

TRABAJO Y ENERGÍA

ÍNDICE

1. Concepto de trabajo
2. Potencia
3. Energía cinética
4. Energía potencial. Fuerzas conservativas
5. Relación fuerza-energía potencial
6. Principio de conservación de la energía
7. Diagramas de energía potencial
8. Fuerzas no conservativas

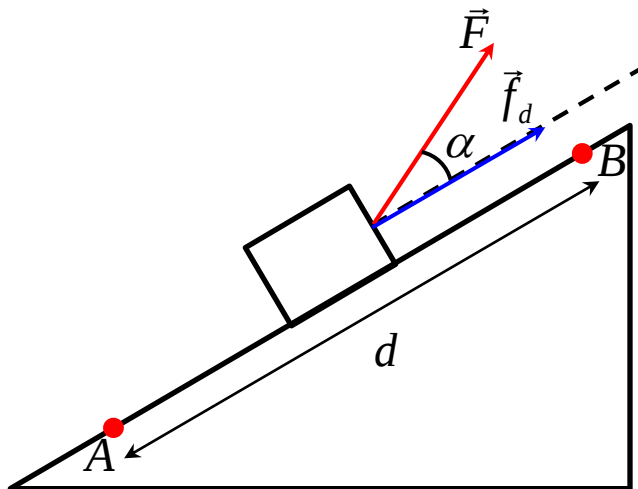
BIBLIOGRAFÍA:

Caps. 6 y 7 del Tipler–Mosca, vol. 1, 5ª ed.
Caps. 7 y 8 del Serway–Jewett, vol. 1, 7ª ed.
Caps. 8 y 9 del Gettys–Frederick–Keller.

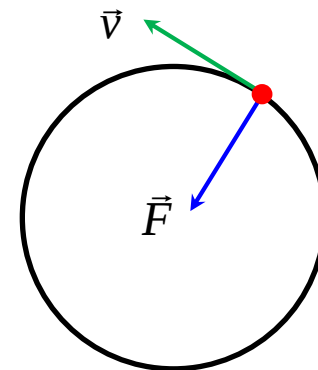
1. CONCEPTO DE TRABAJO

Trabajo: El trabajo realizado por una fuerza que actúa sobre un objeto es igual al producto escalar del vector fuerza por el vector desplazamiento realizado por el objeto

Movimiento rectilíneo y fuerza constante: $W = \vec{F} \cdot \vec{d} = |\vec{F}| |\vec{d}| \cos \alpha = |\vec{f}_d| |\vec{d}|$



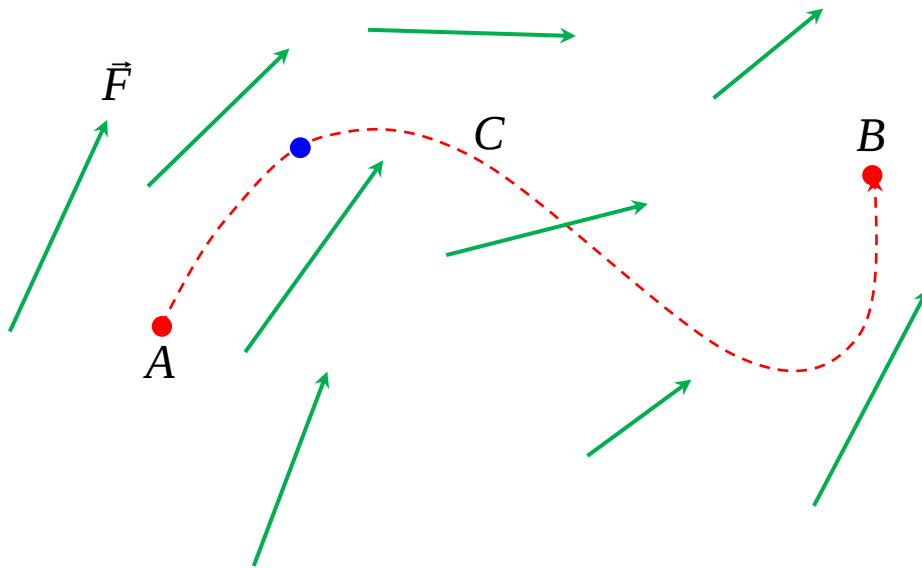
Si no existe desplazamiento o éste es perpendicular a la fuerza aplicada sobre el objeto, entonces el trabajo realizado por la fuerza es nulo. Ej:



1. CONCEPTO DE TRABAJO

Caso general:

$$\begin{cases} dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} \\ W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} \end{cases}$$



El trabajo depende del punto inicial A , del punto final B y de la trayectoria seguida por el objeto C .

Dimensiones de trabajo: $[W] = [F \cdot d] = \text{ML}^2\text{T}^{-2}$

Unidades en el S. I. : $\text{N} \cdot \text{m} = \text{Julio (J)}$.

2. POTENCIA

Potencia: Es el trabajo realizado por unidad de tiempo.

Potencia media

$$P_m = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$\lim_{\Delta t \rightarrow 0}$

Potencia instantánea

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = \vec{F} \cdot \vec{v} \cdot dt$$

$\Downarrow$

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Dimensiones de potencia: $[P] = \left[\frac{W}{t} \right] = [F \cdot v] = \text{ML}^2\text{T}^{-3}$

Unidades en el S. I. : J/s = N·m/s = Vatio (W).

2. POTENCIA

Problema

Un ascensor de 1000 kg se encuentra inicialmente en reposo. En un momento determinado comienza el ascenso con aceleración constante, de forma que a los 4 segundos adquiere su velocidad crucero de 18 km/h.

- a) ¿Cuál es la potencia media del motor del ascensor durante la fase de movimiento acelerado?
- b) ¿Cuál es la potencia del motor del ascensor una vez adquirida la velocidad crucero?

3. ENERGÍA CINÉTICA

Energía cinética: Es la energía que tiene un cuerpo asociada a su estado de movimiento:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

Dimensiones de energía: $[E] = [m \cdot v^2] = \text{ML}^2\text{T}^{-2}$
Unidades en el S. I. : Julio (J).

Teorema de las fuerzas vivas: El trabajo realizado por una fuerza actuando sobre un objeto es igual a la variación de su energía cinética.

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B m\vec{a} \cdot d\vec{r} = \int_A^B m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = \int_A^B m \frac{d\vec{r}}{dt} \cdot d\vec{v} = \int_A^B m\vec{v} \cdot d\vec{v} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

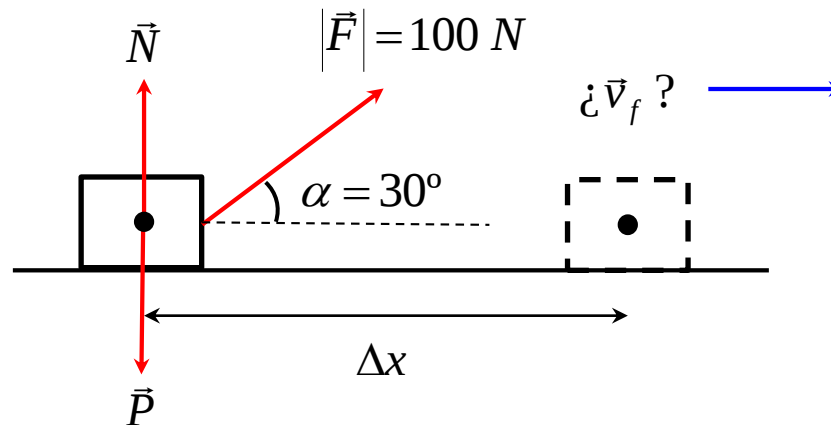


$$W_{AB} = E_{c_B} - E_{c_A} = \Delta E_c$$

3. ENERGÍA CINÉTICA

Problema

Un bloque de 10 kg se encuentra inicialmente en reposo sobre una superficie sin rozamiento. En un momento determinado actúa sobre él una fuerza, tal y como se muestra en la figura. ¿Cuál es la velocidad del bloque después de haberse desplazado 5 metros?



4. ENERGÍA POTENCIAL. FUERZAS CONSERVATIVAS

Es la energía asociada a la configuración del sistema (a la posición de los cuerpos).

Ejemplo Energía potencial gravitatoria: $E_p = mgy$

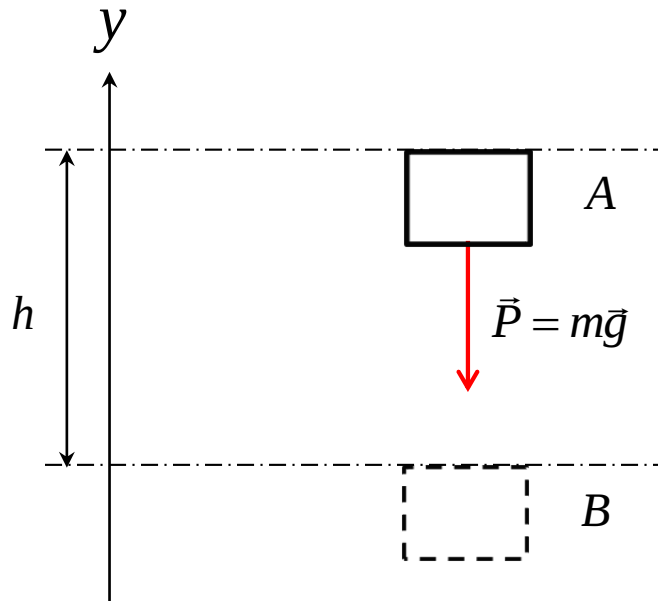
¿Cuál es el trabajo realizado por el campo gravitatorio terrestre para mover un cuerpo desde un punto A a otro punto B ? (Suponer que no existe rozamiento).

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = P_y dy = -mg dy$$

$$W_{AB} = \int_{y_A}^{y_B} P_y dy = -\int_{y_A}^{y_B} mg dy =$$

$$-mgy_B + mgy_A =$$

$$E_{p_A} - E_{p_B} = -\Delta E_p$$



4. ENERGÍA POTENCIAL. FUERZAS CONSERVATIVAS

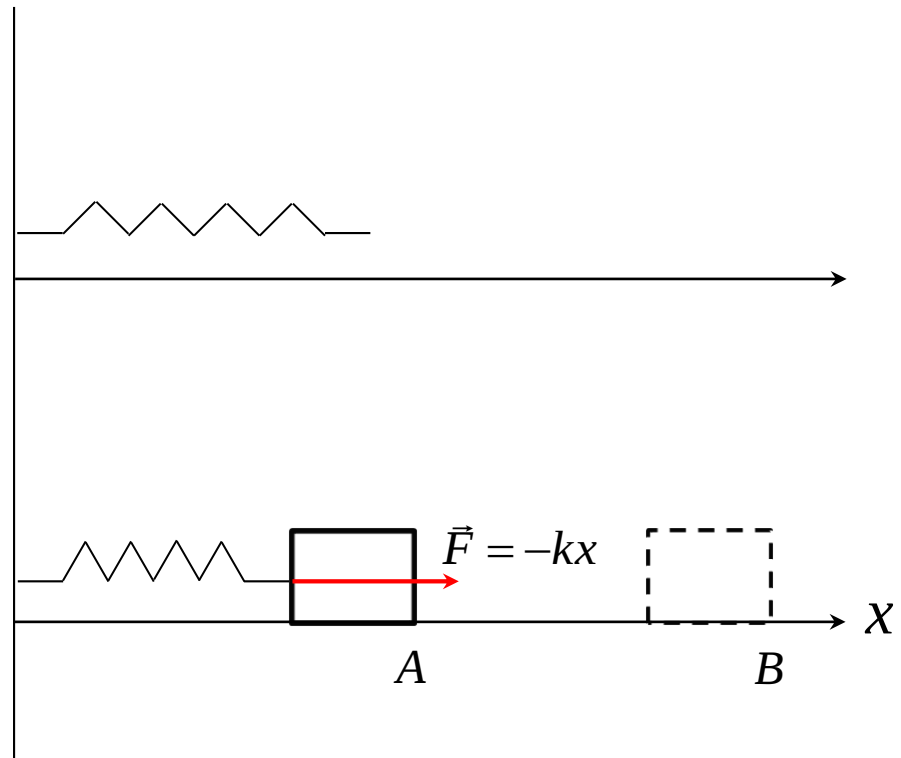
Ejemplo Energía potencial elástica: $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

¿Cuál es el trabajo realizado por un muelle para mover un cuerpo desde un punto A a otro punto B ? (Suponer que no existe rozamiento).

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_x dx = -kx dx$$

$$W_{AB} = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\int_{x_A}^{x_B} kx dx =$$

$$\frac{1}{2}kx_A^2 - \frac{1}{2}kx_B^2 = E_{p_A} - E_{p_B} = -\Delta E_p$$



4. ENERGÍA POTENCIAL. FUERZAS CONSERVATIVAS

Una fuerza es **conservativa** cuando el trabajo realizado por la misma sobre un cuerpo que se mueve de un punto A a otro punto B no depende de la trayectoria seguida, sino únicamente de las posiciones inicial y final.

Como consecuencia de esto, el trabajo realizado por una fuerza conservativa a lo largo de una trayectoria cerrada es cero.

Ejemplo Objeto que se mueve en el campo gravitatorio de un punto inicial A a otro punto final B .

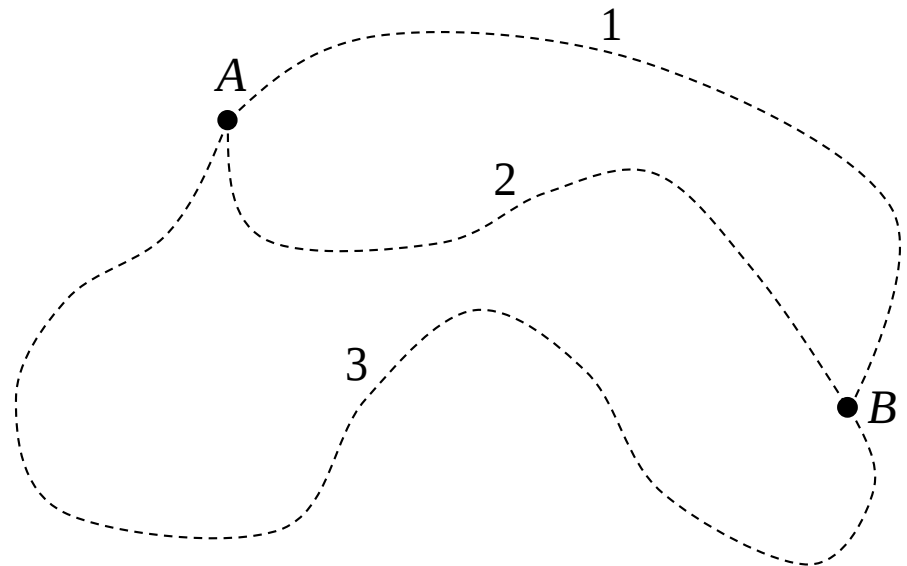
$$W_{AB_1} = W_{AB_2} = W_{AB_3} =$$

$$mgy_A - mgy_B =$$

$$E_{p_A} - E_{p_B} = -\Delta E_p$$

$$W_{ABA} = mgy_A - mgy_A = 0$$

$$= \oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$



5. RELACIÓN FUERZA-ENERGÍA POTENCIAL

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\Delta E_p \quad \Rightarrow \quad \Delta E_p = E_{p_B} - E_{p_A} = -\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_s ds = -dE_p \quad \Rightarrow \quad F_s = -\frac{dE_p}{ds}$$

En general:
$$\vec{F} = -\vec{\nabla} E_p = -\frac{\partial E_p}{\partial x} \vec{i} - \frac{\partial E_p}{\partial y} \vec{j} - \frac{\partial E_p}{\partial z} \vec{k}$$

6. PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

Un cuerpo sometido sólo a fuerzas conservativas conserva su energía total

Teorema de las fuerzas vivas: $W = \Delta E_c$

Si además las fuerzas son conservativas: $W = -\Delta E_p$

$$\Delta E_c = -\Delta E_p \Rightarrow \Delta(E_c + E_p) = \Delta E = 0$$

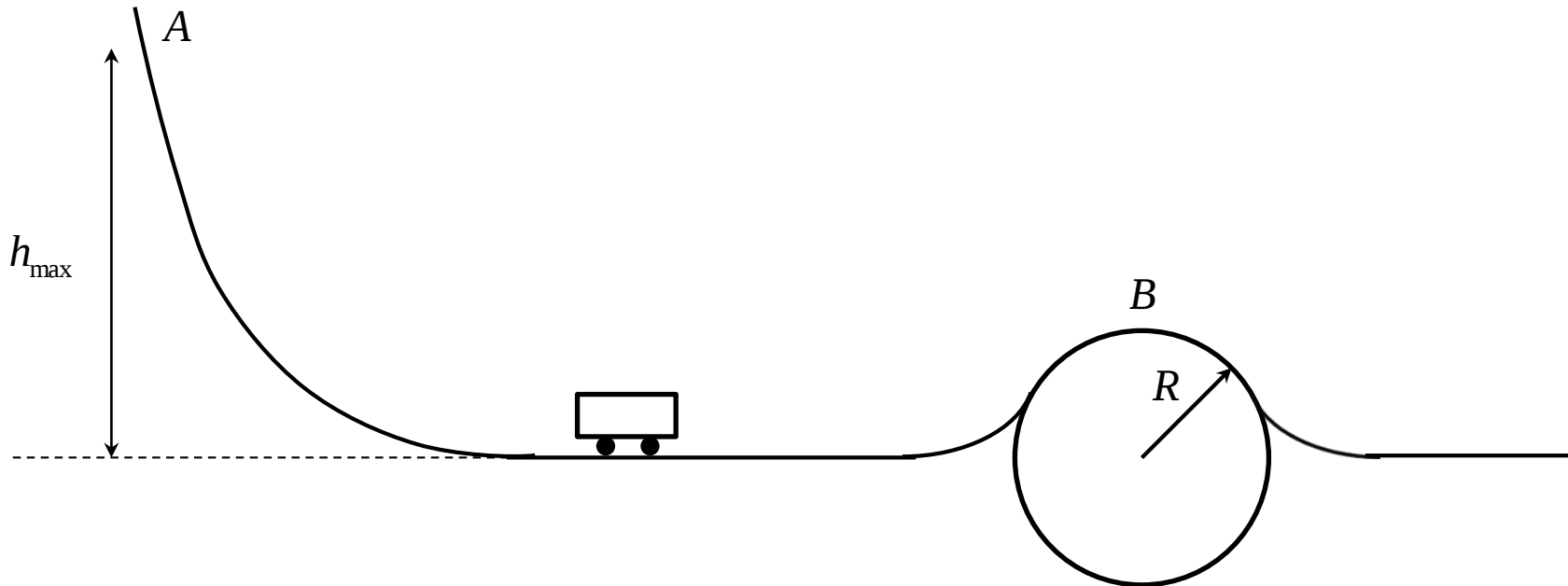
Siendo: $E = E_c + E_p$ la energía total.

Otra forma de verlo, $E_{c_i} + E_{p_i} = E_{c_f} + E_{p_f}$

6. PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

Problema

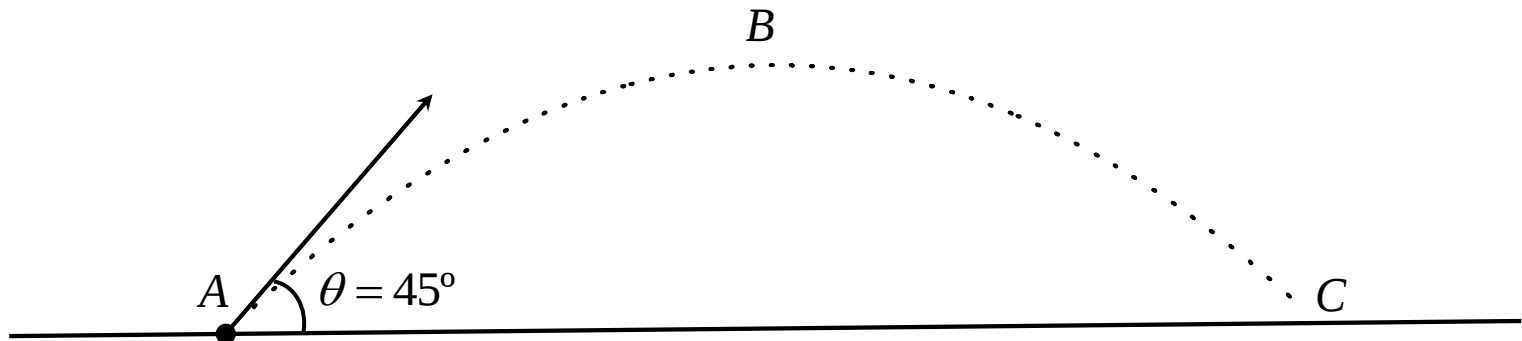
Suponiendo que no existe rozamiento, ¿cuál es la altura máxima desde la que puede iniciar la caída la vagoneta en el punto A , sin velocidad inicial, para pasar por el punto B sin despegarse de los raíles?



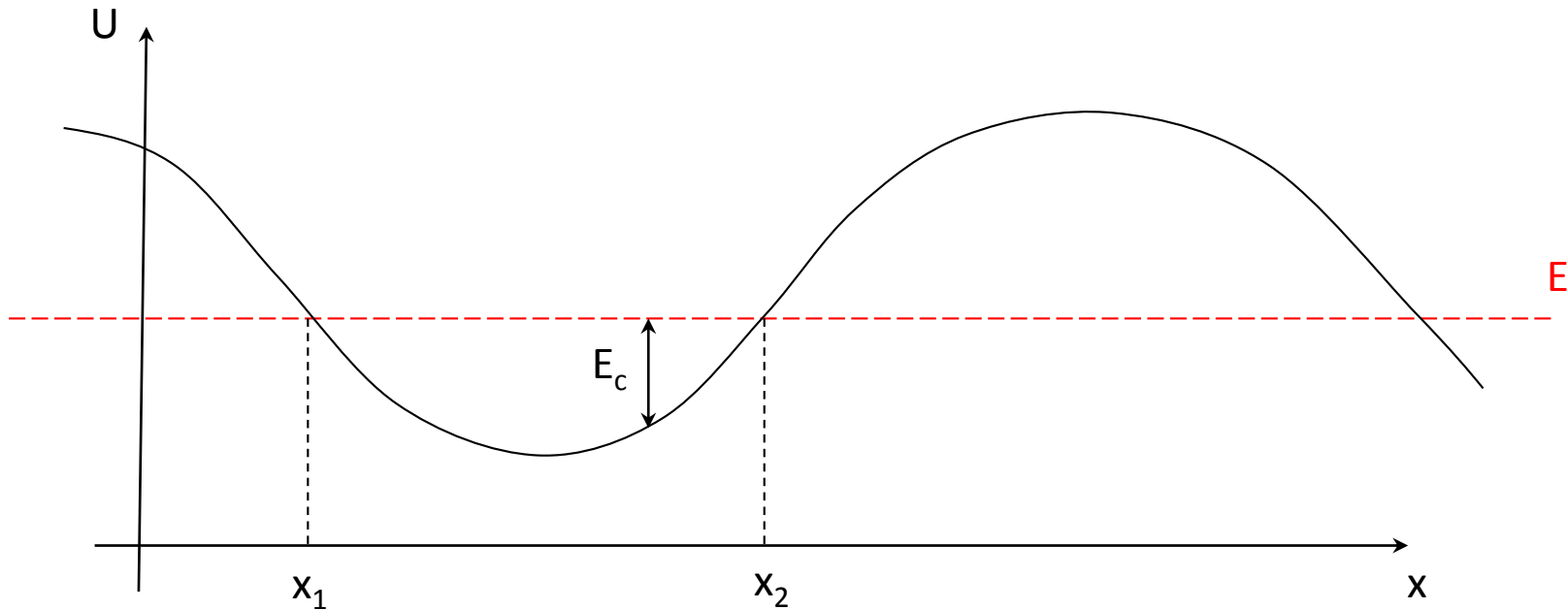
6. PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

Problema

Un objeto de 500 gramos de masa es lanzado con una velocidad inicial de 90 km/h, formando un ángulo de 45° con la horizontal (ver figura). Calcular el valor de las energías cinética, potencial y total del objeto en los puntos A , B y C de la trayectoria (ignorar el rozamiento con el aire).



7. DIAGRAMAS DE ENERGÍA POTENCIAL



$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + E_p = \text{cte}$$

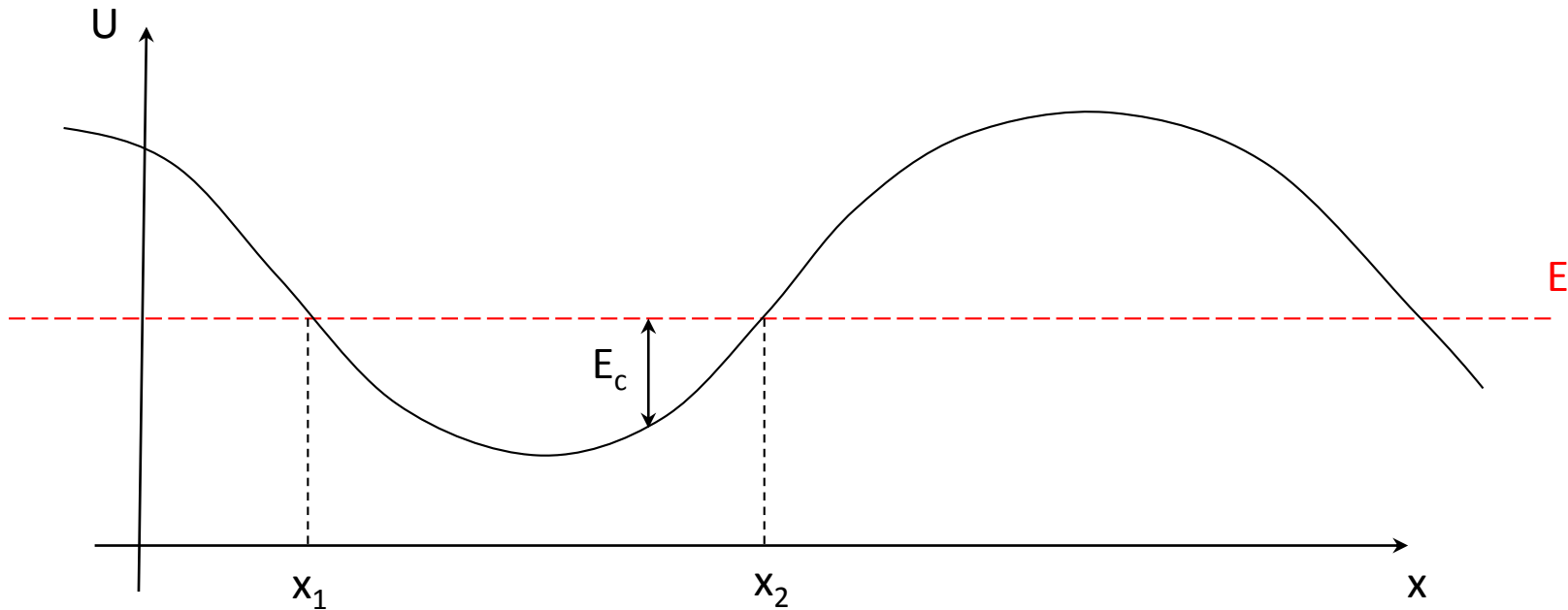
Regiones donde es posible el movimiento

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = E - E_p \geq 0$$

Tipos de movimiento

- oscilatorio (finito)
- infinito

7. DIAGRAMAS DE ENERGÍA POTENCIAL



$$E = E_p \Rightarrow E - E_p = \frac{1}{2}mv^2 = 0 \Rightarrow v = 0$$

$$F = -\frac{dE_p}{dx} \begin{cases} \neq 0 & \Rightarrow \text{Punto de retorno.} \\ = 0 & \Rightarrow \text{Punto de equilibrio:} \end{cases} \quad \frac{d^2E_p}{dx^2} \begin{cases} > 0 & \Rightarrow \text{Equilibrio estable.} \\ < 0 & \Rightarrow \text{Equilibrio inestable.} \end{cases}$$

7. DIAGRAMAS DE ENERGÍA POTENCIAL

Problema

Una cuerpo de 10 gramos de masa realiza un movimiento rectilíneo a lo largo del eje x , bajo la acción de una fuerza conservativa. La energía potencial de la partícula viene dada por la siguiente expresión (donde E_p son Julios cuando x son metros):

$$E_p(x) = x^4 - 2x^2$$

a) Representar gráficamente la función energía potencial del cuerpo.

Si la energía total del cuerpo es de -0.5 J y se sabe que su posición toma periódicamente el valor $x = 1 \text{ m}$,

- b) ¿Qué tipo de movimiento realiza?
- c) ¿Entre qué regiones está restringido el movimiento del cuerpo?
- d) ¿Cuáles son los valores máximo y mínimo de la velocidad del cuerpo y en qué posiciones se dan tales valores?

8. FUERZAS NO CONSERVATIVAS

El trabajo realizado sobre un cuerpo por las fuerzas no conservativas (como el rozamiento) es igual a la variación de energía total que experimenta el cuerpo

Teorema de las fuerzas vivas: $W = \Delta E_c$

Además, considerando a las fuerzas conservativas y no conservativas:

$$W = -\Delta E_p + W_{nc}$$

$$\Delta E_c = -\Delta E_p + W_{nc} \Rightarrow \Delta(E_c + E_p) = W_{nc}$$

8. FUERZAS NO CONSERVATIVAS

Problema

Un cuerpo que parte del reposo, desliza primero a lo largo de un plano inclinado 30° y luego continúa moviéndose sobre un plano horizontal hasta detenerse (ver figura). Se sabe que el cuerpo recorre en el plano horizontal la misma distancia d que en el plano inclinado. ¿Cuál es el valor del coeficiente de rozamiento, suponiendo que es constante durante todo el recorrido?

