GEOMETRIA I **6–Setiembre–99**

1. Responde a las siguientes cuestiones:
   - Define el concepto de forma racional de una matriz y pon un ejemplo. (2 puntos).
   - Define el concepto de matrices semejantes y da una condición necesaria y suficiente que describa dicho concepto (2 puntos).
   - Define el concepto de base en un espacio vectorial abstracto y pon un ejemplo (2 puntos).
   - Define el concepto de matriz coordenada de una aplicación lineal y pon un ejemplo (2 puntos).
   - Enuncia una condición necesaria y suficiente, que involucre a las bases, para que una aplicación lineal sea inyectiva (2 puntos).

2. Enuncia y demuestra un teorema que describa geométricamente las proyecciones en un espacio afín (10 puntos)

3. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \cdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \text{(10 puntos)}$$

4. En un espacio afín euclídeo E y respecto un sistema de referencia ortonormal $(O; u_1, u_2, u_3)$ se consideran la traslación τ de vector $u_1 + u_2$ y la proyección π de base la recta de ecuaciones

$$\left\{ \begin{array}{l} -x + 2y + z = 0 \\ -2x + y + 2z = 0 \end{array} \right.$$

   con dirección $K < u_1 + u_2, u_1 + u_2 - u_3 >$

   Se pide:

   (a) Ecuación de $f = \tau\pi$. (3 puntos)

   (b) Probar que existe un sistema de referencia en el que el punto P de coordenadas (x, y, z) se transforma en el de coordenadas $(1 + x, 0, 0)$. (4 puntos)

   (c) Distancia del punto P de coordenadas $(2, 1, 2)$ a la imagen de la variedad afín de ecuaciones

$$\left\{ \begin{array}{l} -x + 2y + z = 0 \\ -2x + y + 2z = 0 \end{array} \right. \quad \text{(3 puntos)}$$