GEOMETRIA I **2^0 Examen Cuatrimestral** **6–Junio–97**

1. Responde a las siguientes cuestiones:
   - Define el concepto de baricentro de una familia de puntos. Pon un ejemplo (1 punto).
   - Prueba que en un espacio afín E sobre V,
   $$\overrightarrow{PQ} = - \overrightarrow{QP}\ ,\ \forall P, Q \in E \qquad \text{(1 punto)}$$
   - Enuncia un teorema que relacione el concepto de variedad afín con el de baricentro (1 punto).
   - Sea g una aplicación de un espacio afín en sí tal que $g^2 = g$. ¿Es cierto que g es una proyección?. Razona tu contestación (2 puntos).
   - Enuncia el teorema de Menelao (1 punto).
   - Define el concepto de matriz coordenada de una forma hermitiana respecto de una base (v_i) de un espacio vectorial V (1 punto)
   - Describe un procedimiento para encontrar la proyección de un vector v sobre un subespacio S de un espacio unitario $(V, <,>)$ (3 puntos).
2. Enuncia y demuestra la Ley de Inercia de Sylvester (10 puntos).
3. Calcular la factorización QR de la matriz
$$\begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(5 puntos)}$$
4. En el espacio afín euclídeo $\mathbf{R}^3$ y en el sistema de referencia canónico $(O; e_1, e_2, e_3)$ se considera la simetría ortogonal g respecto de la recta
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$
Se pide:
   (a) Ecuación de g (4 puntos)
   (b) Probar que g es un movimiento (2 puntos)

(c) Distancia entre la recta $\left\{ \begin{array}{l} x - z = 2 \\ y = 1 \end{array} \right.$ y su simétrica (4 puntos)

(d) Ecuación canónica del movimiento g y sistema de referencia ortonormal asociado (5 puntos)

Indicaciones:

1.- Los apartados b), c) y d) pueden hacerse sin conocer la ecuación de g; sin embargo, si la necesitas y no te sale, puedes pedirla al profesor, perdiendo los 4 puntos correspondientes.

2.- En el apartado d), quizá tengas que resolver un sistema del tipo

$$(B_{n-r} - I_{n-r})X = -\begin{bmatrix} b_{r+1} \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$