

1. Responde a las siguientes cuestiones:

- Enuncia el teorema de Thales (1 punto).
- Prueba que en un espacio afín E sobre V ,

$$\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}, \forall P, Q, R \in E \quad (1 \text{ punto})$$

- Define el concepto de baricentro de una familia de puntos (1 punto).
 - Sea g una aplicación de un espacio afín en sí tal que $g^2 = g$. ¿Es cierto que g es una proyección? Razona tu contestación (2 puntos).
 - Enuncia el teorema de Menelao (1 punto).
 - Define el concepto de matriz hermitiana definida positiva (1 punto)
 - Describe, en el lenguaje que estimes oportuno, un procedimiento para calcular la factorización de Cholesky de una matriz (que posea tal factorización) (3 puntos).
2. Enuncia y demuestra un teorema que describa geoméricamente las simetrías en un espacio afín. (10 puntos).
3. En el espacio afín euclídeo $\mathbf{R}^4$ calcular la distancia entre las variedades de ecuaciones¹:

$$3x + 2y + 2t = 0 \quad \text{y} \quad \begin{cases} 2x + y - z + t = 2 \\ x + y + z + t = 1 \end{cases} \quad (5 \text{ puntos})$$

4. Encontrar la seudosolución del sistema

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 2 \\ 4x + 5y + 6z = 1 \\ 3x + 3y + 3z = 1 \end{cases} \quad (5 \text{ puntos})$$

5. En un espacio afín euclídeo E y respecto un sistema de referencia ortonormal $(O; u_1, u_2, u_3, u_4)$ se considera la afinidad g de ecuación $Y = a + AX$ donde

$$a = \begin{bmatrix} 3/\sqrt{34} \\ \sqrt{2}/\sqrt{17} \\ \sqrt{2}/\sqrt{17} \\ 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} \frac{5}{13} & 0 & \frac{12}{13} & 0 \\ \frac{12}{13} & 0 & -\frac{5}{13} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Se pide:

- Probar que es un movimiento (2 puntos).
- Ecuación canónica (3 puntos).
- Sistema de referencia asociado (5 puntos).

¹respecto de un sistema de referencia ortonormal