INDUCCIÓN MAGNÉTICA

ÍNDICE

1. Introducción.
2. Ley de Faraday-Lenz.
3. Autoinducción.
4. Energía magnética. Circuitos RL.

BIBLIOGRAFÍA:

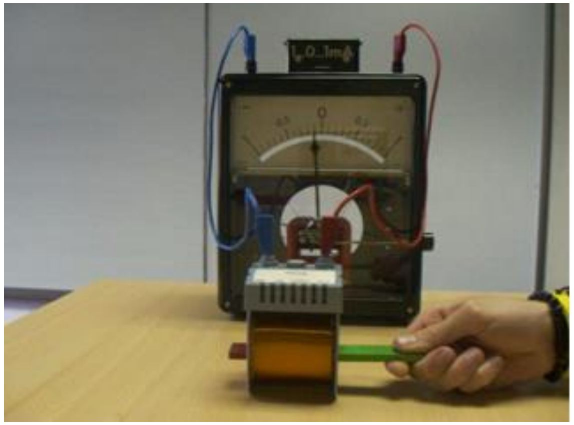
Cap. 28 del Tipler–Mosca, vol. 2, 5ª ed.
Caps. 31 y 32 del Serway–Jewett, vol. 2, 7ª ed.

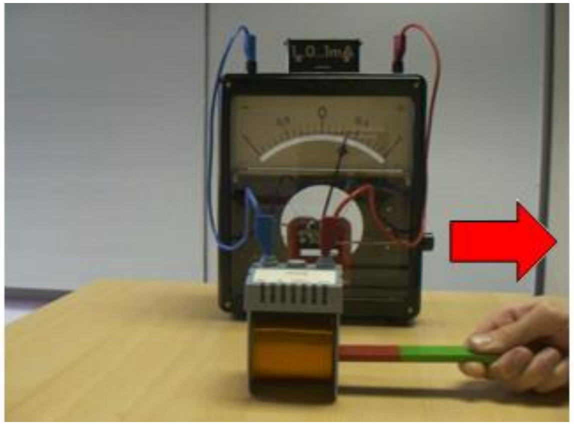
1. INTRODUCCIÓN

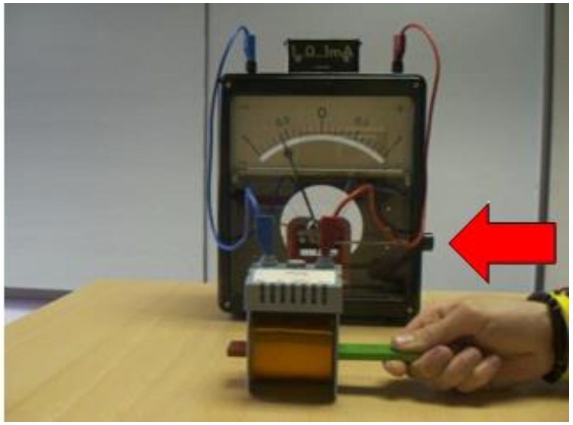
Michael Faraday descubrió (1831) que un campo magnético induce una corriente en un conductor al variar el flujo del primero a través de la superficie del segundo.

La inducción electromagnética permita transformar trabajo mecánico en corriente eléctrica y viceversa. El número de aplicaciones que se basan en la Ley de Faraday es infinito, ejemplos de ellas son: el alternador, el motor eléctrico, el transformador, el freno magnético, las cocinas de inducción, etc.

Michael Faraday
(1791-1867)





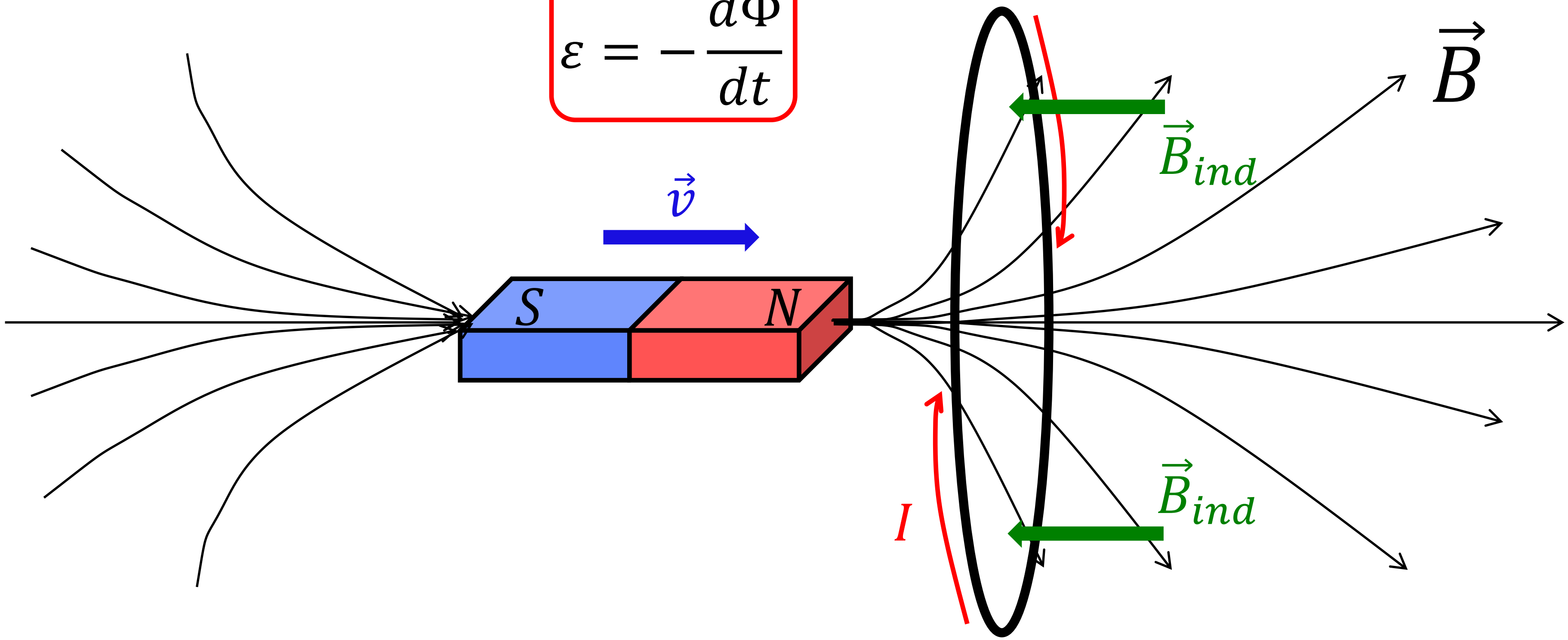


2. LEY DE FARADAY-LENZ

Si el flujo del campo magnético, $\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$, varía a través de la superficie del circuito, aparece en éste una fuerza electromotriz ε cuya magnitud es proporcional a la velocidad de variación del flujo $d\Phi/dt$.

La corriente inducida en el circuito I genera un campo magnético inducido $\vec{B}_{ind}$, que se opone al cambio del flujo magnético que lo produce (Ley de Lenz). Al ir aumentando el flujo a través de la espira, la corriente inducida producirá un campo inducido opuesto.

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

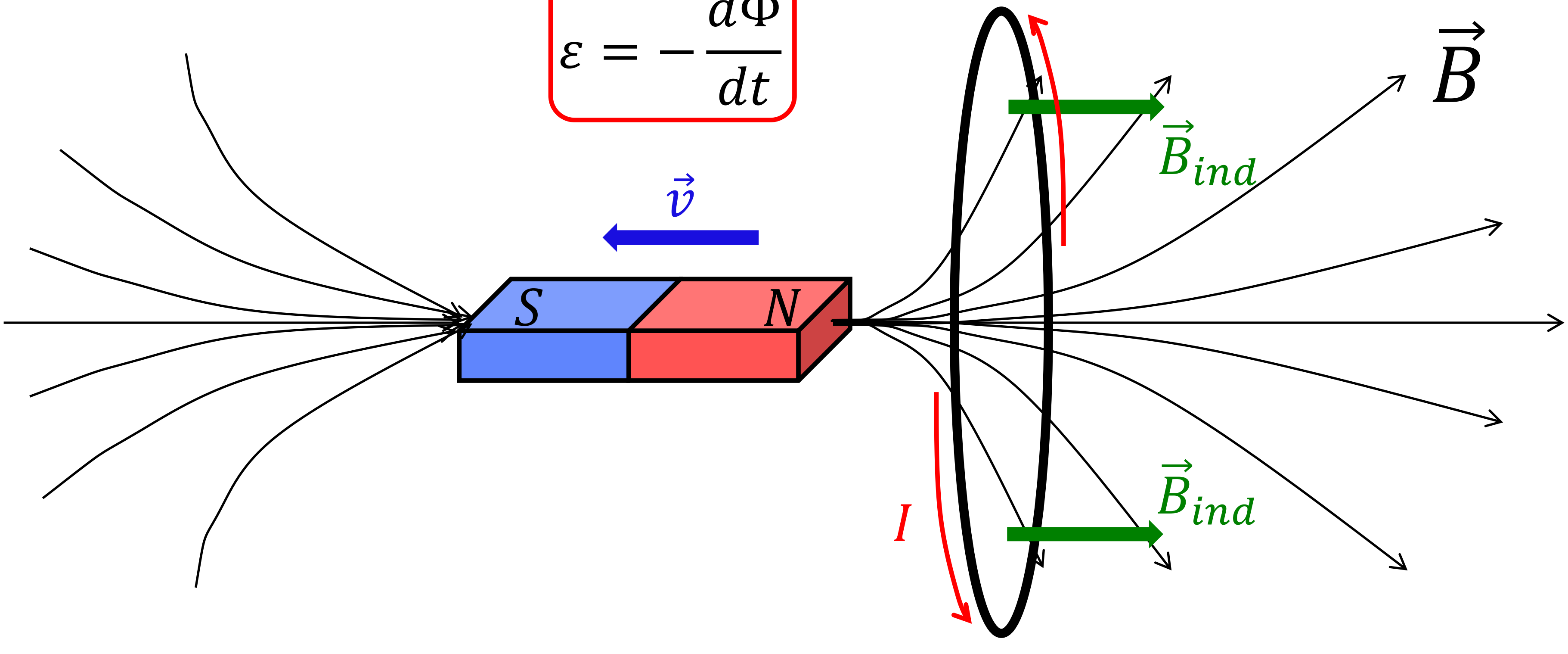


2. LEY DE FARADAY-LENZ

En este caso, al ir disminuyendo el flujo a través de la espira, la corriente inducida producirá un campo inducido que tendrá el mismo sentido que el que genera la fem.

En estos dos casos, el flujo magnético varía porque varía la intensidad del campo $\vec{B}$ que atraviesa la superficie de la espira.

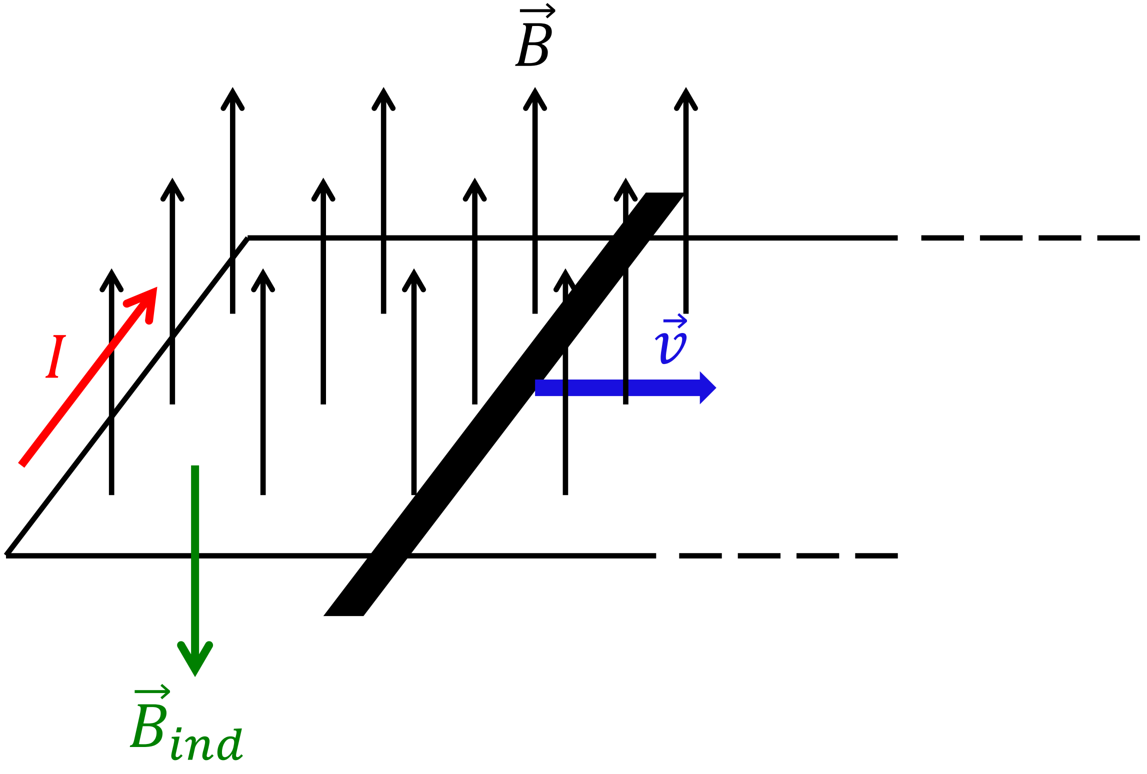
$$\boxed{\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}}$$



2. LEY DE FARADAY-LENZ

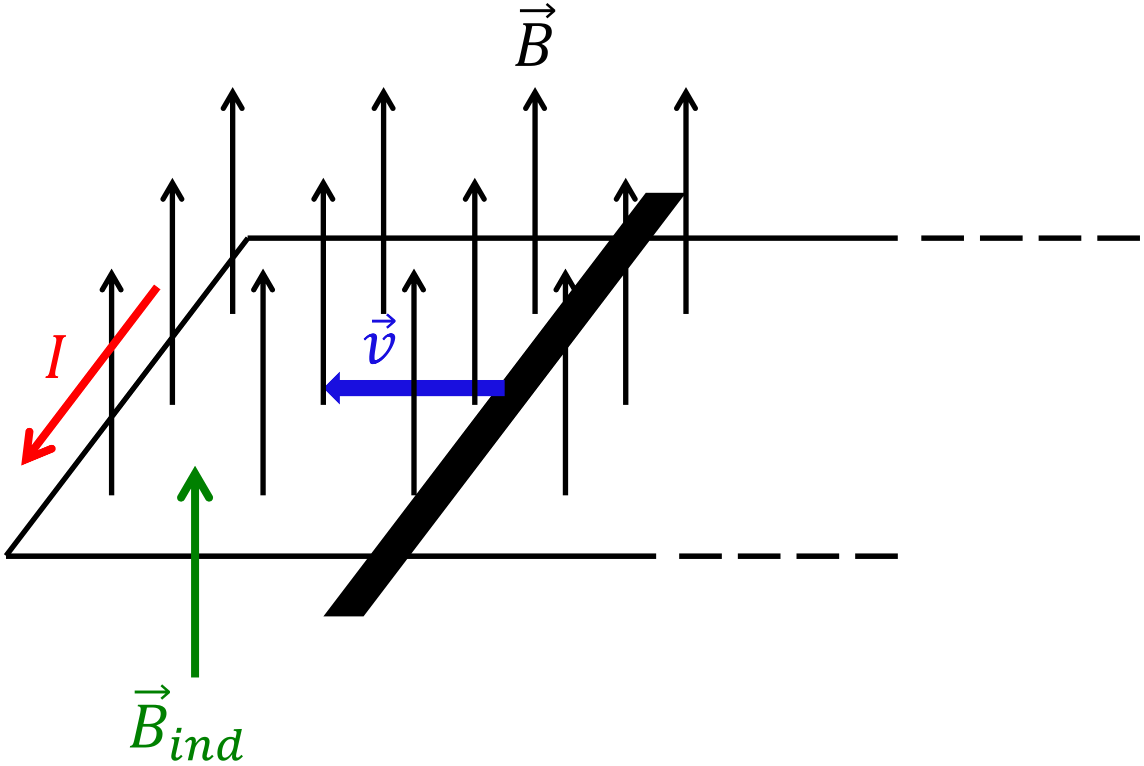
El flujo magnético puede variar aunque el campo magnético $\vec{B}$ sea constante. En este caso, la variación se produce porque varía la superficie a través de la cual se produce el flujo. Por ejemplo, el circuito de la figura tiene un lado móvil y campo $\vec{B}$ constante. La superficie del circuito aumenta con el tiempo.

Al aumentar la superficie aumenta el flujo y por tanto se inducirá una corriente I que generará un campo magnético inducido $\vec{B}_{ind}$ que se opondrá a ese aumento de flujo.



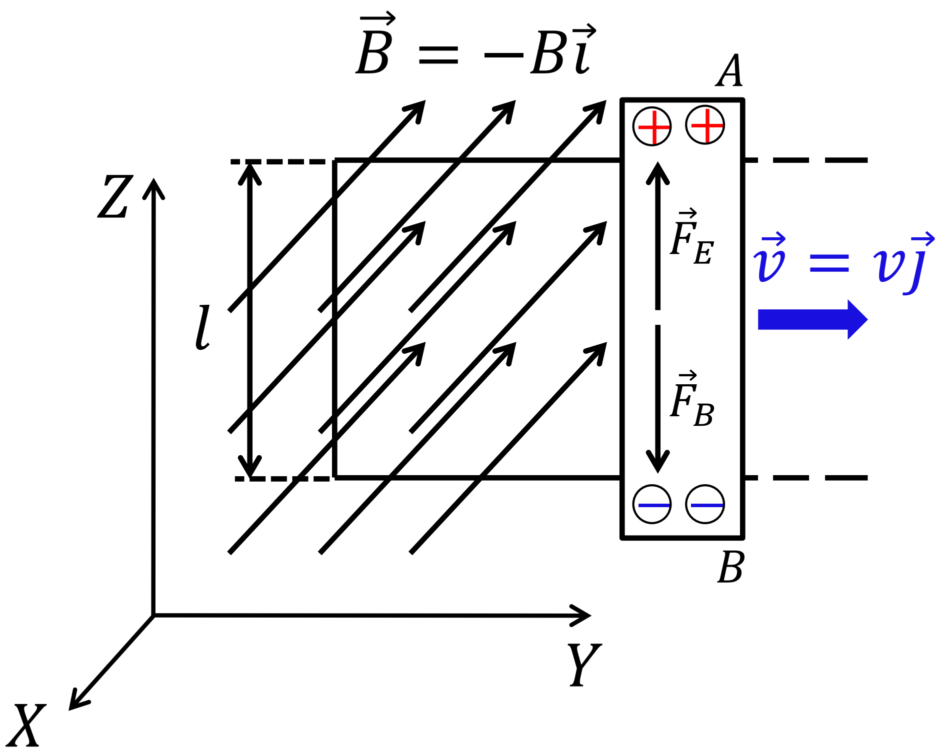
2. LEY DE FARADAY-LENZ

Si por el contrario la superficie del circuito disminuye con el tiempo, disminuirá también el flujo magnético a través del circuito. Se inducirá por tanto una corriente I que generará un campo magnético inducido $\vec{B}_{ind}$ opuesto a la disminución de flujo. El sentido del campo inducido coincidirá con el sentido del campo magnético que genera el flujo.



2. LEY DE FARADAY-LENZ

Los electrones libres de la barra van a sentir la fuerza de Lorentz $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} = -evB\vec{k}$. Esta fuerza hace que haya desplazamiento de carga, ya que los electrones se van a mover hacia el extremo inferior de la barra, quedando el extremo superior con exceso de carga positiva. Así, aparece un campo eléctrico $\vec{E}$ que origina una fuerza $\vec{F}_E$ que contrarresta la fuerza $\vec{F}_B$ debida al campo $\vec{B}$, $\vec{F}_E = q\vec{E} = eE\vec{k}$.



Como $\vec{F}_B = \vec{F}_E$, la fuerza neta actuando sobre los electrones en la barra metálica será nula. Como existe un campo eléctrico inducido, $\vec{E}$, ha de existir una diferencia de potencial entre los extremos de la barra dada por $\Delta V = V_A - V_B = El$.

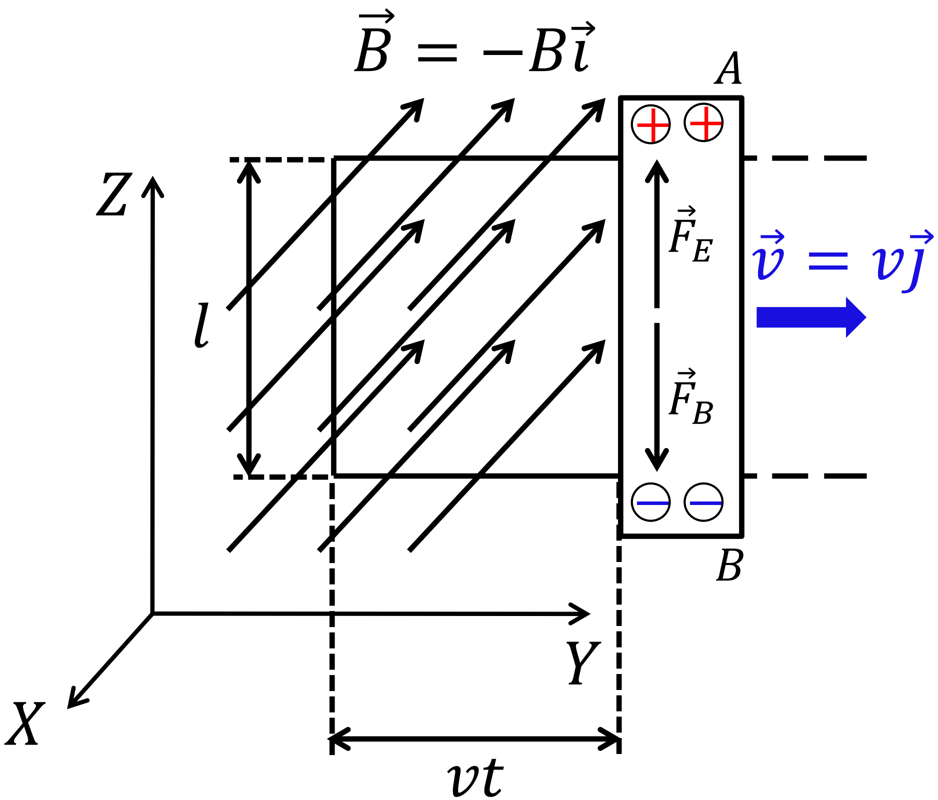
$$evB = eE = e\frac{\Delta V}{l} \Rightarrow$$

$$\boxed{\varepsilon = \Delta V = vBl}$$

2. LEY DE FARADAY-LENZ

La diferencia de potencial o fuerza electromotriz que acabamos de deducir se puede obtener también aplicando la ley de Faraday-Lenz.

El flujo del campo magnético $\vec{B}$ es: $\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = BS = Blvt$.



De acuerdo con la ley de Faraday, la fuerza electromotriz inducida será:

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(Blvt) = -Blv}$$

En las expresiones anteriores se supone que no pasa corriente I a través de la varilla por lo que $\varepsilon = \Delta V$. En caso contrario:

$$\boxed{\varepsilon = \Delta V + Ir = Blv \Rightarrow \Delta V = Blv - Ir}$$

siendo r la resistencia de la varilla móvil.

2. LEY DE FARADAY-LENZ

Ejercicio

Sea el campo magnético uniforme $B = 10^{-3}t$ (donde B viene dado en Teslas si el tiempo t se expresa en segundos). Este campo es perpendicular a una espira circular de cobre de radio $R = 6\ cm$ y sección transversal $S = 2\ mm^2$. ¿Cuál es el valor de la fuerza electromotriz inducida en la espira?, ¿qué corriente circula por la espira?, ¿qué sentido tiene esa corriente inducida?

Datos: Resistividad del cobre $\rho_{Cu} = 1.7 \times 10^{-8}\ \Omega m$.

2. LEY DE FARADAY-LENZ

Ejercicio

Calcular el flujo magnético Φ a través de un solenoide de $20\ cm$ de longitud, $1\ cm$ de radio y 1000 vueltas, cuando por el circula una corriente de 1 amperio.

3. AUTOINDUCCIÓN

Cuando por una bobina circula una corriente I, ésta genera un campo magnético $\vec{B}$ que varía de un punto a otro, pero en todos los puntos es proporcional a I. Por lo tanto, el flujo magnético a través de la bobina es también proporcional a I:

$$\boxed{\Phi = LI}$$

donde L es la autoinducción de la bobina. L depende de la geometría de la bobina y la unidad SI de la inductancia es el Henrio (H).

$$[L] = \frac{[\Phi]}{[I]} = \frac{ML^2T^{-1}Q^{-1}}{QT^{-1}} = ML^2Q^{-2}$$

En el SI la unidad de inductancia es el Henrio: $H = \frac{Wb}{A} = \frac{T \cdot m^2}{A}$

Ejercicio

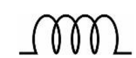
Calcular la inductancia L de un solenoide de longitud $l = 20\ cm$, sección $A = 4\ cm^2$ y $N = 1000$ espiras.

3. AUTOINDUCCIÓN

Si la corriente en un circuito varía, también lo hace el flujo magnético debido a la corriente y por tanto se induce una fem. Como la autoinducción del circuito es constante, se tiene que:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(LI) = -L\frac{dI}{dt}$$

con lo que la fem inducida es proporcional a la variación con el tiempo de la intensidad de corriente.

Una bobina o solenoide con muchas vueltas tiene una gran autoinducción y se denomina inductor. En los circuitos se representa con el símbolo  . En general, se puede despreciar la inductancia del resto del circuito comparada con la del inductor. La diferencia de potencial entre los extremos de un inductor será:

$$\Delta V = \varepsilon - Ir = -L\frac{dI}{dt} - Ir$$

donde r la resistencia interna del inductor.

4. ENERGÍA MAGNÉTICA. CIRCUITOS RL.

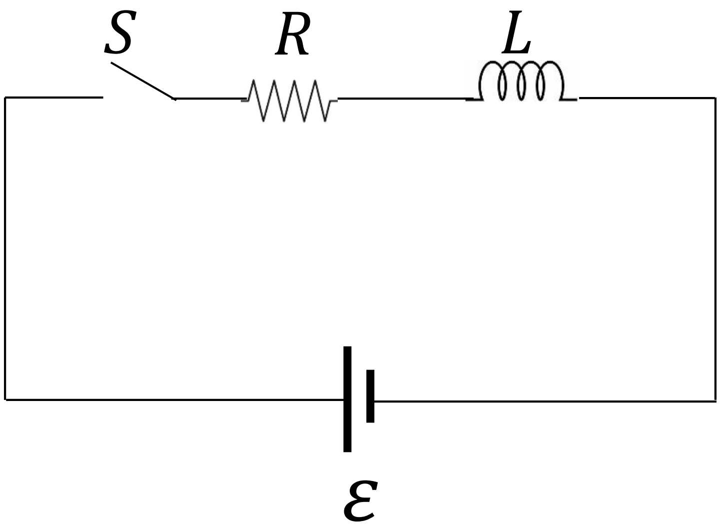
Un circuito con una resistencia R y un inductor L se denomina circuito RL.

Si aplicamos la ley de las mallas de Kirchhoff (2ª ley) al circuito obtenemos:

$$\varepsilon - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\varepsilon I = I^2 R + LI\frac{dI}{dt} = 0$$



εI : Potencia suministrada por la batería

$I^2 R$: Potencia disipada en la resistencia

$LI\frac{dI}{dt} = \frac{dU_m}{dt}$: Energía que incide en el inductor por unidad de tiempo

$$dU = LIdI \Rightarrow \int dU_m = \int_0^{I_f} LIdI = \frac{1}{2}LI_f^2 \Rightarrow \boxed{U_m = \frac{1}{2}LI^2}$$

4. ENERGÍA MAGNÉTICA. CIRCUITOS RL.

En el caso de un solenoide, $B = \mu_0 n I$ y $L = \mu_0 n^2 A l$, siendo A el área de la sección transversal y l la longitud, luego:

$$\boxed{U_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 A l \frac{B^2}{\mu_0^2 n^2} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} A l}$$

La densidad de energía magnética u será por tanto:

$$\boxed{u_m = \frac{U_m}{V} = \frac{U_m}{A l} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}}$$

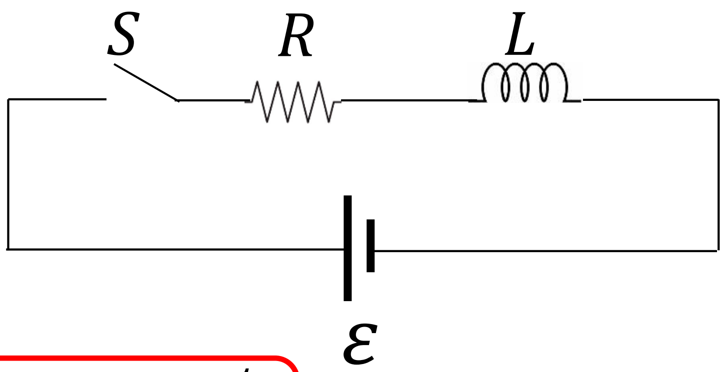
Este resultado es general, a pesar de que ha sido deducido para un solenoide.

Observar la semejanza con la expresión ya obtenida para la densidad de energía eléctrica:

$$u_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0^2 E^2$$

4. ENERGÍA MAGNÉTICA. CIRCUITOS RL.

Podemos obtener la expresión para la evolución de la corriente al cerrar el interruptor S, integrando mediante separación de variables la expresión:



$$\varepsilon - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$

$$\frac{dI}{\varepsilon - IR} = \frac{dt}{L} \Rightarrow \int \frac{dI}{\varepsilon - IR} = \int \frac{dt}{L}$$

$$-\frac{1}{R}\ln(\varepsilon - IR) = \frac{t}{L} + \text{cte} \Rightarrow \boxed{I = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) = I_f\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$

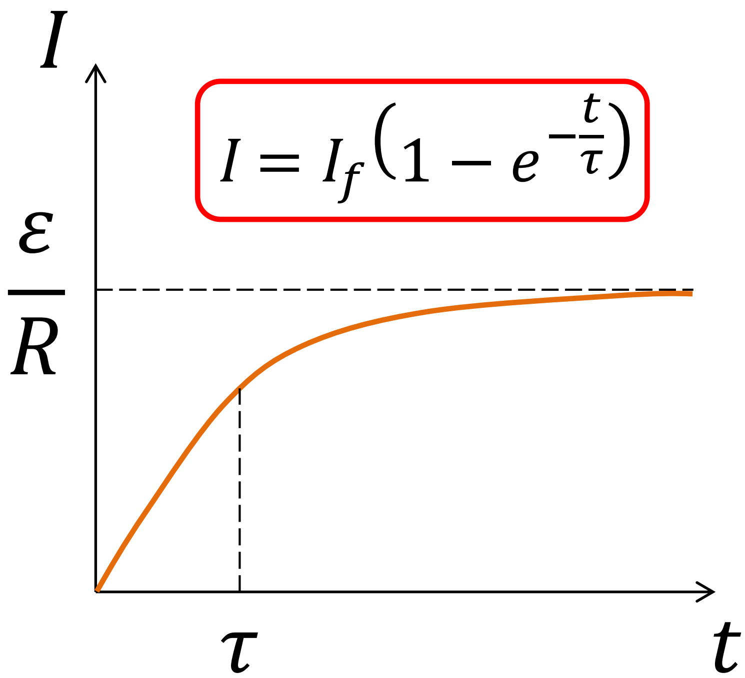
En el caso de ruptura del circuito, tenemos que: $IR = L\frac{dI}{dt}$

Que nuevamente puede ser integrado por separación de variables, obteniéndose:

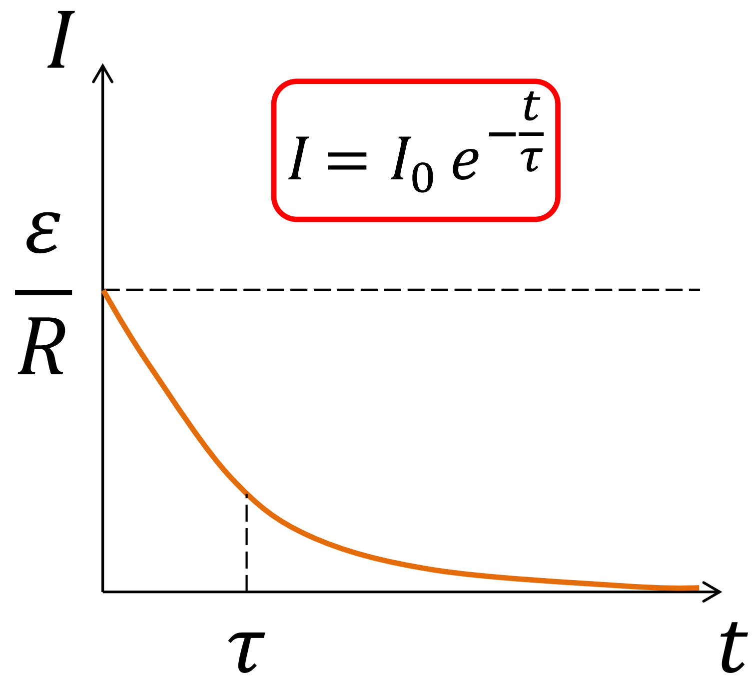
$$\boxed{I = \frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

$$\begin{cases} \tau = \dfrac{L}{R} & \text{: Constante de tiempo} \\ I_f = I(t = \infty) \\ I_0 = I(t = 0) \end{cases}$$

4. ENERGÍA MAGNÉTICA. CIRCUITOS RL.



Intensidad de corriente en función del tiempo en un circuito RL al cerrarse el circuito. En el instante $t = \tau = L/R$ la corriente es igual al 63.2 % de su valor final máximo ε/R.



Intensidad de corriente en función del tiempo en un circuito RL al abrirse el circuito. En el instante $t = \tau = L/R$ la corriente es igual al 36.8 % de su valor inicial máximo ε/R.

4. ENERGÍA MAGNÉTICA. CIRCUITOS RL.

Ejercicio

Sea un circuito RL compuesto de una batería de $12\ V$ y resistencia interna despreciable, una resistencia de $24\ \Omega$ y una autoinducción de $L = 15\ mH$.

a) ¿Cuál es la corriente final en el circuito?
b) ¿Cuál es la constante de tiempo?
c) ¿Cuánto tiempo habrá de transcurrir hasta que la corriente en el circuito alcance el $90\ \%$ de su valor final?
d) ¿Cuánta energía magnética se almacena en la autoinducción cuando se llega al estado estacionario?