Olimpíadas de Física

Fase Local de Cantabria

19 de Marzo de 2022

INDICACIONES

(1) Dispones de 3 horas para la realización de la prueba.

(2) La prueba consta de cinco ejercicios, de los cuales, debes elegir cuatro y desechar uno. Cada ejercicio, con los cálculos debidamente justificados y razonados, se calificará con un máximo de 2.5 puntos. Si así lo deseas y tienes tiempo, puedes intentar hacer los cinco, y no se tendrá en cuenta el que tenga peor calificación.

(3) Se recomienda fijarse detenidamente en las figuras que acompañan a cada ejercicio: ayudan a entender mejor lo que se pregunta, facilitando la resolución de las cuestiones planteadas.

(4) Debes realizar cada ejercicio EN HOJAS DISTINTAS. Puedes usar varias hojas para un mismo ejercicio y no olvides poner tu nombre y apellidos en todas ellas.

(5) La prueba debe hacerse a bolígrafo.

(6) No es necesario que entregues el enunciado ni las hojas en sucio.

EJERCICIO 1.

Un cañón dispara un proyectil con velocidad inicial v_0 y ángulo de tiro φ (ver Fig. 1). Considerando despreciable la resistencia del aire, el alcance horizontal viene dado por la expresión:

$$d = \frac{v_0^2 \sin 2\varphi}{g},$$

siendo $g = 9.8$ m/s^2, la aceleración de la gravedad terrestre.

a) [1 punto] Deducir la expresión para el alcance horizontal, d, mostrada arriba.

b) [0.5 puntos] Calcular el alcance para el caso en que el proyectil sale del cañón con velocidad inicial $v_0 = 1500$ km/h y con ángulo de tiro $\varphi = 35°$.

c) [0.5 puntos] Si la velocidad inicial se conoce con una imprecisión del 5% (es decir, $\Delta v_0/v_0 = 0.05$), determinar la incertidumbre del alcance, Δd, suponiendo que el ángulo de tiro se mide con total exactitud ($\Delta\varphi = 0$).

d) [0.5 puntos] En un lanzamiento real, se dispara un proyectil de masa $m = 50$ kg, con velocidad inicial $v_0 = 1500$ km/h y ángulo de tiro $\varphi = 35°$, resultando ser el alcance horizontal de 5.5 km. Estimar las pérdidas energéticas debidas a la resistencia del aire sobre el proyectil.

Datos:

$\sin 2\varphi = 2 \sin\varphi \cos\varphi$

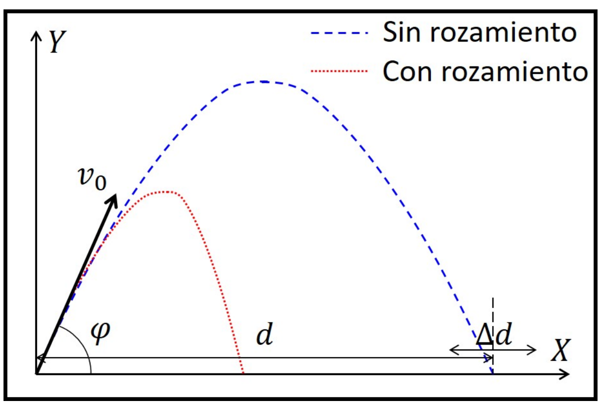

Figura 1: Esquema de las trayectorias del proyectil sin y con resistencia del aire.

EJERCICIO 2.

Un objeto de masa m puede moverse en una tubería horizontal sin rozamiento bajo la acción de la fuerza gravitatoria terrestre, tal y como se muestra en la figura 2. Si el movimiento del objeto verifica que las distancias de separación x respecto al punto de equilibrio son muy pequeñas comparadas con el radio de la Tierra R, se trata de un movimiento armónico simple (MAS), con frecuencia angular, $\omega = \sqrt{GM/R^3}$, siendo G la constante de gravitación universal, M la masa de la Tierra y R el radio de la Tierra.

a) [1 punto] Deducir la expresión que se muestra para la frecuencia angular ω.

b) [0.75 puntos] Obtener el periodo de dicho movimiento.

c) [0.75 puntos] Supongamos que el objeto se mueve en la misma tubería y con la misma configuración, pero en otro planeta con radio doble que el de la tierra, ¿cómo debería ser la masa del planeta, en relación a la masa terrestre, para que el periodo del movimiento permaneciese inalterado?

Datos:

Constante de gravitación universal: $G = 6.67 \times 10^{-11}$ N $\cdot$ m$^2 \cdot$ kg^{-2}.
Masa de la Tierra: $M = 5.97 \times 10^{24}$ kg.
Radio de la Tierra: $R = 6370$ km.
Aceleración de la gravedad terrestre: $g = GM/R^2$.

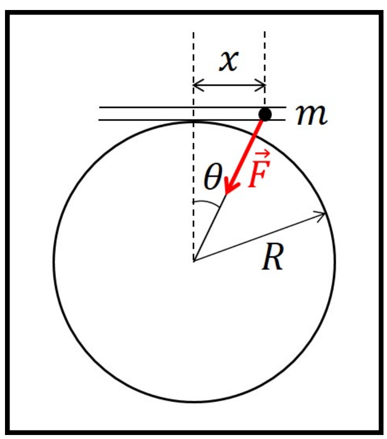

Figura 2: Representación esquemática del objeto moviéndose en la tubería sin rozamiento, bajo la acción de la fuerza de gravedad terrestre.

EJERCICIO 3.

En la figura 3(a), se muestra una distribución infinita de cargas eléctricas idénticas de valor q, conformando todas ellas una red bidimensional regular. La celda básica de esta red es cuadrada, teniendo su lado una longitud d.

a) [0.5 puntos] Calcular, de forma razonada, el valor de la fuerza total que se ejerce sobre la carga q señalada en la figura 3(a), debido a la acción del resto de cargas.

b) [1 punto] Si ahora quitamos la carga justo encima de q, como se indica en la figura 3(b), ¿cuál será ahora la fuerza total sobre q? (Escribir la expresión vectorial para el valor de dicha fuerza y representarla gráficamente).

c) [1 punto] Si las cargas fueran libres de moverse, ¿cómo se redistribuirían (cualitativamente) después de quitar una de ellas, tal y como se indica en el apartado b)?

Datos:

Constante de Coulomb: $k = 9 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$.

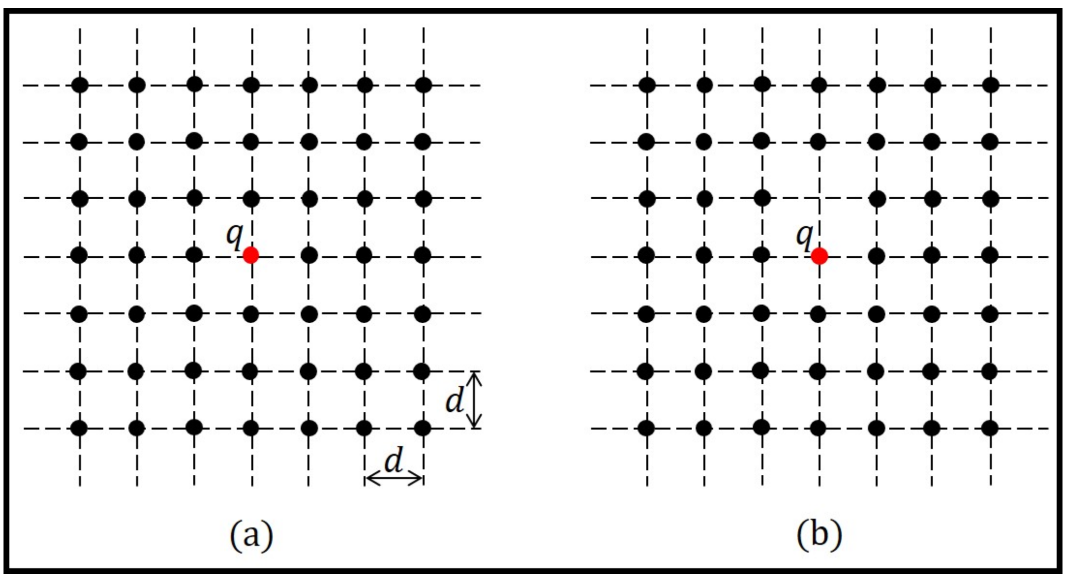

Figura 3: (a) Distribución infinita de cargas idénticas de valor q, formando una red bidimensional regular cuya celda básica es cuadrada. (b) Distribución idéntica a la mostrada en (a), donde se ha eliminado una de las cargas.

EJERCICIO 4.

Un tubo cilíndrico semiabierto, de 1 m de altura y 400 cm^2 de sección, se coloca verticalmente con el extremo cerrado en contacto con el suelo. Un diapasón, que se encuentra sobre el tubo, está vibrando continuamente a 512 Hz. En un instante determinado, estando el tubo inicialmente vacío, se comienza a verter agua en su interior a ritmo constante de 1 litro por segundo, como se muestra en la figura 4. En determinados instantes se producen resonancias (el sonido se amplifica súbitamente, comenzando luego a disminuir).

a) [1.5 puntos] Calcular el número de resonancias que se producen, desde que se comienza a verter agua en el tubo hasta que queda totalmente lleno, junto con un dibujo explicativo de las ondas acústicas generadas en cada caso.

b) [1 punto] Calcular los tiempos transcurridos hasta que se producen las distintas resonancias, así como la masa de agua en el interior del tubo en cada una de ellas (tomar como origen de tiempos el momento en que se comienza a verter el agua).

Datos:

Velocidad del sonido: $v_s = 340$ m/s.
Densidad del agua: $\rho_{\text{agua}} = 1$ g/cm^3.

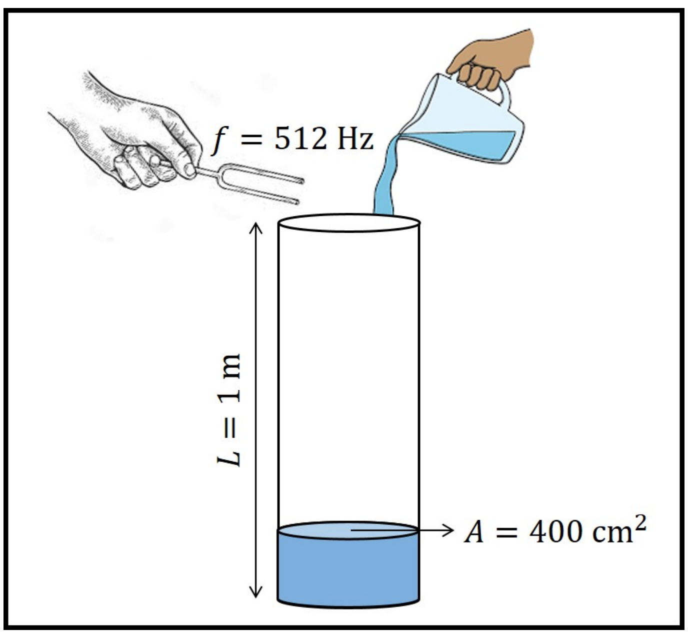

Figura 4: Tubo semiabierto en el que se vierte agua a ritmo constante, con un diapasón vibrando a frecuencia f en las inmediaciones del extremo abierto. En determinados instantes se producen resonancias.

EJERCICIO 5.

En óptica, la apertura numérica de un sistema (AN) es un número adimensional que caracteriza el rango de ángulos para los que el sistema acepta luz. Para una fibra óptica, formada por un núcleo y un recubrimiento, la apertura numérica viene dada por:

$$AN \equiv n_{\text{ext}} \sin\theta_{\text{máx}} = \sqrt{n_n^2 - n_c^2},$$

donde $\theta_{\text{máx}}$ es el ángulo máximo en el que la fibra acepta luz, o ángulo de aceptancia, n_{ext} es el índice de refracción del medio exterior y n_n y n_c son los índices de refracción del núcleo y de la cubierta respectivamente (ver Fig. 5). Una fibra óptica únicamente guía luz que entra incidiendo con un ángulo menor que el de aceptancia, $\theta_{\text{máx}}$. Si el ángulo de incidencia en la intefase 1 (medio exterior-núcleo) es igual a $\theta_{\text{máx}}$, el ángulo de refracción en la interfase 2 (núcleo-cubierta) es de 90°, produciéndose reflexión total. Si el ángulo de incidencia es mayor, la fibra no será capaz de guiar la luz. Si es menor, la luz viajará a lo largo de la fibra por el interior del núcleo. Sea una fibra óptica con los datos proporcionados:

a) [0.75 puntos] Deducir la expresión para AN en términos de n_n y n_c, $AN = \sqrt{n_n^2 - n_c^2}$, a partir de su definición, $AN \equiv n_{\text{ext}} \sin\theta_{\text{máx}}$.

b) [0.5 puntos] Calcular el ángulo de aceptancia, $\theta_{\text{máx}}$, de la fibra óptica de la Fig. 5, así como su correspondiente apertura numérica, AN, si el medio exterior es aire.

c) [0.5 puntos] Calcular el nuevo ángulo de aceptancia, $\theta'_{\text{máx}}$, si se desea mantener el mismo valor para la apertura numérica de la fibra, cuando el medio exterior es agua.

d) [0.75 puntos] Calcular el ángulo, θ_3, con el que se refleja un rayo en la cubierta de la fibra (interfase 2) una vez que incide desde el aire sobre la fibra (interfase 1) con un ángulo $\theta_1 = 8°$, así como la distancia recorrida a través del núcleo, d, desde que entra en la fibra hasta que choca por primera vez con el recubrimiento.

Datos:

$n_{\text{aire}} = 1$, $n_{\text{agua}} = 1.33$, $n_n = 1.47$, $n_c = 1.45$, $D = 10\ \mu$m.

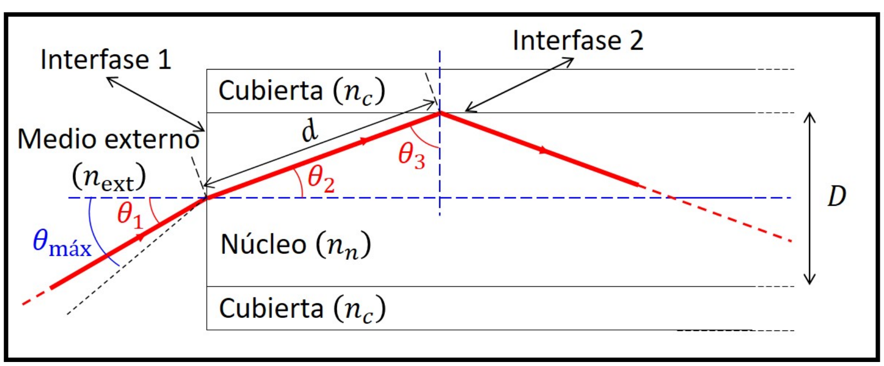

Figura 5: Esquema de un rayo (línea gruesa) incidiendo en una fibra óptica.