GEOMETRIA I **2^0 Examen Cuatrimestral** **5–Junio–98**

1. Responde a las siguientes cuestiones:
   - Enuncia el teorema fundamental de la geometría afín (1 punto).
   - Prueba que en un espacio afín E sobre V,
   $$\overrightarrow{PP} = 0_V\,,\ \forall P \in E \qquad (1 \text{ punto})$$
   - Define el concepto de homotecia (1 punto).
   - Sea g una aplicación de un espacio afín en sí tal que $g^2 = id.$ ¿Es cierto que g es una simetría?. Razona tu contestación (2 puntos).
   - Enuncia el teorema de Ceva (1 punto).
   - Enuncia condiciones suficientes para que una matriz simétrica posea factorización de Cholesky (1 punto)
   - Describe, en el lenguaje que estimes oportuno, un procedimiento para encontrar la factorización QR de una matriz (3 puntos).
2. Enuncia y demuestra un teorema que describa geométricamente las proyecciones en un espacio afín. (10 puntos).
3. En el espacio afín euclídeo $\mathbf{R}^4$ calcular la distancia del punto $P = (1,0,0,0)$ al plano π de ecuaciones:
$$\left\{ \begin{array}{r} 2x + y - z + t = 2 \\ x + y + z + t = 1 \end{array} \right. \qquad (5 \text{ puntos})$$
4. Encontrar el polinomio de grado 2 con coeficientes reales que mejor ajusta los puntos
$$(1,1), (2,4), (3,6), (4,2) \quad (5 \text{ puntos})$$
5. En el espacio afín euclídeo $\mathbf{R}^4$ y en el sistema de referencia canónico $(O; e_1, e_2, e_3, e_4)$ se considera la cuádrica de ecuación $xy - zt = 1$. Se pide:
   - Ecuación canónica métrica. (2 puntos)
   - Sistema de referencia asociado. (2 puntos)
   - Ecuaciones implícitas de sus ejes y planos de simetría (2 puntos)
   - Ecuación canónica afín. (2 punto)
   - Sistema de referencia asociado (2 puntos)