GEOMETRIA I **PRIMER CUATRIMESTRE** **8–Febrero–99**

1. (a) Describe, en el lenguaje que estimes oportuno, un procedimiento para escalonar por filas una matriz de m filas y n columnas (2 puntos).

   (b) Afirma razonadamente o niega con un contraejemplo los siguientes enunciados:

      i. Una matriz de orden n es regular si y sólo si su rango es n (3 puntos).

      ii. Si una matriz regular posee una factorización LU, ésta es única (2 puntos).

   (c) Enuncia una condición necesaria y suficiente para que dos espacios vectoriales sean isomorfos (1 punto).

   (d) Define el concepto de dimensión en un espacio vectorial (1 punto).

   (e) La correspondencia $f(0,0,0) = (0,1)$ ¿puede ser parte de una aplicación lineal? Responde razonadamente y sin hacer operaciones (1 punto).

2. (a) Enuncia y demuestra un teorema que involucre los conceptos: nulidad de una matriz, variedad lineal y dimensión (6 puntos).

   (b) Como aplicación, describe en el lenguaje que estimes oportuno, un procedimiento para calcular la nulidad de una matriz (4 puntos).

3. Calcula en función de los parámetros a y b la factorización LU de la matriz racional:

$$\begin{pmatrix} a & a & a \\ b & a & a \\ b & b & a \end{pmatrix} \text{(10 puntos)}$$

4. En un espacio vectorial de base (v_1, v_2, v_3) sobre el cuerpo de los números racionales se considera el endomorfismo dado por

$$hv_1 = 3v_1 \quad h(v_1 + v_2) = 2v_1 + 2v_2 \quad h(v_1 + v_2 + v_3) = -v_1 - v_2 - v_3$$

   Se pide:

   (a) Matriz coordenada A de h en la base (v_1, v_2, v_3) (3 puntos).

   (b) Matriz P regular tal que $P^{-1}AP$ es la forma racional de A (3 puntos).

   (c) Matriz T regular tal que $T^{-1}AT$ es la forma irreducible de A (2 puntos).

   (d) ¿h posee forma de Jordan? En caso afirmativo descríbela (1 punto).

   (e) ¿h es diagonalizable? Razona tu contestación (1 punto).