

1. Responde a las siguientes cuestiones:

- Define el concepto de forma cíclica de una matriz y pon un ejemplo. (2 puntos).
- Define el concepto de matrices equivalentes y da una condición necesaria y suficiente que describa dicho concepto (2 puntos).
- Define el concepto de variedad lineal en un espacio vectorial abstracto y pon un ejemplo (2 puntos).
- Define el concepto de núcleo de una aplicación lineal y prueba que es un subespacio (2 puntos).
- Enuncia una condición necesaria y suficiente, que involucre a las bases, para que una aplicación lineal sea biyectiva (2 puntos).

2. Enuncia y demuestra un teorema que relacione las variedades afines con los baricentros (10 puntos)

3. (a) Calcular el polinomio mínimo de la matriz diagonal de orden 10,

$$\text{diag}[0, 1, 2, 3, \dots, 7, 8, 9] \text{ (4 puntos)}$$

(b) Calcular los factores invariantes de la matriz diagonal de orden 21

$$\text{diag}[1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 1, 2, 1] \text{ (6 puntos)}$$

4. En el espacio afín euclídeo $\mathbf{R}^3$ y respecto del sistema de referencia canónico $(O; e_1, e_2, e_3)$ se considera la cuádrica de ecuación

$$x^2 + 2xy + y^2 - z^2 - x - y - z = 0$$

Se pide:

- (a) Ecuación canónica métrica. (2 puntos)
- (b) Sistema de referencia asociado a la ecuación canónica métrica (2 puntos)
- (c) Ecuaciones implícitas en $(O; e_1, e_2, e_3)$ de sus variedades de simetría (2 puntos)
- (d) Ecuación canónica afín (2 puntos)
- (e) Sistema de referencia asociado a la ecuación afín (2 puntos)