Diagonalización por congruencia de matrices simétricas

A partir de este momento, se aborda el problema de la *medida* en un espacio vectorial, lo que conlleva el concepto de ortogonalidad.

Sea A una matriz de orden n sobre K; podemos considerar la aplicación

$$\mathcal{A}: K^n \times K^n \longrightarrow K \text{ dada por } \mathcal{A}(X, Y) = X^t AY$$

Tomando como modelo esta aplicación, a cada par de vectores de un espacio vectorial V sobre K se asocia un elemento de K, mediante lo que se llamará una forma bilineal ó hermitiana. Dicho modelo es *universal* en el sentido de que tales aplicaciones quedan determinadas, salvo cambio de base, por una matriz: su matriz coordenada. Las propiedades de mayor relieve, que emulan al producto escalar ordinario en $\mathbf{R}^n$ y $\mathbf{C}^n$, se obtienen para el caso de matrices simétricas y hermitianas.

La relación entre dos matrices coordenadas recibe el nombre de **congruencia**, y los resultados claves residen en que para ciertas bases las matrices coordenadas correspondientes son diagonales.

Comenzamos por el caso simétrico, y, de acuerdo con la *universalidad* del modelo, haciendo énfasis en los aspectos computacionales, que tratarán de la manipulación adecuada de matrices congruentes.