

CAMPO ELÉCTRICO EN LA MATERIA

ÍNDICE

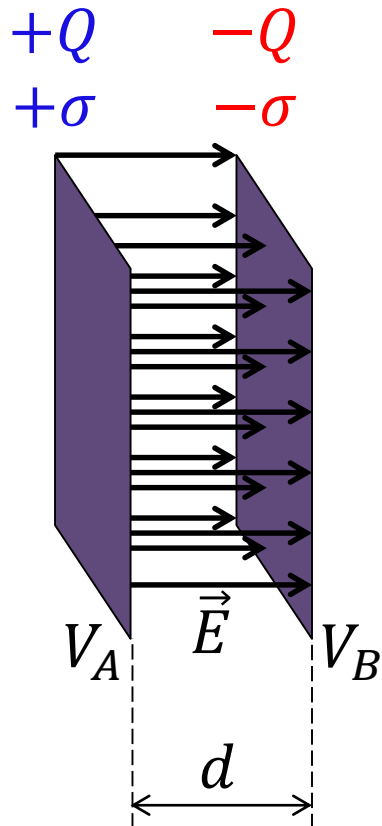
1. Introducción
2. Cálculo de la capacidad
3. Asociación de condensadores
4. Energía del campo eléctrico
5. Dipolo eléctrico
6. Descripción atómica de los dieléctricos
7. Condensadores con dieléctrico

BIBLIOGRAFÍA:

Cap. 24 del Tipler–Mosca, vol. 2, 5ª ed.
Cap. 26 del Serway–Jewett, vol. 2, 7ª ed.

1. INTRODUCCIÓN

Un **condensador** es un dispositivo que almacena carga eléctrica y por lo tanto, energía eléctrica. Está formado por dos **conductores** o placas de forma arbitraria, con cargas iguales pero de signo contrario, $+Q$ y $-Q$. La propiedad que caracteriza a un condensador es la **capacidad**, C , que tiene para almacenar carga, Q , en función de la diferencia de potencial, ΔV , aplicada entre sus placas.



En un condensador, la carga Q que puede almacenar es directamente proporcional a la diferencia de potencial ΔV entre sus placas, $Q \propto \Delta V$. La constante de proporcionalidad es la **capacidad** C del condensador, de forma que $Q = C\Delta V$.

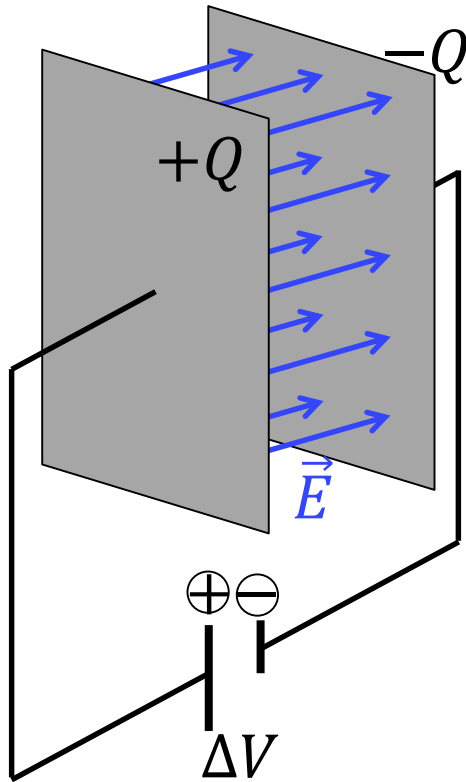
Se define así la capacidad de un condensador como la relación de la carga en cualquiera de los conductores y la diferencia de potencial entre dichos conductores, $C \equiv Q/\Delta V$.

$$[C] = [Q]/[V] = C/V = F$$

La unidad SI de capacidad eléctrica es el Faradio (F).

1. INTRODUCCIÓN

Un condensador se carga conectando sus placas a una batería:



Al conectar las placas a la batería, se establece un campo eléctrico que fuerza a los electrones a moverse hacia la placa del condensador conectada al polo negativo de la batería. Cuando el potencial eléctrico entre la placa, la terminal de la batería y el cable sea el mismo, el movimiento de los electrones cesará. En la otra placa, los electrones se mueven hacia el polo positivo de la batería, quedando cargada positivamente.

Al final del proceso, en el equilibrio, la diferencia de potencial entre las placas del condensador es la misma que entre las terminales de la batería.

2. CÁLCULO DE LA CAPACIDAD

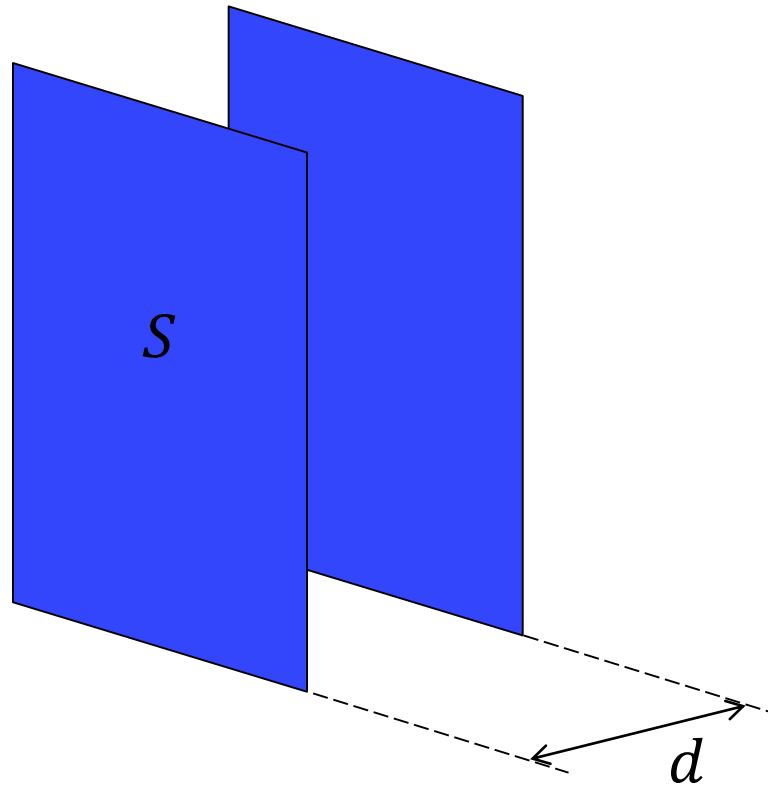
Es relativamente sencillo calcular la capacidad de un condensador siguiendo estos pasos:

- 1) Se calcula la diferencia de potencial entre las placas a partir del campo eléctrico: $\Delta V = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} d\vec{r}$.
El campo $\vec{E}$ se calcula a través de la ley de Gauss.
- 2) Se calcula la carga total Q acumulada en las placas.
- 3) Finalmente, el cociente entre la carga Q y la diferencia de potencial ΔV es la capacidad C del condensador.

2. CÁLCULO DE LA CAPACIDAD

Ejercicio: Condensador de placas planoparalelas

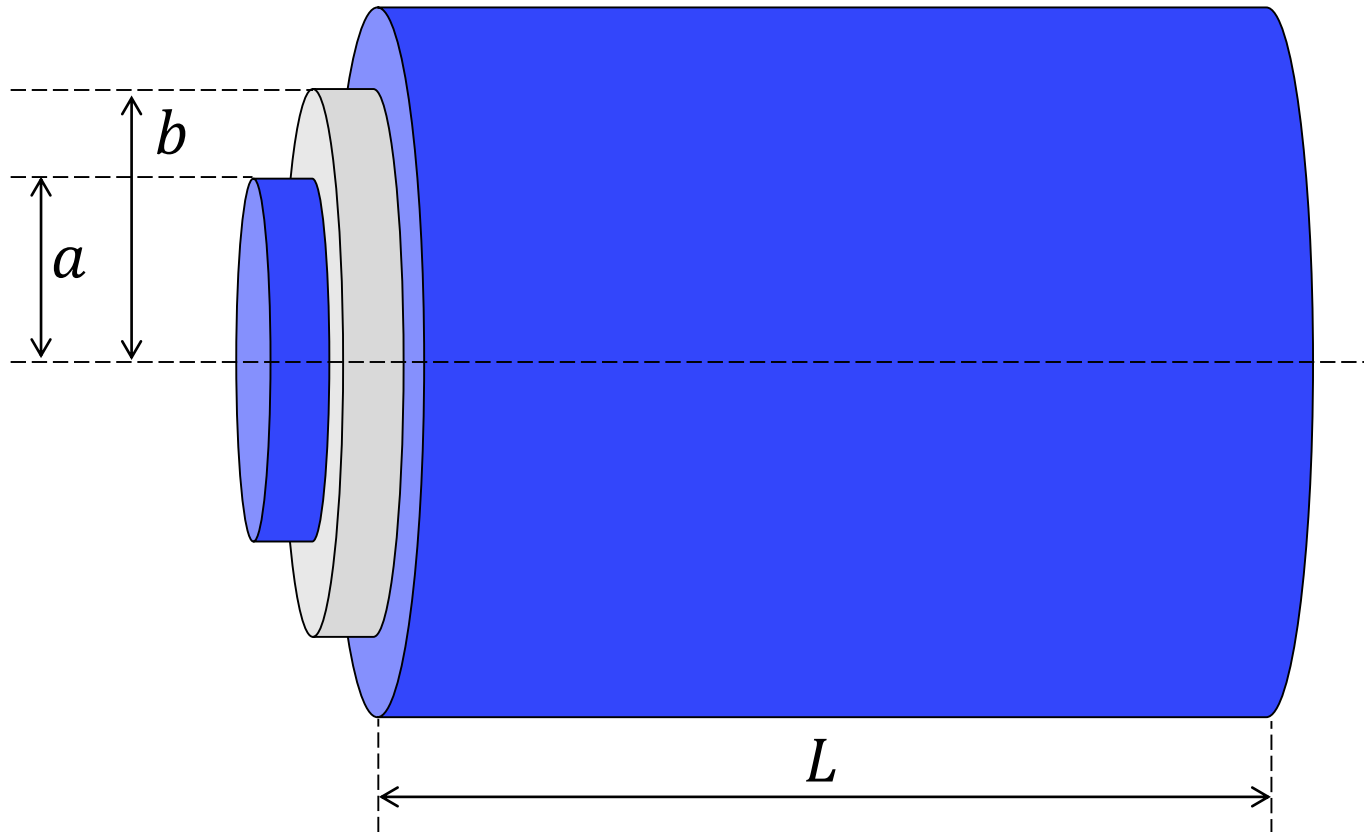
Calcular la capacidad de un condensador de placas metálicas planoparalelas de superficie S , separadas una distancia d .



2. CÁLCULO DE LA CAPACIDAD

Ejercicio: Condensador cilíndrico

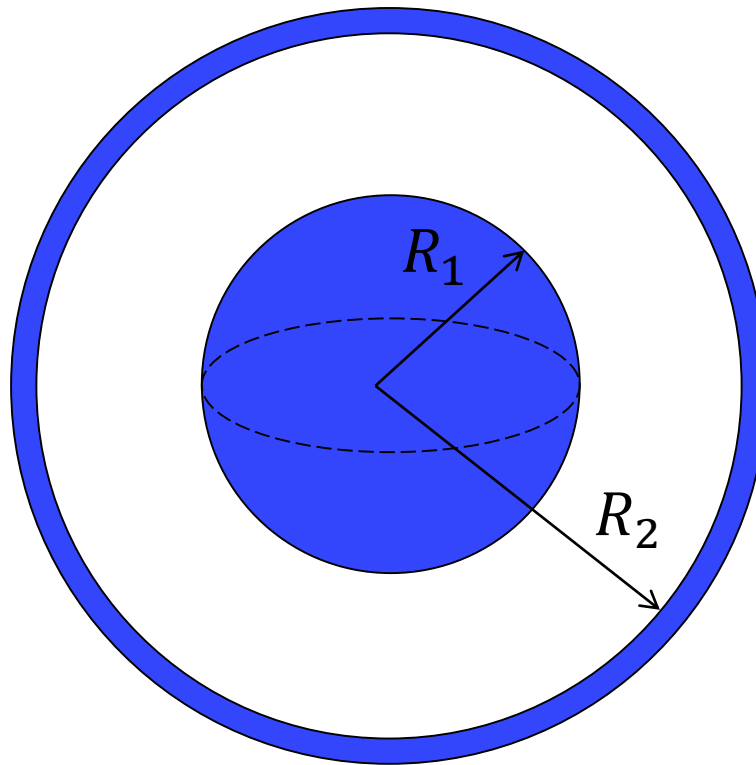
Calcular la capacidad de un condensador formado por dos cilindros metálicos concéntricos de radios a y b y longitud L .



2. CÁLCULO DE LA CAPACIDAD

Ejercicio: Condensador esférico

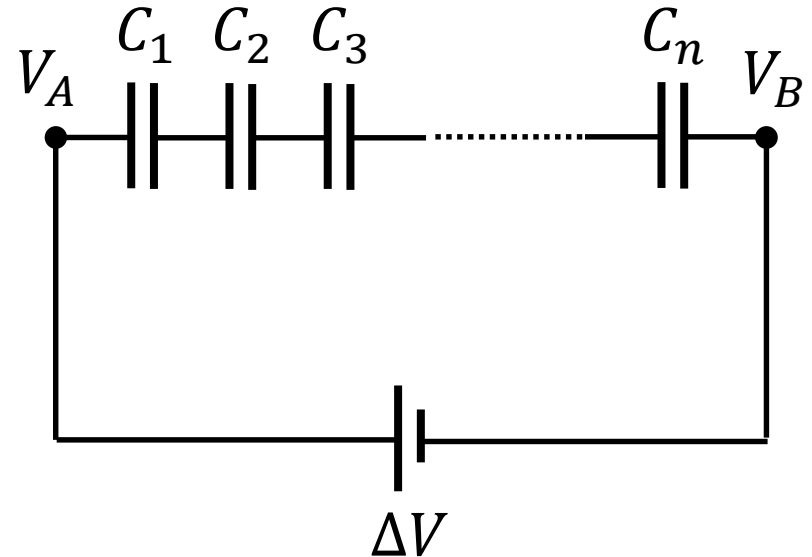
Calcular la capacidad de un condensador formado por dos esferas metálicas concéntricas de radios R_1 y R_2 .



3. ASOCIACIÓN DE CONDENSADORES

Asociación de condensadores en serie: Se produce esta asociación cuando se une la placa positiva de cada uno de ellos con la negativa del siguiente. En este caso, todos los condensadores tienen la misma carga, pero la diferencia de potencial es diferente en cada uno de ellos. La diferencia de potencial total, ΔV , es la suma de las diferencias de potencial en cada condensador.

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \dots + \Delta V_n = \sum_i \Delta V_i \\ \Delta V_i = \frac{Q_i}{C_i} = \frac{Q}{C_i} \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta V = \sum_i \frac{Q_i}{C_i} = \frac{Q_{eq}}{C_{eq}} \\ Q_i = Q_{eq} = Q \end{array} \right. \rightarrow \boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}}$$

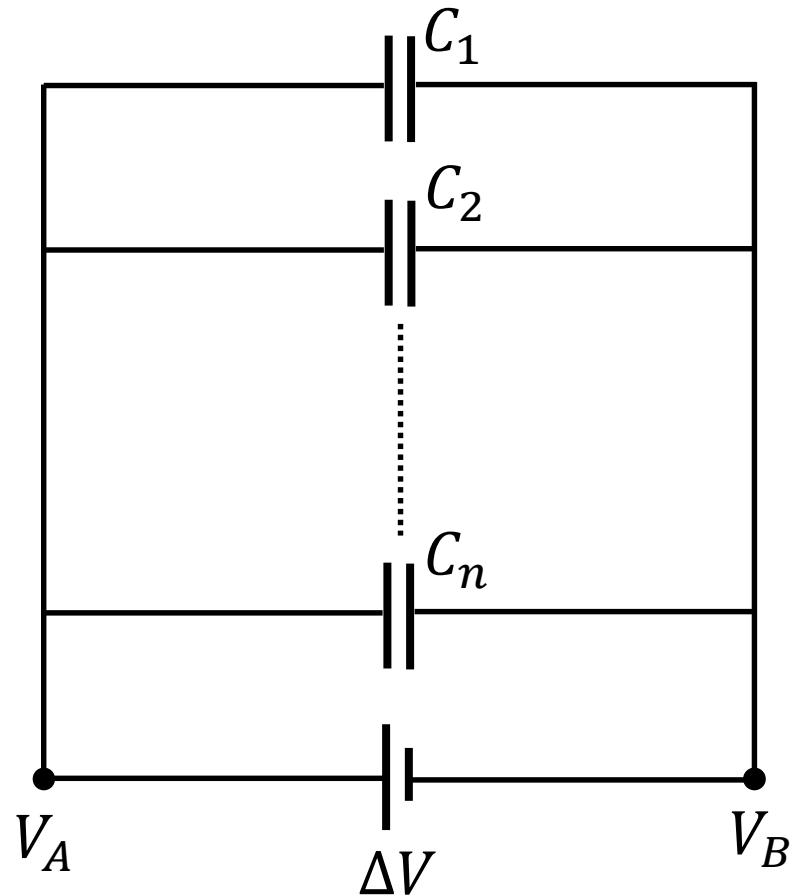
3. ASOCIACIÓN DE CONDENSADORES

Asociación de condensadores en paralelo: Se produce esta asociación cuando se unen todas las placas positivas por un lado, y las negativas por otro. En este caso, todos los condensadores tienen la misma diferencia de potencial pero la carga es distinta. La carga total es la suma de todas las cargas individuales de cada condensador.

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = \sum_i Q_i \\ Q_i = C_i \Delta V_i = C_i \Delta V \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = \sum_i C_i \Delta V_i = C_{eq} \Delta V_{eq} \\ \Delta V_i = \Delta V_{eq} = \Delta V \end{array} \right.$$

$$C_{eq} = \sum_i C_i = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$



4. ENERGÍA DEL CAMPO ELÉCTRICO

Energía almacenada en un condensador: Al cargar un condensador con una batería, ésta realiza un trabajo al transportar carga de una placa a otra. Este trabajo queda almacenado en forma de energía potencial y puede recuperarse cuando se descarga el condensador.

El trabajo que se realiza para desplazar una carga q de un punto a otro entre los que existe una diferencia de potencial ΔV es $W = q\Delta V$. En el caso de una carga infinitesimal dq el trabajo necesario será $dW = \Delta V dq$. Por tanto, para cargar el condensador desde una carga inicial nula hasta la carga final Q , el trabajo necesario será:

$$W = \int_0^Q \Delta V dq = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} QV = U$$

Este trabajo es la energía potencial eléctrica U almacenada en el condensador

4. ENERGÍA DEL CAMPO ELÉCTRICO

Aplicando este resultado a un condensador planoparalelo obtenemos lo siguiente:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{Ed} = \frac{Q \epsilon_0 S}{Qd} = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

$$U_e = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{E^2 \epsilon_0^2 S^2}{\epsilon_0 S/d} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 Sd = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 V$$

Energía almacenada
en el condensador



$$u_e = \frac{U_e}{V} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Densidad de energía
almacenada en el
condensador



Estos resultados son válidos de manera
general, independientemente de la fuente
del campo eléctrico.

5. DIPOLO ELÉCTRICO

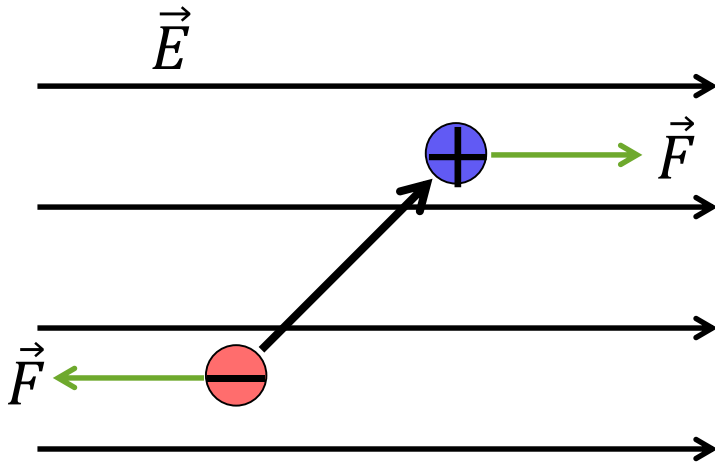
Un dipolo eléctrico está constituido por dos cargas de igual magnitud y signo opuesto, separadas una distancia a .



$$p = aq$$

Momento dipolar

$$[p] = LQ \stackrel{SI}{\Rightarrow} mC$$



$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

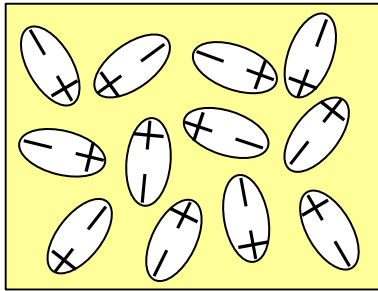
Momento de torsión

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

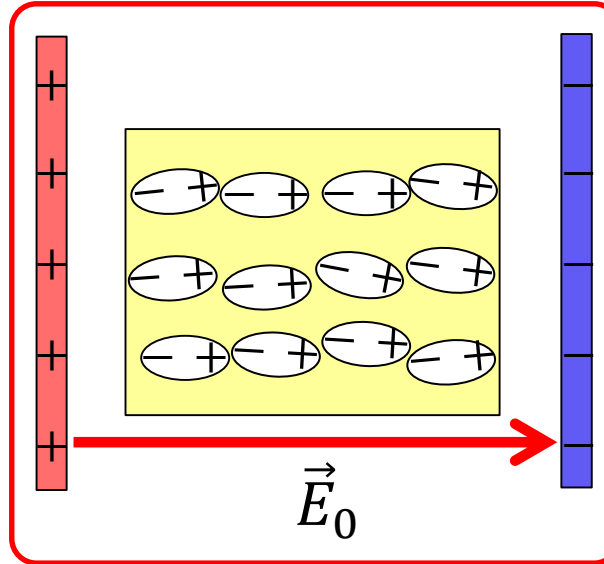
Energía potencial

6. DESCRIPCIÓN ATÓMICA DE LOS DIELECTRICOS

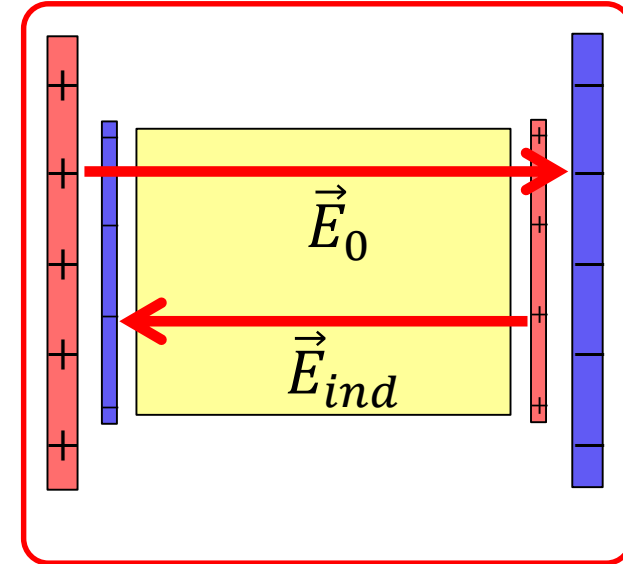
Un dieléctrico es un material no conductor (vidrio, cerámica, mica, baquelita, etc).



Material dieléctrico de moléculas polares



Aplicación de un campo eléctrico externo



Generación de un campo eléctrico inducido

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon_r} = \frac{\sigma}{\epsilon_r \epsilon_0} = \vec{E}_0 - \vec{E}_{ind} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_{ind}}{\epsilon_0} \Rightarrow \sigma_{ind} = \sigma \left(\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \right)$$

ϵ : Permitividad del dieléctrico.
 $\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0$: Constante dieléctrica.

$$[\epsilon] = [\sigma] / [E] = Q L^{-2} F^{-1} Q = T^2 Q^2 M^{-1} L^{-3} = \frac{s^2 C^2}{kg \, m^3}$$

6. DESCRIPCIÓN ATÓMICA DE LOS DIELECTRICOS

Constantes dieléctricas y resistencias dieléctricas de diferentes materiales

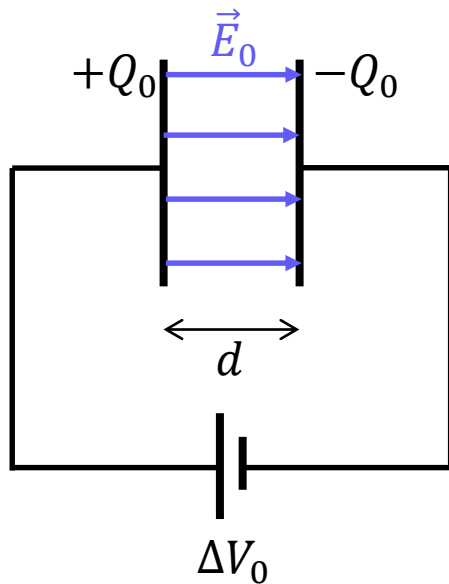
Material	ϵ_r, κ	Resistencia del dieléctrico (kV/mm)
Vacío	1	-
Aire	1.00059	3
Poliestireno	2.55	24
Plexiglás	3.4	40
Papel	3.7	16
Baquelita	4.9	24
Mica	5.4	10-100
Vidrio (pirex)	5.6	14
Neopreno	6.9	12
Porcelana	7	5.7
Agua	80	-
Titanato de estroncio	240	8

La resistencia dieléctrica o campo eléctrico de ruptura es el máximo campo eléctrico que puede soportar un medio sin que se rompa el aislamiento.

7. CONDENSADORES CON DIELECTRICO

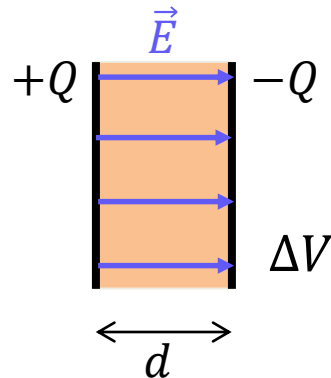
El dieléctrico hace que el campo eléctrico en el interior de un condensador sea menor que sin dieléctrico.

Condensador conectado a batería sin dieléctrico



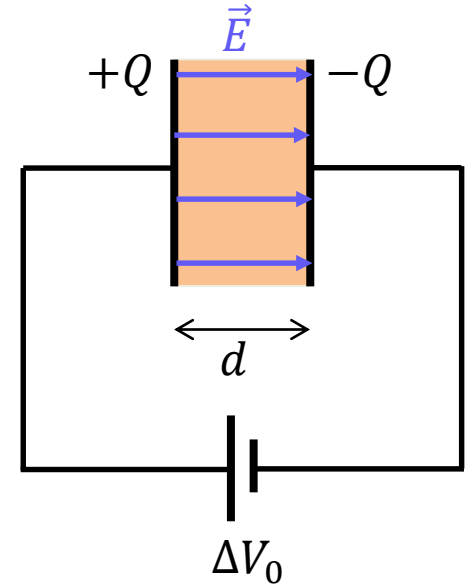
$$Q = Q_0$$
$$\Delta V = \Delta V_0$$
$$C = \frac{Q_0}{\Delta V_0} = C_0$$

Condensador desconectado de la batería con dieléctrico



$$Q = Q_0$$
$$\Delta V = \frac{\Delta V_0}{\epsilon_r}$$
$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\epsilon_r Q_0}{\Delta V_0} = \epsilon_r C_0$$

Condensador conectado a batería con dieléctrico



$$Q = \epsilon_r Q_0$$
$$\Delta V = \Delta V_0$$
$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\epsilon_r Q_0}{\Delta V_0} = \epsilon_r C_0$$

7. CONDENSADORES CON DIELECTRICO

Ejercicio:

Calcular la capacidad de un condensador de placas metálicas planoparalelas de superficie S , separadas una distancia d , si entre sus placas existe un dieléctrico de permitividad ε .

