Olimpíadas de Física

Fase Local de Cantabria

4 de Marzo de 2017

INDICACIONES

La duración de la prueba será de 4 horas, de 10:00 a 14:00.

La prueba consta de cinco (5) problemas, de los cuales, cada alumno elegirá cuatro (4) y desechará uno (1). Cada problema, con los cálculos debidamente justificados y razonados, se calificará con un máximo de 2.5 puntos.

En la calificación se valorará que se indique claramente qué leyes de la física se utilizan en la resolución del problema, el planteamiento claro del mismo, el desarrollo matemático correcto, las posibles aproximaciones y estimaciones introducidas y la discusión física de los resultados obtenidos.

Cada problema debe ser resuelto en una hoja propia.

No es necesario entregar las hojas de sucio.

PROBLEMA 1.

Un hombre de 90 kg empuja una caja hacia la parte superior de un plano inclinado. El coeficiente de rozamiento cinético entre el plano inclinado y la caja es $\mu_c = 0.15$, y el coeficiente de rozamiento estático entre los zapatos del hombre y el plano inclinado es $\mu_e = 1$. La dirección de la fuerza con la que el hombre empuja coincide con la del plano inclinado (ver Fig. 1).

a) [0.5 puntos] Dibujar el diagrama de fuerzas que actúan sobre la caja y sobre el hombre.

Suponiendo que la caja asciende por el plano inclinado a velocidad constante:

b) [0.5 puntos] ¿Cuál será la masa máxima que el hombre pueda subir? ¿Cuál será la fuerza máxima que el hombre pueda aplicar sobre esa masa?

Una vez que el hombre consigue subir la caja a la parte más elevada del plano inclinado, situada 10 m por encima del nivel de la base (ver Fig. 1), la suelta, partiendo del reposo. Se observa que, inmediatamente, comienza a descender:

c) [0.5 puntos] ¿Con qué aceleración descenderá la caja? ¿Con qué velocidad llegará la caja a la parte inferior del plano inclinado? ¿Cuánto tiempo empleará la caja en realizar ese recorrido?

d) [0.5 puntos] ¿Cuál será el valor máximo del coeficiente de rozamiento estático entre el plano inclinado y la caja, μ_e^{max}, para que ésta comience a descender partiendo del reposo? ¿Qué sucedería si dicho coeficiente de rozamiento estático fuese mayor que μ_e^{max}?

Suponiendo que la caja tiene una masa de 50 kg:

e) [0.5 puntos] ¿Cuál será el trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento durante la fase de descenso? Discutir la relación entre el trabajo de las fuerzas de rozamiento y las energías mecánicas inicial (parte superior) y final (parte inferior) de la caja.

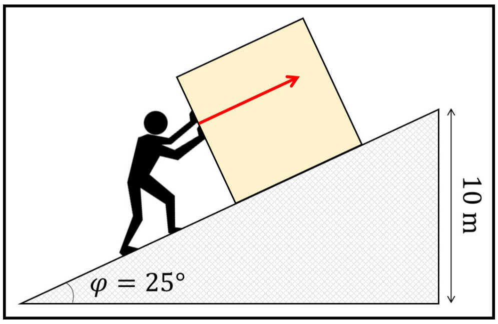

Figura 1: Representación esquemática de un hombre empujando una caja en un plano inclinado. La dirección de la fuerza ejercida por el hombre sobre la caja (en rojo) coincide con la dirección del plano inclinado.

PROBLEMA 2.

Un satélite artificial de masa m y velocidad orbital v_o se mueve alrededor de Marte describiendo una trayectoria circular, a una altura $h = 10000$ km sobre la superficie del planeta (ver Fig. 2). En un momento determinado, el satélite estalla dividiéndose en dos partes, de masas $m_1 = m/3$ y $m_2 = 2m/3$. El fragmento de menor masa, sale proyectado en la misma dirección y sentido que llevaba, pero con triple velocidad ($v_1 = 3v_o$).

a) [1.5 puntos] Calcular la velocidad orbital del satélite antes del estallido (v_o), la velocidad de escape mínima en esa órbita (v_e), y la velocidad del fragmento de mayor masa después del estallido (v_2).

b) [1 punto] Describir los movimientos de los dos fragmentos resultantes de la explosión, suponiendo que siempre se mueven sin rozamiento (incluso en lugares donde pueda haber atmósfera) y que sólo se ven afectados por el campo gravitatorio de Marte.

Datos:
Masa de Marte, $M_M = 6.4 \times 10^{23}$ kg.
Radio de Marte, $R_M = 3397$ km.
Constante de gravitación universal, $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2.

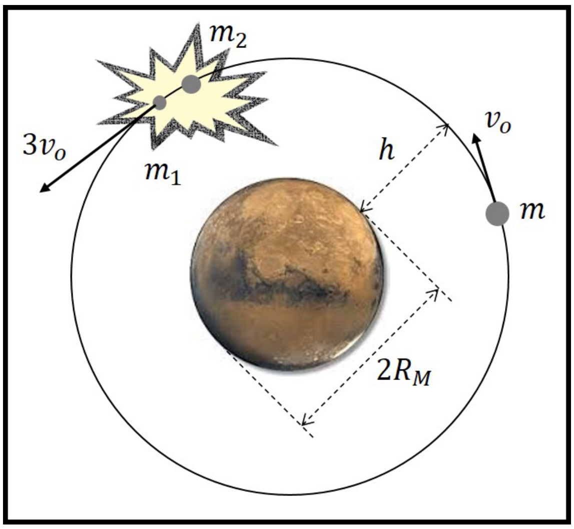

Figura 2: Satélite artificial de masa m orbitando Marte con velocidad v_o. En un momento determinado explota y se divide en dos partes de masas m_1 y m_2. La velocidad de la masa m_1 tiene la misma dirección y sentido que la inicial, pero su módulo es tres veces mayor.

PROBLEMA 3.

Un protón penetra en una región donde existe un campo eléctrico (zona sombreada de la Fig. 3), de valor $\vec{E} = -3 \times 10^5 \, \vec{j}$ V/m. La velocidad con la que el protón incide en esa región, en el punto P_1, es $\vec{v}_0 = 4 \times 10^6 \, \vec{i}$ m/s. El protón abandona dicha región justamente en el punto P_2, donde su velocidad es $\vec{v}_s$. A una distancia de 10 cm a la derecha de P_2 se sitúa una pantalla, sobre la que golpea el protón en el punto P_3. Despreciando la interacción gravitatoria, hallar:

a) [1.5 puntos] El vector velocidad del protón en el punto P_2 ($\vec{v}_s$) y las coordenadas cartesianas del punto de impacto del protón con la pantalla (punto P_3).

b) [1 punto] La magnitud, dirección y sentido del campo magnético que sería necesario aplicar en la región sombreada, para que el protón no se desvíe al atravesarla.

Datos:
Masa del protón, $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg.
Carga del protón, $q_p = 1.6 \times 10^{-19}$ C.
Constante de Coulomb, $k = (4\pi\varepsilon_0)^{-1} = 9 \times 10^9$ Nm^2/C^2.

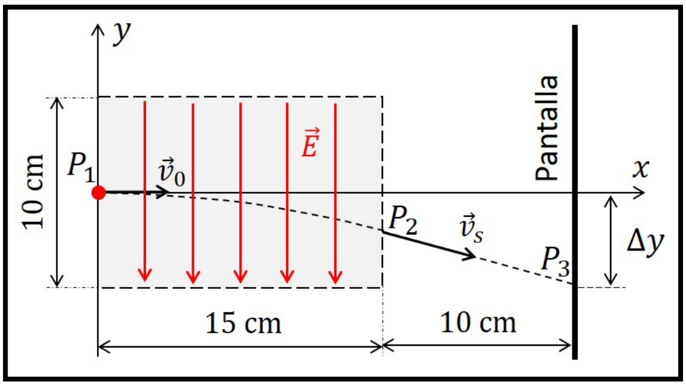

Figura 3: Esquema de un protón (punto rojo) penetrando en una zona donde existe un campo eléctrico $\vec{E}$ (zona sombreada). Debido a la fuerza eléctrica, la trayectoria del protón se curva. Esta fuerza eléctrica puede compensarse aplicando un campo magnético.

PROBLEMA 4.

En la Fig. 4(a) se representa, para una onda armónica, $y_1(x,t)$, que se propaga según el eje X, la elongación en función del tiempo en el punto $x = 0$ m. En la Fig. 4(b) se representa, para la misma onda, la elongación en función de la posición en el instante $t = 0$ s. Obtener:

a) [1 punto] La amplitud, el periodo y la longitud de onda.

b) [0.5 puntos] La velocidad de propagación de la onda.

c) [0.5 puntos] La función de onda.

Supongamos que dicha onda interfiere con otra onda, $y_2(x,t)$, de la misma amplitud, periodo y longitud de onda, propagándose en la misma dirección, pero desfasada $\pi/2$ radianes respecto a $y_1(x,t)$.

d) [0.5 puntos] Determinar la amplitud de la onda resultante.

Datos: Identidades trigonométricas:

$$\sin a + \sin b = 2\sin\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}.$$

$$\cos a + \cos b = 2\cos\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}.$$

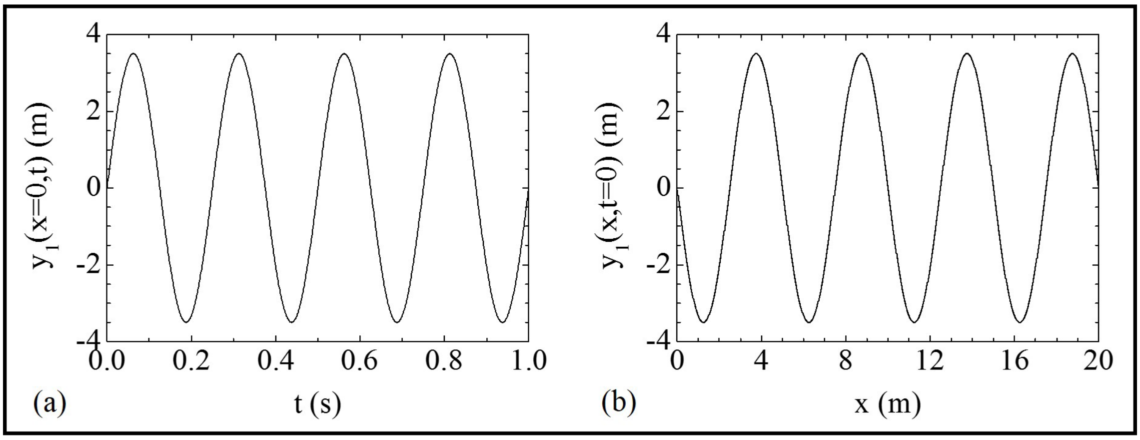

Figura 4: (a) Elongación en función del tiempo en el punto $x = 0$ m. (b) Elongación en función de la posición en el instante $t = 0$ s.

PROBLEMA 5.

Sea un prisma de vidrio con forma de triángulo equilátero, rodeado de aire, tal y como se muestra en la Fig. 5. El rayo rojo incide verticalmente sobre el punto medio de uno de los lados del prisma (interfase aire−prisma), volviendo después a incidir nuevamente en el punto medio del lado horizontal del prisma (interfase prisma−aire), refractándose a la salida con ángulo θ_{s1}. El rayo azul incide sobre el mismo punto del prisma que el rayo rojo, pero con ángulo de incidencia menor ($\theta_{i2} < \theta_{i1}$), volviendo después a incidir sobre el lado horizontal del prisma (interfase prisma−aire), con un ángulo tal que sufre reflexión interna total.

a) [1.5 puntos] Considerando el rayo rojo, calcular los valores de θ_{i1}, n_v y θ_{s1}.

b) [1 punto] Considerando el rayo azul, calcular el rango de valores de θ_{i2} que hacen posible que este fenómeno de la reflexión interna total en la interfase prisma−aire pueda tener lugar.

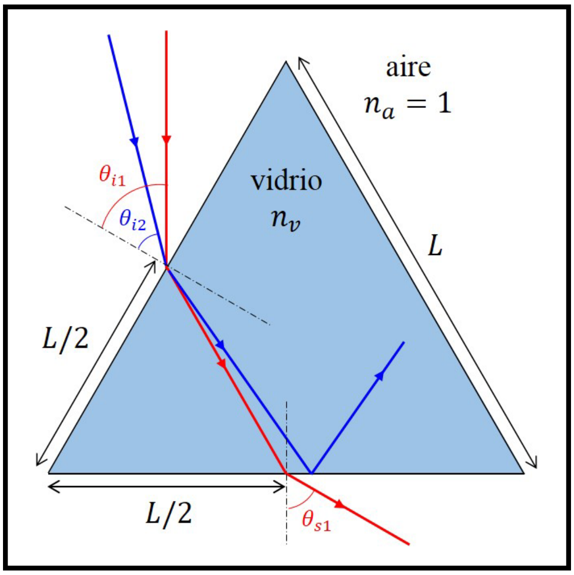

Figura 5: Prisma de vidrio en forma de triángulo equilátero de lado L, con índice de refracción desconocido (n_v), rodeado de aire (índice de refracción $n_a = 1$). Sobre el prisma inciden dos rayos justamente en el punto medio de uno de sus lados. El rayo rojo incide verticalmente, con ángulo de incidencia θ_{i1}, mientras que el rayo azul incide con un ángulo θ_{i2}.