INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA

ÍNDICE

BIBLIOGRAFÍA:

Cap. 1 del Tipler–Mosca, vol. 1, 5ª ed.
Cap. 1 del Serway–Jewett, vol. 1, 7ª ed.
Cap. 1 del Gettys-Frederick-Keller.

1. INTRODUCCIÓN

La Física es la ciencia dedicada al estudio de los fenómenos naturales. Estudia las propiedades del espacio, el tiempo, la materia y la energía, así como sus interacciones.

Wikipedia

Trata de ofrecer una modelización matemática.
Se basa en la observación y la experimentación.

El método científico consiste en construir, probar y relacionar modelos con el objetivo de describir, explicar y predecir la realidad.

Tipler-Mosca

El valor de un modelo científico se basa en su simplicidad y en su utilidad para predecir o explicar observaciones de distintos fenómenos.

2. MEDICIÓN Y UNIDADES

Medir es determinar el valor de una magnitud física comparándola con un patrón que se denomina unidad de medida.

Cualquier valor numérico resultante de una medida debe ir acompañado de sus unidades. El sistema de unidades más utilizado es el Sistema Internacional (SI) de unidades, pero hay otros.

Sistema Internacional (SI ó MKS)

Magnitud	Unidad
Longitud	metro (m)
Masa	kilogramo (kg)
Tiempo	segundo (s)
Temperatura	kelvin (K)
Corriente eléctrica	amperio (A)
Intensidad luminosa	candela (cd)
Cantidad de sustancia	mol (mol)

El SI está constituido por 7 unidades básicas o fundamentales, correspondientes a otras tantas magnitudes.

Cualquier otra unidad diferente de las anteriores será derivada de éstas.

Otro sistema es el cegesimal (CGS), cuyas unidades son el centímetro (longitud), el gramo (masa) y el segundo (tiempo).

2. MEDICIÓN Y UNIDADES

Potencia	Prefijo	Abreviatura
10^{-24}	yocto	y
10^{-21}	zepto	z
10^{-18}	atto	a
10^{-15}	femto	f
10^{-12}	pico	p
10^{-9}	nano	n
10^{-6}	micro	µ
10^{-3}	mili	m
10^{-2}	centi	c
10^{-1}	deci	d

Potencia	Prefijo	Abreviatura
10^{1}	deca	da
10^{2}	hecto	h
10^{3}	kilo	K
10^{6}	mega	M
10^{9}	giga	G
10^{12}	tera	T
10^{15}	peta	P
10^{18}	exa	E
10^{21}	zetta	Z
10^{24}	yotta	Y

Prefijos para las potencias de 10 y sus abreviaturas.

3. NOTACIÓN CIENTÍFICA

Simplifica mucho el manejo de números muy grandes o muy pequeños.

Según esta notación, los números se escriben como el producto de un número comprendido entre 0 y 10 por una potencia en base 10.

Ejemplo (números muy grandes)

La distancia entre la Tierra y el Sol en unidades SI (m) es de unos 150000000000 m (150 mil millones de metros). Utilizando la notación científica, esta distancia se escribe 1.5×10^{11} m, que simplifica notablemente la notación.

Ejemplo (números muy pequeños)

El tamaño de un átomo de hidrógeno es de aproximadamente 0.0000000001 m. Utilizando la notación científica, este tamaño se escribe 10^{-10} $m = 0.1$ $nm = 1$ Ångström (Å).

4. ANÁLISIS DIMENSIONAL

La dimensión física denota la naturaleza física de una cantidad. Ejemplos de dimensión física son longitud, masa o tiempo.

Magnitud	**Símbolo**	**Dimensión**
Área	A	L^2
Volumen	V	L^3
Velocidad	v	LT^{-1}
Aceleración	a	LT^{-2}
Fuerza	F	MLT^{-2}
Presión	p	$ML^{-1}T^{-2}$
Densidad	ρ	ML^{-3}
Energía	E	ML^2T^{-2}
Potencia	P	ML^2T^{-3}

En una ecuación, las dimensiones de cada miembro tienen que ser las mismas:

$$A = B + C$$

Las magnitudes A, B y C deben tener las mismas dimensiones.

La coherencia dimensional es una condición necesaria (aunque no suficiente) para que una ecuación sea correcta.

4. ANÁLISIS DIMENSIONAL

Problema

En las ecuaciones siguientes, la distancia x está en metros, el tiempo t en segundos y la velocidad v en metros por segundo. ¿Cuáles son las unidades SI de las constantes C_1 y C_2 en los siguientes casos?

a) $x = C_1 + C_2 t$

b) $x = \frac{1}{2} C_1 t^2$

c) $v^2 = 2C_1 x$

Problema

A la unidad de fuerza en el SI $kg{\cdot}m/s^2$ se le denomina Newton (N). ¿Cuáles son las dimensiones y las unidades SI de la constante G en la Ley de Newton de la gravitación, $F = G\, m_1 m_2 / r^2$?

4. ANÁLISIS DIMENSIONAL

Problema

Se sabe que la aceleración (centrípeta) de un cuerpo que se mueve con velocidad constante en una trayectoria circular es función del radio r de la trayectoria y de la velocidad lineal v. Determinar, mediante análisis dimensional, una combinación sencilla de radio y velocidad que nos dé una ecuación para la aceleración.

5. CONVERSIÓN DE UNIDADES

Cualquier magnitud física contiene un número y una unidad:

Por ejemplo, si quisiéramos hallar la distancia recorrida (x) en un tiempo (t) de 5 horas por un tren que viaja a una velocidad (v) constante de 80 km/h, tenemos:

$$x = vt = 80\,\frac{km}{h} \times 5\,h = 400\,km$$

¿Cuál es la distancia recorrida en millas? (1 mi = 1.609 km)

$$\boxed{\frac{1\,mi}{1.609\,km} = 1}$$

Factor de conversión

$$\Rightarrow x = 400\,km = 400\,km \times \frac{1\,mi}{1.609\,km} = 248.6\,mi$$

Los factores de conversión siempre tienen el valor de 1 y se utilizan para pasar de una magnitud expresada en una unidad de medida a su equivalente en otra unidad de medida.

5. CONVERSIÓN DE UNIDADES

Problema

Una piscina tiene las siguientes dimensiones: 5000 cm de longitud, 0.25 hm de anchura y 5000 mm de profundidad. ¿Cuál es su volumen en el SI? ¿Y en el CGS?

5. CONVERSIÓN DE UNIDADES

Problema

Una habitación tiene las siguientes dimensiones: 4.5 m de longitud, 3.5 m de anchura y 2.5 m de altura. ¿Se podría empapelar las paredes de la habitación empleando un paquete de 500 hojas tamaño din A4?

Tamaño de hoja A4: $210 \times 297\ mm$.

6. ORDEN DE MAGNITUD

El orden de magnitud de un número es la potencia de 10 más próxima a su valor.

El orden de magnitud de una cantidad se determina de la siguiente manera:

1. Se expresa el número en notación científica (con el multiplicador de la potencia de 10 entre 0 y 1).
2. Si el multiplicador es menor que la raíz cuadrada de 10 (3.16), el orden de magnitud del número es la potencia de 10 en la notación científica. Si el multiplicador es mayor que 3.16, el orden de magnitud será una unidad más grande que la potencia de 10 en la notación científica.

Ejemplo 1

La estatura típica de una persona oscila entre 1.5 y 2 m aproximadamente. El orden de magnitud de la estatura típica de una persona es de 10^0 m = 1 m.

Ejemplo 2

La masa de la Tierra es de $6\times10^{24}\ kg$ aproximadamente. El orden de magnitud de la masa de la Tierra es de $10^{25}\ kg$.

7. ERRORES EN LAS MEDIDAS

Todo proceso de medida lleva implícito una incertidumbre, puesto que es imposible conocer con precisión absoluta cualquier magnitud. La diferencia entre el valor medido y el valor verdadero es el **error** de medida. Como es imposible conocer el valor exacto del error (de otra manera, dejaría de ser un error!), nos tenemos que conformar con estimar su valor, y esa estimación será la **incertidumbre** de la medida.

Tipos de errores

- **Errores de precisión:** Debido a la resolución del aparato de medida (ε_p)
- **Errores sistemáticos:** Debidos a un mal funcionamiento o a una mala calibración del aparato de medida. Desvían el valor de la medida siempre en la misma cantidad. Una vez conocido su origen, deben ser eliminados.
- **Errores accidentales o estadísticos:** Son inevitables y están presentes en todo experimento (ε_a).

Modo de expresar los resultados: $x = (x_m \pm \Delta x)$ [unidades]

8. MEDIDAS DIRECTAS

Son las que se obtienen directamente de un aparato de medida.

Error cometido al realizar una sola medida de una magnitud: El único error que cabe en este caso es el error de precisión del aparato utilizado $\Delta x = \varepsilon_p$. Para determinar ε_p se distinguen dos casos, según el aparato de medida sea analógico o digital:

- Analógico: $\varepsilon_p =$ división más pequeña $\times \frac{1}{2}$

- Digital: $\varepsilon_p =$ mínima magnitud medible

Error cometido al realizar n medidas de una magnitud: En general, es poco fiable realizar una única medida. Se deben realizar n medidas y tomar como mejor aproximación al valor real el valor medio de todas ellas: $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$. El error cometido al aproximar el valor verdadero por la media $\bar{x}$ es el error accidental: $\varepsilon_a = \frac{\sigma_n}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$, siendo $\sigma_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}}$ la desviación estándar de la serie de medidas.

Para estimar el error final Δx de nuestra medida, usaremos el máximo entre ε_p y ε_a: $\Delta x = \text{máx}(\varepsilon_p, \varepsilon_a)$.

8. MEDIDAS DIRECTAS

Ejercicio

Se ha realizado, con un calibre, 5 medidas de la longitud L de una barra. La precisión del calibre es $\varepsilon_p = 0.02$ mm. Los resultados son los siguientes:

$$x_1 = 11.36 \text{ mm}$$
$$x_2 = 11.42 \text{ mm}$$
$$x_3 = 11.42 \text{ mm}$$
$$x_4 = 11.38 \text{ mm}$$
$$x_5 = 11.38 \text{ mm}$$

Hallar la mejor aproximación posible al valor verdadero de L y estimar el error cometido.

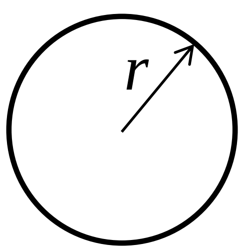
9. CIFRAS SIGNIFICATIVAS: REDONDEO

Las cifras significativas de una cantidad son todos los dígitos cuyo valor se conoce con seguridad, más uno o dos dígitos sujetos a incertidumbre (exceptuando los ceros al ser utilizados para especificar la parte decimal). Por tanto, informan acerca de la incertidumbre de una cantidad.

A veces surgen ambigüedades con los ceros, por lo que es aconsejable utilizar la notación científica.

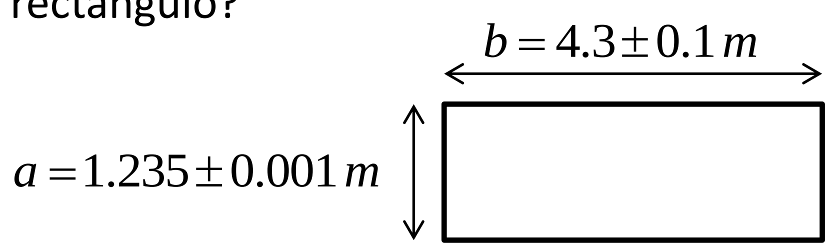
En multiplicaciones o divisiones, el número de **cifras significativas** del resultado no debe ser mayor que el menor número de cifras significativas de cualesquiera de los factores.

Ej: ¿Cuánto vale el área del círculo de radio $r = 5.0 \pm 0.1\ m$?



En sumas o restas, el número de **lugares decimales** en el resultado debe ser igual al número más pequeño de lugares decimales de cualquier término de la suma.

Ej: ¿Cuánto vale el perímetro del rectángulo?



9. CIFRAS SIGNIFICATIVAS: REDONDEO

A la hora de expresar el valor de una medida con su error se debe tener en cuenta las siguientes reglas:

1) El valor de la medida y del error deben expresarse en las mismas unidades.
2) En el error sólo debe emplearse una cifra distinta de cero. Se hará una excepción cuando la cifra más significativa distinta de cero sea 1 y la segunda cifra menor o igual que 5, en cuyo caso se mantendrá la cifra que sigue al 1 para expresar el error.

   Para llegar a estos resultados se redondeará siguiendo las siguientes reglas:

   a) Si la primera cifra que se suprime es mayor que 5, la última cifra conservada debe aumentarse en una unidad.

   b) Si la primera cifra que se suprime es menor que 5, la última cifra conservada no varía.

   c) Si la primera cifra que se suprime es igual a 5, pueden darse dos casos:

      - entre las siguientes cifras suprimidas, hay otras distintas de cero: en este caso, la última cifra conservada se aumenta en 1.

      - todas las cifras suprimidas, salvo el 5, son cero: en este caso, la última cifra conservada no varía.

   Estas reglas de redondeo se aplican tanto al valor del error como al de la medida.

3) El valor de la medida debe tener la misma precisión que el error.

9. CIFRAS SIGNIFICATIVAS: REDONDEO

Ejemplo

Redondear y escribir de acuerdo con los criterios anteriores las siguientes medidas y errores:

Error (m)	Error redondeado (m)	Medida (m)	Resultado final (m)
0.018		0.987	
0.068		25.8251	
0.072		25.825	
0.66		0.88	
0.52		12	
0.942		1.867	
0.987		26.97	
11.897		356.257	
26		364	
340		588.2	
370.86		25.62	

9. CIFRAS SIGNIFICATIVAS: REDONDEO

Ejercicio

Con una regla se ha medido la altura de una persona. El resultado obtenido es de 1.85 m, con una incertidumbre de 1 centímetro. ¿Cómo debería expresarse el resultado de la medición correctamente?

10. ERROR ABSOLUTO Y ERROR RELATIVO: ANÁLISIS DEL ERROR

Hasta ahora hemos estudiado únicamente el denominado error absoluto Δx. Para determinar si el error de la medida es grande o no en comparación con ésta, recurrimos al denominado error relativo:

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta x}{\bar{x}}$$

o expresado en %:

$$\varepsilon_r(\%) = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \times 100$$

Ejemplo

Supongamos que hemos medido la distancia de la Tierra al Sol, R_{TS}, y de Marte al Sol, R_{MS}, y que los resultados obtenidos son:

$$R_{TS} = (1.5 \pm 0.4) \times 10^{11}\ m$$

$$R_{MS} = (22.8 \pm 0.4) \times 10^{11}\ m$$

En ambos casos el error absoluto es el mismo: $0.4 \times 10^{11}\ m$. ¿Cuánto vale el error relativo en cada caso?

11. MEDIDAS INDIRECTAS

A menudo nos encontramos con magnitudes cuyo valor no puede ser medido en el laboratorio directamente con un aparato de medida, sino que deben determinarse indirectamente a partir de otras magnitudes medidas en el laboratorio. Se dice en estos casos que las **medidas** son **indirectas**. Un ejemplo de medida indirecta es la determinación del área de un rectángulo a partir de la medida en el laboratorio de las longitudes de sus lados. El error en este caso será función de los errores de las medidas directas que utilizamos para su cálculo. El método para calcular este error se conoce como **propagación de errores**.

Propagación de errores:

Supongamos que queremos calcular el valor de una magnitud y que es función de una serie de magnitudes $x_1, x_2, \dots, x_n$, cuyos valores se pueden obtener de manera directa en el laboratorio:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

En primer lugar se calcularán los correspondientes $\bar{x}_i \pm \Delta x_i$ tal y como se describió anteriormente. La mejor estimación de y será $\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$. Para estimar el error de $\bar{y}$ podemos usar la **regla de las derivadas parciales** o la **regla del neperiano**.

11. MEDIDAS INDIRECTAS

- Regla de las derivadas parciales:

Si suponemos que el error Δx_i de las variables x_i es suficientemente pequeño, puede demostrarse que el error $\Delta \bar{y}$ viene dado aproximadamente por:

$$\Delta \bar{y} = \left|\frac{\partial f}{\partial x_1}\right|_{\bar{x}_1} \Delta x_1 + \left|\frac{\partial f}{\partial x_2}\right|_{\bar{x}_2} \Delta x_2 + \cdots + \left|\frac{\partial f}{\partial x_n}\right|_{\bar{x}_n} \Delta x_n = \sum_{i=1}^{n} \left|\frac{\partial f}{\partial x_i}\right|_{\bar{x}_i} \Delta x_i$$

Ejemplo

Se ha medido el diámetro de una esfera con una precisión de $0.1\ mm$: $D = 2.3 \pm 0.1\ mm$.
1) Calcular el área de la esfera con su respectivo error ($A \pm \Delta A$).
2) Calcular el volumen de la esfera con sus respectivo error ($V \pm \Delta V$).

11. MEDIDAS INDIRECTAS

- Regla del neperiano:

La regla de las derivadas parciales es válida siempre. Sin embargo, cuando la función f solo tiene productos, divisiones o potencias (o una combinación de todas ellas), una forma alternativa de calcular el error de y es realizar los siguientes pasos:

1. Se determina el logaritmo neperiano de los dos miembros de la ecuación $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$:
$$\ln y = \ln f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$
2. Se toman diferenciales de ambos miembros de la ecuación anterior.
3. Se identifican los elementos diferenciales con los errores de las variables ($dy \longrightarrow \Delta y$, $dx_i \longrightarrow \Delta x_i$) y se sustituyen los valores correspondientes de y y x_i (ó $\bar{y}$ y $\bar{x}_i$) en la expresión final.

Ejemplo

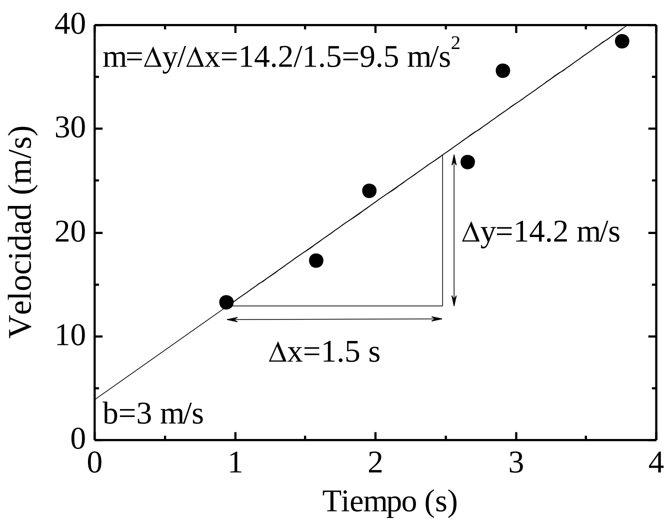
Se han medido los lados de un rectángulo obteniéndose los siguientes valores: $l_1 = 5.7 \pm 0.3\ mm$, $l_2 = 8.2 \pm 0.1\ mm$. Calcular el área del rectángulo con su error ($A \pm \Delta A$), utilizando la regla del neperiano.

12. LEYES FÍSICAS: ANÁLISIS DE LA DEPENDENCIA ENTRE VARIABLES

Las leyes físicas establecen la dependencia de unas variables con otras. Por ejemplo, la ley física $v(t) = v_0 + gt$ establece la dependencia entre la velocidad, $v(t)$, y el tiempo, t, para un objeto con velocidad inicial v_0 que cae bajo la aceleración de la gravedad g. Para verificar la validez de esta ley física, deberíamos medir la velocidad del móvil $v(t_i)$ en diferentes instantes temporales t_i y comprobar la citada validez. Si se cumple la ley física, podemos determinar el valor de los parámetros v_0 y g a partir de los valores experimentales. Esto se puede realizar con dos métodos diferentes:

- Método gráfico:

$$v(t) = v_0 + gt$$



$$y = mx + b$$

$$[m] = \frac{[y]}{[x]}$$

$$[b] = [y]$$

$$m = g = 9.5\ m/s^2$$

$$b = v_0 = 3\ m/s$$

tiempo (s)	Velocidad (m/s)
0.94	13.21
1.58	17.23
1.96	23.99
2.66	26.74
2.91	35.57
3.76	38.43

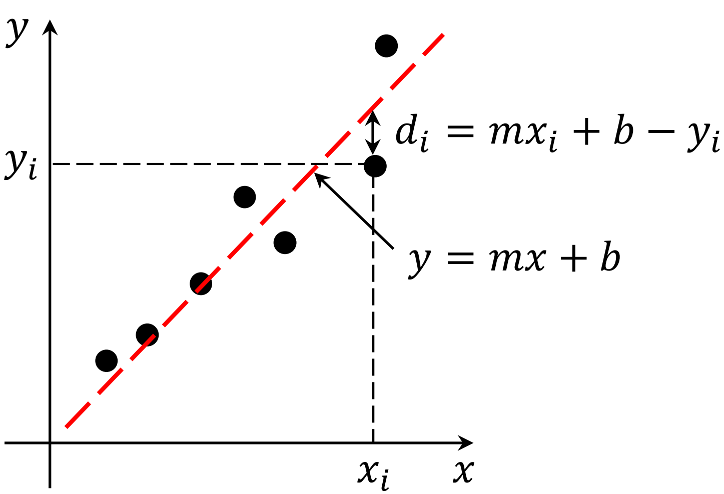
12. LEYES FÍSICAS: ANÁLISIS DE LA DEPENDENCIA ENTRE VARIABLES

- Método de Mínimos Cuadrados:

El método gráfico es sencillo pero poco riguroso. Un método de fácil utilización es el llamado **método de mínimos cuadrados**.

Sea la ecuación de la recta $y = mx + b$. El método de mínimos cuadrados da como mejor estimación de los parámetros m (pendiente de la recta) y b (ordenada en el origen) aquéllos que minimizan la suma de los cuadrados de las distancias de los puntos experimentales a la recta. Así, si los puntos experimentales son $(x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$, el mejor ajuste será para los valores de m y b que cumplan:

$$\sum (mx_i + b - y_i)^2 = \text{mínimo}$$



Se demuestra que el par de valores de m y b que cumplen esta condición son:

$$m = \frac{\sum y_i \sum x_i - n \sum x_i y_i}{(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2} \qquad b = \frac{\sum x_i \sum x_i y_i - \sum y_i \sum x_i^2}{(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2}$$

$$\Delta m = \sqrt{\frac{n\sigma^2}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}} \qquad \Delta b = \sqrt{\frac{\sigma^2 \sum x_i^2}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}}$$

Donde se supone que $\Delta x_i = 0, \forall\, x_i$, y $\Delta y_i = \sigma, \forall\, y_i$. Si los errores σ_{y_i} no son iguales $\forall\, y_i$ utilizaremos la aproximación $\sigma = \bar{\sigma}_y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \Delta y_i$.

12. LEYES FÍSICAS: ANÁLISIS DE LA DEPENDENCIA ENTRE VARIABLES

Ejemplo

Aplicar el método de Mínimos Cuadrados al ejemplo del apartado anterior para obtener la velocidad inicial v_0 y la aceleración de la gravedad g, sabiendo que $v(t) = v_0 + gt$.

tiempo (s)	Velocidad (m/s)
0.94	13.21
1.58	17.23
1.96	23.99
2.66	26.74
2.91	35.57
3.76	38.43

12. LEYES FÍSICAS: ANÁLISIS DE LA DEPENDENCIA ENTRE VARIABLES

- Linealización de ecuaciones:

El método gráfico y el método de mínimos cuadrados sólo se pueden aplicar cuando la relación entre dos variables es lineal, pero existen muchos casos en los que la ley física viene descrita por una relación no lineal, por ejemplo, la relación entre el espacio recorrido por un móvil y el tiempo en un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado:

$$s(t) = \frac{1}{2}at^2$$

En estos casos se puede linealizar para que tenga la forma de un recta $y = mx + b$. Existen dos métodos:

- Cambio de variable: $t^2 \longrightarrow x,\ s \longrightarrow y$, quedando la ecuación $y = \frac{1}{2}ax$, que comparando con la ecuación de una recta nos queda: $m = \frac{1}{2}a,\ b = 0$ y despejando obtenemos el valor de a: $a = 2m$.

- Uso de logaritmos: Consiste en tomar logaritmos en la expresión matemática y utilizar las propiedades de éstos para linealizar la expresión: $\log(s) = \log\left(\frac{1}{2}at^2\right) \Longrightarrow \log(s) = \log\left(\frac{1}{2}a\right) + 2\log(t)$. Realizando el cambio de variable: $\log(s) \longrightarrow y,\ \log(t) \longrightarrow x$, obtenemos la ecuación: $y = \log\left(\frac{1}{2}a\right) + 2x$, y por tanto, $m = 2,\ b = \log\left(\frac{1}{2}a\right)$.

13. GRÁFICAS

- Normas generales:

A continuación se enumera una serie de normas a la hora de dibujar una gráfica:

1) Los puntos experimentales (x_i, y_i) deben ser claramente visibles.
2) Las escalas deben elegirse de forma que los puntos queden lo más espaciados posible.
3) Los ejes deben marcarse a intervalos regulares.
4) Al representar los puntos experimentales, deben representarse también sus errores $(\Delta x_i, \Delta y_i)$.
5) Deben figurar las magnitudes físicas representadas, así como sus unidades, en cada eje.
6) Si los puntos experimentales se ajustan con una cierta curva, se debe trazar ésta de forma **continua**, no poligonal.
7) En el caso de que los puntos experimentales hayan sido ajustados a una recta por mínimos cuadrados, se debe dibujar la recta junto con los puntos experimentales.

13. GRÁFICAS

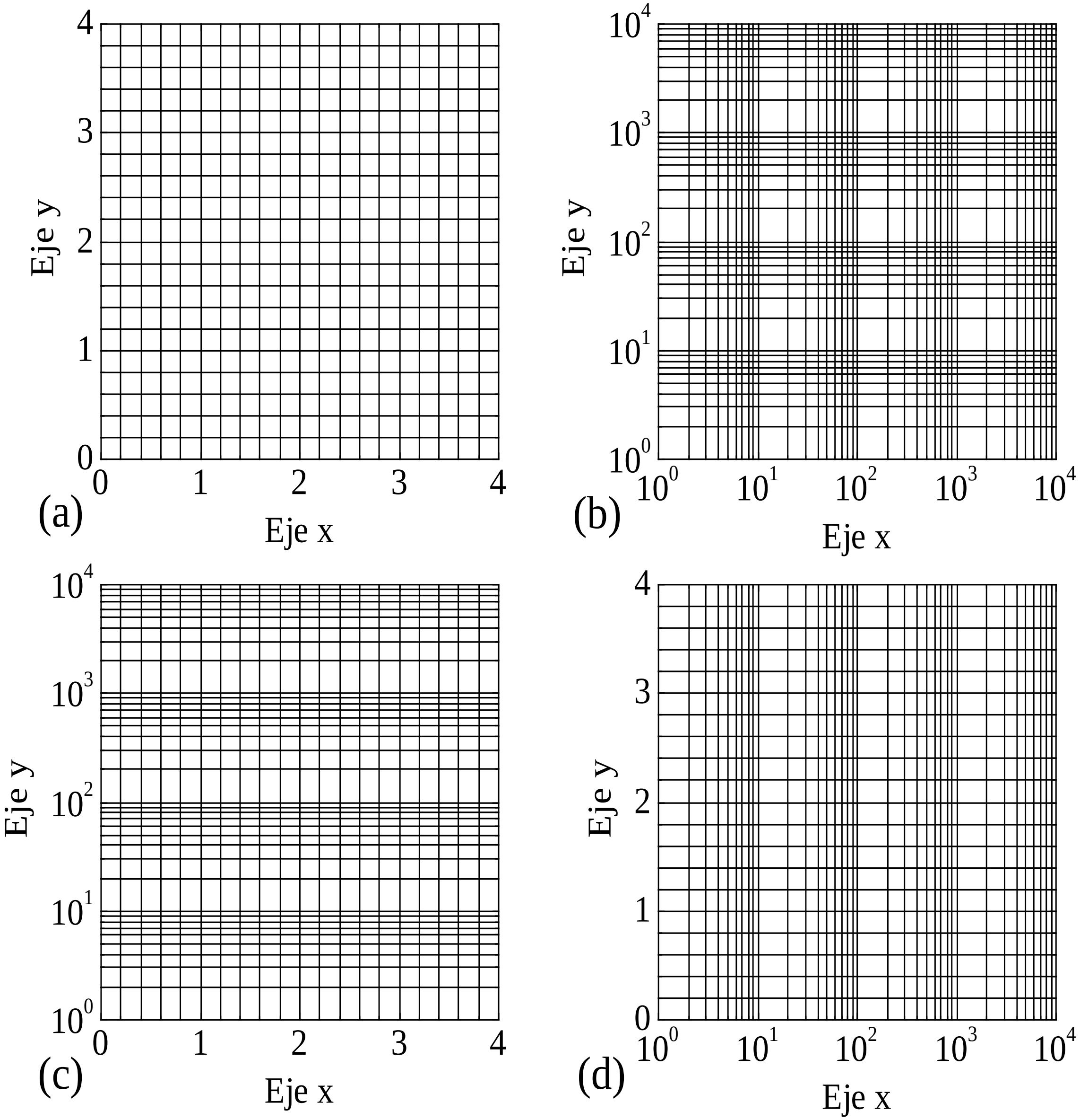
- Papeles milimetrado, logarítmico y semilogarítmico:

1) Papel milimetrado: Las distancias entre puntos en un papel milimetrado es proporcional a la diferencia entre los valores. Por ejemplo, si se representan en el eje x los valores $x_1 = 1$, $x_2 = 10$ y $x_3 = 100$ mediante los puntos P_1, P_2 y P_3, la distancia entre P_1 y P_2 será proporcional a $x_2 - x_1 = 10 - 1 = 9$, mientras que la distancia entre los puntos P_2 y P_3 será proporcional a $x_3 - x_2 = 100 - 10 = 90$.

2) Papel logarítmico: Las distancias entre puntos en un papel logarítmico es proporcional a la diferencia entre los logaritmos de los valores. En este caso, la distancia entre los puntos P_1 y P_2 en un eje logarítmico será proporcional a $\log(x_2) - \log(x_1) \ = 1 - 0 = 1$, y la distancia entre los puntos P_2 y P_3 será proporcional a $\log(x_3) - \log(x_2) \ = 2 - 1 = 1$. De este modo, es el propio papel el que realiza la transformación a logaritmos.

3) Papel semilogarítmico: Este tipo de papel se caracteriza porque uno de sus ejes está en escala decimal y el otro en escala logarítmica. Representar $\log(y)$ frente a $\log(x)$ en papel decimal equivale a representar y en función de x en papel logarítmico. Análogamente, una representación de $\log(y)$ frente a x equivale a representar y en función de x en papel semilogarítmico (correspondiendo a la y a la escala logarítmica).

13. GRÁFICAS



(a) Papel milimetrado.

(b) Papel logarítmico.

(c) Papel semilogarítmico (logarítmico eje y, decimal eje x).

(d) Papel semilogarítmico (decimal eje y, logarítmico eje x).