1]]):

> AUTOVECTORES(0,A);

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

> AUTOVECTORES(1,A);

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

> AUTOVECTORES(3,A);

$$\{\}$$

> A:=matrix(2,2,[0,1,-1,0]):

>AUTOVECTORES(I,A);

$$\begin{bmatrix} -I \\ 1 \end{bmatrix}$$

> AUTOVECTORES(-I,A);

$$\begin{bmatrix} I \\ 1 \end{bmatrix}$$

> A := matrix([[-91, 72, 0], [88, -84, 49], [0, 0, 0]]):

> AUTOVECTORES(0,A,3);

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

> alias(alpha=RootOf(x^2+3)):

> AUTOVECTORES(0,A,5);

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

> AUTOVECTORES(alpha,A,5);

$$\begin{bmatrix} 2\,\alpha + 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

> AUTOVECTORES(4*alpha,A,5);

$$\begin{bmatrix} 3\,\alpha + 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$