

## 4. La ecuación gravitacional

En el modelo de competencia monopolística, cada país exportará a otros países distintas variedades de productos diferenciados. Por ejemplo, España exporta modelos de coches a la vez que importa otros modelos de coches. Por tanto, los países están especializados en la producción de determinadas variedades de productos. A este tipo de comercio se le conoce como comercio intra-industrial. A continuación, vamos a demostrar que los patrones comerciales pueden ser descritos por una ecuación llamada gravitacional.

En su forma más simple, la ecuación gravitacional señala que el comercio bilateral entre dos países es directamente proporcional a la multiplicación de sus producciones agregadas (PIB). Por tanto, tanto los países más grandes como aquellos países que tienen un tamaño similar tienden a tener más volumen de comercio internacional. La importancia del tamaño económico de los países a la hora de explicar patrones comerciales se debe inicialmente a Tinbergen (1962). Tinbergen propuso que el volumen de comercio entre países sería similar a la fuerza de gravedad entre objetos, de forma que para explicar el volumen de comercio entre países podríamos utilizar las leyes de gravedad de Newton, reemplazando la masa de los objetos por el PIB de los países, y en vez de predecir la fuerza de la gravedad trataremos de predecir el volumen de comercio entre dichos países. De esta forma se definirá la ecuación gravitacional aplicada al comercio como:

$$X = A \frac{Y_1 Y_2}{d^\rho} \quad (1)$$

donde  $X$  es el volumen de comercio (importaciones, exportaciones, o la suma total) entre los países,  $Y_1$  e  $Y_2$  serán el PIB de cada país,  $d$  la distancia entre los países y  $A$  una constante. Utilizamos el exponente sobre la distancia dado que no sabemos con certeza cuál es la relación económica entre la distancia y el comercio. Tinbergen (1962) demostró que la ecuación gravitacional funcionaba bien empíricamente, antes de que se conociesen los fundamentos teóricos de la misma (Helpman, 1987).

### 4.1. Comercio internacional e intranacional entre Canadá y EEUU

Una aplicación empírica del modelo gravitacional viene de la comparación del comercio intranacional entre provincias canadienses con el comercio internacional entre éstas y los estados de EEUU (McCallum, 1995) en un estudio utilizando datos de 1988, justo antes de la firma del acuerdo de libre comercio entre Canadá y EEUU. En dicho estudio se estimó la ecuación 1, donde la variable dependiente era las exportaciones de cada provincia canadiense a otras provincias o estados de EEUU. Las exportaciones dependían de los PIB de provincias o estados, así como de la distancia geográfica entre territorios.

$$\ln X^{ij} = \alpha + \beta_1 \ln Y^i + \beta_2 \ln Y^j + \gamma \delta^{ij} + \rho \ln d^{ij} + \varepsilon_{ij} \quad (2)$$

donde  $\delta^{ij}$  es una variable dummy que toma valor igual a la unidad si  $i$  y  $j$  eran provincias canadienses y cero en caso contrario. Los resultados de la estimación aparecen en el gráfico 1. Los resultados muestran que los coeficientes asociados al PIB son cercanos a la unidad, y que existe una fuerte relación negativa entre distancia geográfica y comercio. El resultado quizás más sorprendente sería el que tiene que ver con coeficiente asociado a la variable dummy que va de un 3,09 en la columna (1) al 2,75 en la columna (3). Transformando estos

	<i>McCallum (1995) and Other Samples</i>		<i>Anderson and van Wincoop 2001</i>		<i>With Fixed Effects<sup>a</sup></i>
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Year of data	1988	1993	1993	1993	1993
Regions included	CA-CA CA-US	CA-CA CA-US	US-US CA-CA CA-US	US-US CA-CA CA-US	US-US CA-CA CA-US
Independent variables					
ln $Y^i$	1.21 (0.03)	1.22 (0.04)	1.13 (0.02)	1	1
ln $Y^j$	1.06 (0.03)	0.98 (0.03)	0.97 (0.02)	1	1
ln $d^{ij}$	-1.42 (0.06)	-1.35 (0.07)	-1.11 (0.03)	-0.79 (0.03)	-1.25 (0.04)
Indicator Canada	3.09 (0.13)	2.80 (0.14)	2.75 (0.11)		
Indicator U.S.			0.40 (0.05)		
Indicator border				-1.65 (0.08)	-1.55 (0.06)
Border effect Canada <sup>b</sup>	22.0 (2.9)	16.4 (2.0)	15.7 (1.9)	10.5 (1.2)	
Border effect U.S. <sup>b</sup>			1.5 (0.1)	2.6 (0.1)	
Border effect-average <sup>c</sup>			4.8 (0.3)	5.2 (0.4)	4.7 (0.3)
$R^2$	0.81	0.76	0.85	n.a.	0.66
Observations	683	679	1511	1511	1511

Gráfico 1: Ecuación gravitacional para el comercio Canadá-EEUU

coeficientes mediante el cálculo del valor exponencial, se obtienen los *efectos frontera* del modelo gravitacional que señala que el comercio intranacional canadiense es 22 mayor que el comercio entre provincias canadienses y estados de EEUU, disminuyendo a 15,7 utilizando datos de 1993 una vez firmado el acuerdo de libre comercio.

¿Cómo es posible que la frontera entre EEUU y Canadá tenga un impacto económico tan alto?. La respuesta viene dada por un estudio posterior de Anderson y van Wincoop (2003), el cual señala que los *efectos frontera* tienen un efecto asimétrico sobre países de distinto tamaño, y en particular, tienen un efecto mayor en los países más pequeños. Establezcamos un ejemplo numérico utilizando únicamente los flujos de comercio entre Canadá y EEUU. Consideremos que EEUU es 10 veces más grande que Canadá desde el punto de vista económico. Entonces:

- Considerando comercio sin barreras de ningún tipo, supongamos que Canadá exporta el 90% de su PIB a los EEUU, de forma que comercia un 10% internamente.
- Supongamos que considerando los efectos frontera se redujese el comercio con el otro país a la mitad.
- Entonces, Canadá exportara el 45% de su PIB a los EEUU, de forma que comercia internamente el 55% restante
- El comercio interno aumenta 5,5 veces (del 10 al 55 por ciento), los efectos frontera reducen a la mitad el comercio internacional (del 90 al 45 por ciento), de forma que el comercio interno se ha incrementado 11 veces más que el comercio internacional.

- ¿Qué ocurre en EEUU?. EEUU exportaba el 10% de su producto a Canadá, y ahora solo exporta el 5%. De forma que el comercio interno ha pasado del 90 al 95 por ciento, mientras que el comercio internacional se ha reducido a la mitad. Entonces concluimos que el comercio interno ha aumentado el doble que el comercio internacional.

A partir de este ejemplo vemos que la comparación del comercio intra e internacional para los EEUU (país grande) da lugar a una estimación razonable del verdadero efecto frontera (equivalente a un medio del comercio), pero que la misma comparativa para un país como Canadá (país pequeño) genera un efecto frontera exageradamente alto. Para eliminar tal sesgo, es necesario reformular la ecuación gravitacional incluyendo barreras al comercio (costes de transporte o aranceles) desde el inicio. Esto significa que los precios de los bienes difieren entre países.

## 4.2. Efectos frontera en la estimación del modelo gravitacional

Cuando hay efectos frontera, los precios difieren entre países, de forma que el patrón comercial es más complejo que el que señalaba la expresión 2. Es necesario considerar una función de utilidad específica como es la CES. Consideremos que  $c_k^{ij}$  expresa las exportaciones del país  $i$  al país  $j$  del bien  $k$ . Dado que cada país produce una variedad del bien única, las exportaciones del bien  $k$  desde el país  $i$  al país  $j$  son idénticas al consumo del bien  $k$  en el país  $j$ . A diferencia del modelo de Krugman, ahora consideramos que  $c_k^{ij}$  expresa el consumo total del bien  $k$  en el país  $j$ , y no el consumo per cápita. Consideremos que cada país  $i = 1, \dots, C$  produce  $N^i$  bienes. Entonces la función de utilidad del país  $j$  es

$$U^j = \sum_{i=1}^C \sum_{k=1}^{N^i} (c_k^{ij})^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \quad (3)$$

Para simplificar esta función de utilidad consideremos que todos los productos exportados por el país  $i$  se venden al mismo precio  $p^{ij}$  en el país  $j$ . Estos precios incluirán los costes de transporte, por lo que los definimos como precios c.i.f. (cost, insurance, freight). Por el contrario, los precios internos  $p^i$  son precios f.o.b. (free on board). Por tanto, consideramos la siguiente relación entre ambos precios  $p^{ij} = \tau^{ij} p^i$  donde  $\tau^{ii} = 1$  y  $\tau^{ij} \geq 1$ , señalando que  $\tau^{ij}$  unidades del producto deben ser transportadas al país  $j$  para que llegue una sola unidad. De esta forma es como si  $(\tau^{ij} - 1)$  se derritiesen durante el trayecto. A esta formulación se la conoce como costes de transporte de tipo iceberg siendo introducida por Samuelson (1952). Con precios iguales  $p^{ij}$  para las distintas variedades, entonces el consumo del país  $j$  es igual para todos los productos (variedades)  $k = 1, \dots, N^i$  vendidos por el país  $i$ , de forma que  $c_k^{ij} = c^{ij}$ . Entonces la función de utilidad se simplifica

$$U^j = \sum_{i=1}^C N^i (c^{ij})^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \quad (4)$$

donde ahora  $c^{ij}$  expresa el consumo de cualquier producto enviado desde el país  $i$  al país  $j$ . El consumidor representativo en el país  $j$  maximiza 4 sujeto a la restricción presupuestaria

$$Y^j = \sum_{i=1}^C N^i p^{ij} c^{ij} \quad (5)$$

donde  $Y^j$  es el gasto agregado en el país  $j$  (consideramos que el saldo de la balanza comercial para cada par de países es nulo). Maximizando 4 sujeto a 5, podemos derivar la siguiente expresión para la demanda de cada producto  $c^{ij}$  :

$$c^{ij} = \left( \frac{p^{ij}}{P^j} \right)^{-\sigma} \left( \frac{Y^j}{P^j} \right) \quad (6)$$

donde  $P^j$  expresa un índice de precios general del país  $j$ , definido como

$$P^j = \left( \sum_{i=1}^C N^i (p^{ij})^{1-\sigma} \right)^{\frac{1}{1-\sigma}} \quad (7)$$

Finalmente derivamos la ecuación gravitacional, calculando el valor total de las exportaciones del país  $i$  al país  $j$ . A partir de la expresión  $X^{ij} \equiv N^i p^{ij} c^{ij}$  y por las expresiones 6 y 7,

$$X^{ij} \equiv N^i Y^j \left( \frac{p^{ij}}{P^j} \right)^{1-\sigma} \quad (8)$$

### 4.3. Estimación del modelo gravitacional

Vamos a estimar la ecuación 8 utilizando dos métodos distintos para controlar efectos frontera: (1) mediante el uso índices de precios; (2) mediante efectos fijos.

#### 4.3.1. Uso de índices de precios

Dado que el número de variedades de productos que produce cada país  $N^i$  es inobservable, entonces una posibilidad es calcularlo mediante las condiciones de beneficios nulos. Suponiendo que el trabajo es el único factor productivo y utilizando la función de producción que aparece en Krugman (1979), entonces el output de cada empresa será fijo mientras que el output del país será  $Y^i = N^i p^i \bar{y}$ . Sustituyendo en 8, se obtiene

$$X^{ij} \equiv \frac{Y^i Y^j}{p^i \bar{y}} \left( \frac{p^{ij}}{P^j} \right)^{1-\sigma} = \frac{Y^i Y^j}{p^{i\sigma} \bar{y}} \left( \frac{\tau^{ij}}{P^j} \right)^{1-\sigma} \quad (9)$$

donde utilizamos  $p^{ij} = \tau^{ij} p^i$  para obtener la última expresión. El enfoque de Baier y Bergstrand (2001) es estimar la ecuación 9 directamente, donde las variables en la parte derecha de la ecuación son los PIB de los países,  $\tau^{ij}$  se identifica a partir de los costes de transporte y los aranceles (medidos a partir de los datos del International Financial Statistics), y los precios de los países  $p^i$  y  $P^j$  a partir de los deflatores del PIB.

En concreto, tomando logaritmos y primeras diferencias en las variables que aparecen en 9, obtenemos la siguiente ecuación

$$\Delta \ln X^{ij} = \Delta \ln (Y^i Y^j) + (1 - \sigma) \Delta \ln \tau^{ij} - \sigma \Delta \ln p^i + (\sigma - 1) \Delta \ln P^j \quad (10)$$

El término  $Y^i Y^j$  se puede descomponer como  $(Y^i + Y^j)^2 (s^i s^j)$ , donde  $s^i$  y  $s^j$  son los porcentajes del PIB de cada país en relación a la suma del PIB de ambos, esto es,  $s^i = Y^i / (Y^i + Y^j)$ . Por tanto, reescribiendo la ecuación 10

$$\Delta \ln X^{ij} = 2\Delta \ln (Y^i + Y^j) + \Delta \ln (s^i s^j) + (1 - \sigma) \Delta \ln \tau^{ij} - \sigma \Delta \ln p^i + (\sigma - 1) \Delta \ln P^j \quad (11)$$

En esta formulación, vemos que el crecimiento del comercio depende de los cambios en los costes de transporte, los cambios en la suma del PIB, cambios en el tamaño relativo de los países, así como cambios en los precios de los países. Dado que  $s^i + s^j = 1$ , entonces, elevando al cuadrado ambos lados se obtiene que  $s^i s^j = \left[1 - (s^i)^2 - (s^j)^2\right] / 2$ , término que mide la dispersión de tamaño de los países que se hace más grande cuando los países tienen similar tamaño.

Utilizando datos de 16 países de la OCDE, y tomando diferencias entre las medias en 1958-60 y 1986-88, Baier y Bergstrand (2001) estiman la siguiente regresión (en la que aparecen los errores estándar entre paréntesis):

$$\begin{aligned} \Delta \ln X^{ij} &= 0,05 + 2,37 \Delta \ln (Y^i + Y^j) + 0,6 \Delta \ln (s^i s^j) - 4,49 \Delta \ln (1 + t^{ij}) - 3,19 \Delta \ln (1 + a^{ij}) \\ &\quad (0,56)(0,38) \qquad\qquad\qquad (0,34) \qquad\qquad\qquad (1,00) \qquad\qquad\qquad (0,37) \\ &\quad -0,68 \Delta \ln Y^j - 0,25 \Delta \ln (p^i / P^j) - 0,08 \Delta \ln X_0^{ij} \\ &\quad (0,24) \qquad\qquad\qquad (0,09) \qquad\qquad\qquad (0,03) \\ R^2 &= 0,4, N = 240 \end{aligned}$$

Tal y como podemos observar las variables de la parte derecha son las mismas que las de la especificación 11, donde el término  $\tau^{ij}$  se ha desagregado en aranceles ( $t^{ij}$ ) y en costes de transporte ( $a^{ij}$ ). Ambos coeficientes presentan valores negativos estadísticamente significativos. La suma del PIB de los países presenta un coeficiente cercano a dos, tal y como se desprendía de la ecuación 11, mientras que el producto de los porcentajes de renta tiene un coeficiente asociado que no es distinto de la unidad, de forma que el comercio se incrementa al ser los países más similares en tamaño.

Los términos que aparecen al final de la ecuación estimada son distintos a los planteados en la ecuación 11. En primer lugar, se incluye un término de oferta ( $\ln Y^j$ ), que tiene un coeficiente negativo. En segundo lugar, los precios que aparecen separadamente en la especificación 11 se presentan como un cociente formado por los deflatores de precios del PIB. En tercer lugar, la especificación econométrica incluye la cantidad inicial de comercio en 1958-60 ( $\ln X_0^{ij}$ ) de forma que se permite el ajuste dinámico de los flujos comerciales.

Con un  $R^2 = 0,4$  se puede decir que casi la mitad de los flujos comerciales de los países de la OCDE se pueden explicar a partir de la ecuación gravitacional. En esas tres décadas, el comercio bilateral entre los 16 países utilizados en la muestra creció un 150%. De este, un 100 o lo que es lo mismo dos tercios del total se explica por el crecimiento en el PIB. Por otra parte, las reducciones en aranceles explicaron otro 38% del incremento comercial. En tercer lugar, la reducción de costes de transporte explicó un 12% en el aumento del comercio, o lo que es lo mismo una duodécima parte del total. Por tanto, se puede concluir que las reducciones arancelarias son tres veces más importantes que la reducción en los costes de transporte para explicar el incremento en el comercio dentro de la OCDE.

Es importante señalar que los tres factores enunciados en el párrafo anterior explican totalmente el crecimiento del comercio bilateral para la muestra de países.

### 4.3.2. Uso de efectos fijos

La ecuación gravitacional se puede estimar mediante el modelo econométrico de efectos fijos de forma que se tiene en cuenta la inobservabilidad de los índices de precios (Rose y van Wincoop, 2001). En este sentido la estimación incluye variables dummies de origen y destino

de las regiones. De esta forma, se incluye una variable  $\delta_1^j$  que toma valor uno si la región  $i$  es la exportadora, y cero, en caso contrario; así como  $\delta_2^j$  es una variable que toma valor uno si la región  $j$  es la exportadora, y cero, en caso contrario. Entonces la ecuación gravitacional se definirá como:

$$\ln(X^{ij}/Y^iY^j) = \alpha \ln d^{ij} + \gamma(1 - \delta^{ij}) + \beta_1^i \delta_1^i + \beta_2^j \delta_2^j + (1 - \sigma) \varepsilon_{ij}. \quad (12)$$

En el gráfico 1 se puede observar que  $\hat{\gamma} = 1,55$ . Tomando el exponencial  $e^{1,55} = 4,7$ , tal y como se señala en la parte de abajo de la columna (5). El valor 4,7 es consistente con el impacto medio de las barreras fronterizas entre Canadá y EEUU. Este efecto es similar al que obtuvo McCallum en 1995 en la columna (3) al calcular la media geométrica de los efectos frontera de EEUU y Canadá. Sin embargo, las columnas (1)-(3) no son consistentes al omitir índices de precios. Esto hace que se sobreestime el efecto frontera de Canadá y se infraestime el efecto frontera de EEUU.

El enfoque de efectos fijos ha sido usado por Rose y van Wincoop (2001) para estimar el impacto de las uniones monetarias en el comercio internacional. Estos autores incluyen una variable dummie que toma valor uno si los dos países pertenecen a una unión monetaria, e interpretan su coeficiente de  $\hat{\gamma} = 0,86$  como una estimación consistente del impacto medio las uniones monetarias sobre el comercio. Calculando el exponencial encuentran que las uniones monetarias aumentan el comercio en  $e^{0,86} = 2,36$ , es decir se produce más del doble de comercio entre países miembros de la unión en relación a países no miembros. Queda por descubrir cuáles son los mecanismos que explicarían tal incremento de comercio.

## Referencias

- [1] Anderson, J. E., y Van Wincoop, E. (2003). Gravity with gravitas: a solution to the border puzzle. *The American Economic Review*, 93(1), 170-192.
- [2] Baier, S. L., y Bergstrand, J. H. (2001). The growth of world trade: tariffs, transport costs, and income similarity. *Journal of International Economics*, 53(1), 1-27.
- [3] Feenstra, R. C. (2016). *Advanced international trade: theory and evidence*. Second Edition. Princeton University Press.
- [4] Helpman, E. (1987). Imperfect competition and international trade: Evidence from fourteen industrial countries. *Journal of the Japanese and international economies*, 1(1), 62-81.
- [5] Krugman, P. R. (1979). Increasing returns, monopolistic competition and international trade. *Journal of International Economics*, 9(4), 469-479.
- [6] McCallum, J. (1995). National borders matter: Canada-US regional trade patterns. *The American Economic Review*, 85(3), 615-623.
- [7] Rose, A. K., y Van Wincoop, E. (2001). National money as a barrier to international trade: The real case for currency union. *The American Economic Review*, 91(2), 386-390.
- [8] Tinbergen, J. (1962). *Shaping the world economy*. New York: Twentieth Century Fund.