Conservación de la energía mecánica
Segunda ley de Newton

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2} m \mathrm{d} v^2 &= (mg \sin\alpha - f)\mathrm{d}x \,, \\
\frac{1}{2} I \mathrm{d} \omega^2 &= f R \mathrm{d}\theta \,. \\
\frac{1}{2} m \mathrm{d} v^2 + \frac{1}{2} I \mathrm{d} \omega^2 &= mg \sin\alpha \mathrm{d}x \,.
\end{aligned}
$$

La suma de la energía cinética de traslación del centro de masas del disco, más su energía cinética de traslación, más la energía potencial de gravitatoria de interacción con la Tierra, se conserva. La energía mecánica se conserva

Conservación de la energía mecánica

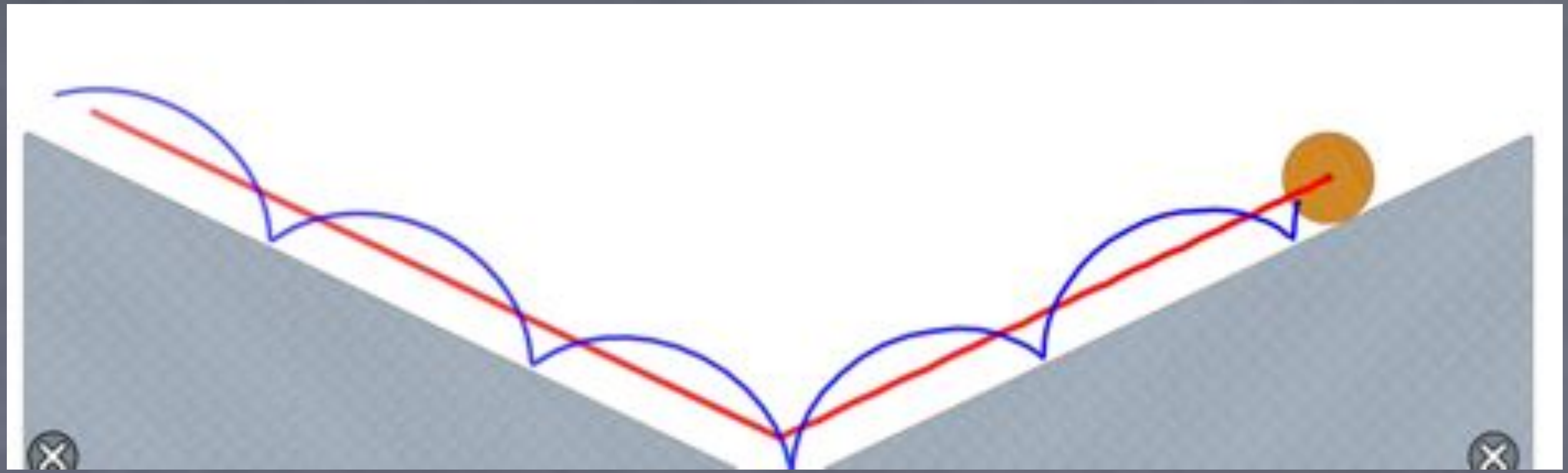
$$\mathrm{d}[\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + mg(L-x)\sin\alpha] = 0$$

$$H(x,v;\theta,\omega) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + mg(L-x)\sin\alpha$$

$$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} = 0$$

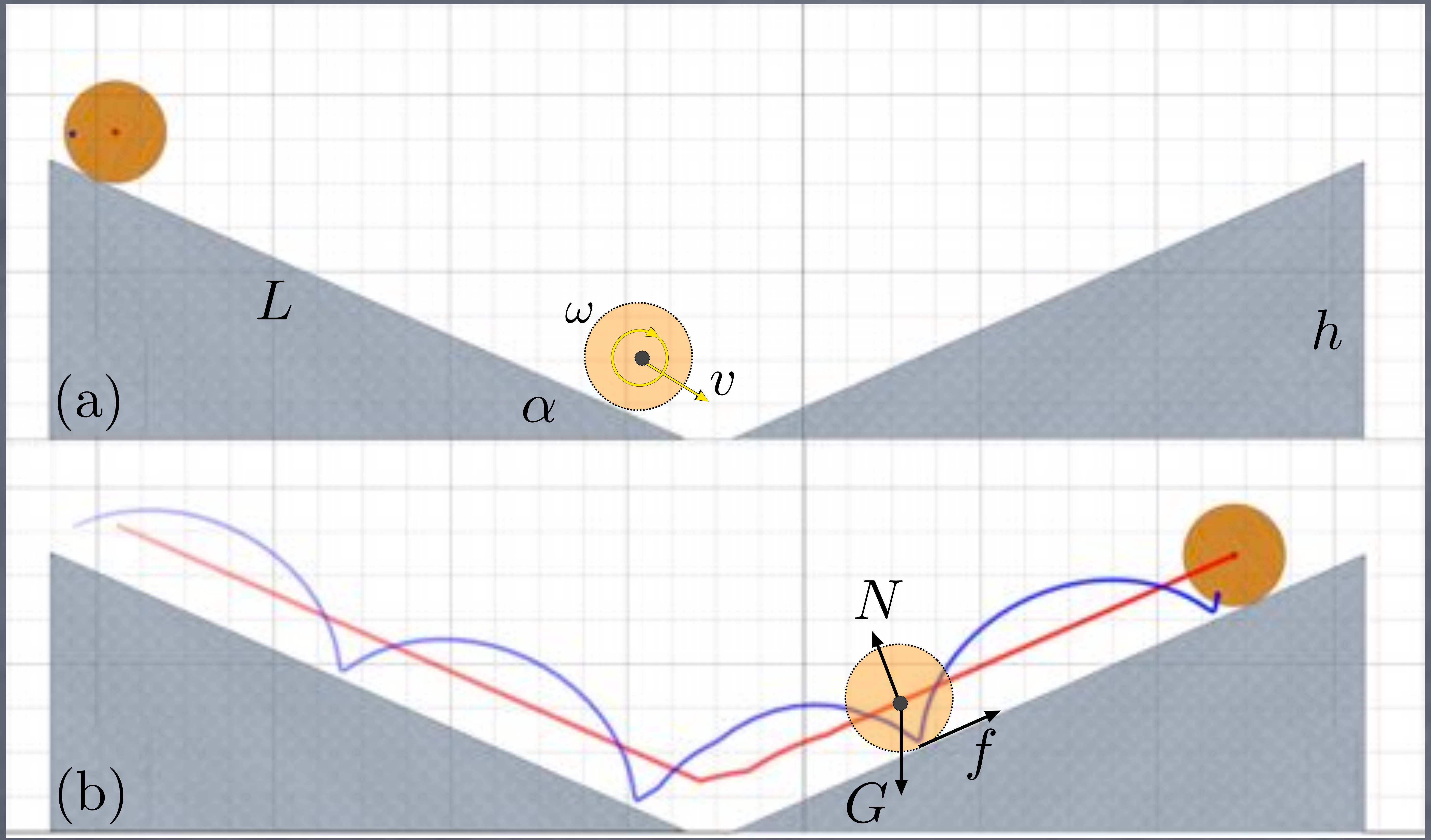
La energía mecánica se conserva a lo largo de este proceso.

Conservación de energía mecánica



El disco desciende por un plano inclinado con ángulo de inclinación y coeficiente de rozamiento tales que el mismo desciende sin deslizar, cumpliendo la condición de rodadura, evolucionando con conservación de la energía mecánica, por lo que la suma de su energía cinética de traslación, más su energía cinética de rotación, más la energía potencial gravitatoria de su interacción con la Tierra se conserva en todo momento.
El proceso es reversible y el disco ascenderá por el plano inclinado del mismo modo que desciende por él.

Conservación de la energía mecánica



$$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} = 0$$

La energía mecánica se conserva a lo largo de este proceso.

Conservación de la energía mecánica
Primer principio de la termodinámica

$$\mathrm{d}K_{\mathrm{cm}} + \mathrm{d}U = \delta W + \delta Q$$

$$\frac{1}{2} m \mathrm{d}v^2 + \frac{1}{2} I \mathrm{d}\omega^2 = mg \sin\alpha \mathrm{d}x + \delta Q$$

$$\frac{\delta Q}{\mathrm{d}t} = 0$$

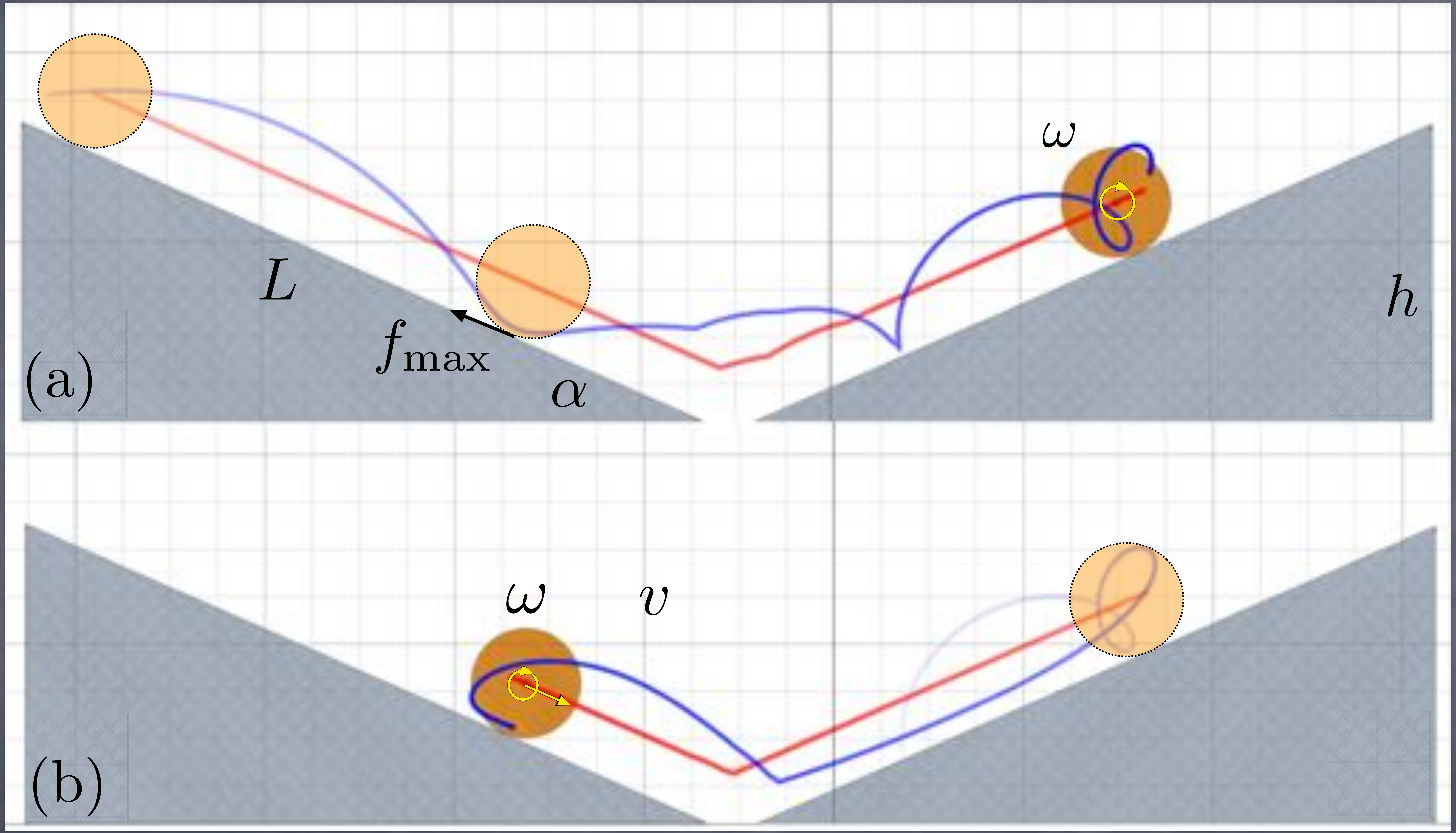
$$\mathrm{d}S_{\mathrm{U}} = -\delta Q/T = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} = \frac{\delta Q}{\mathrm{d}t} = 0$$

Disipación de energía mecánica

Mínimo de la energía potencial

Disipación de energía mecánica



$$\mu < \frac{1}{3}\mathrm{tg}\alpha$$

Disipación de energía mecánica

Función de disipación de Rayleigh

$$\mathcal{F}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{max}}(x,\theta) = -f_{\mathrm{max}}x + f_{\mathrm{max}}R\theta \neq 0$$

Ecuaciones de Euler-Lagrange-Rayleigh

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L(x,v;\theta,\omega)}{\partial v} - \frac{\partial L(x,v;\theta,\omega)}{\partial x} = \frac{\partial \mathcal{F}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{max}}(x,\theta)}{\partial x},$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L(x,v;\theta,\omega)}{\partial \omega} - \frac{\partial L(x,v;\theta,\omega)}{\partial \theta} = \frac{\partial \mathcal{F}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{max}}(x,\theta)}{\partial \theta}$$

Leyes de Newton

$$
\begin{aligned}
m\mathrm{d}v - mg\sin\alpha\mathrm{d}t &= -\mu mg\cos\alpha\mathrm{d}t\,, \\
I\mathrm{d}\omega &= \mu mg\cos\alpha R\mathrm{d}t\,.
\end{aligned}
$$

Ecuaciones del pseudotrabajo

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2}m\mathrm{d}v^2 &= (mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha)\mathrm{d}x\,, \\
\frac{1}{2}I\mathrm{d}\omega^2 &= \mu mg\cos\alpha R\mathrm{d}\theta\,. \\
\frac{1}{2}m\mathrm{d}v^2 + \frac{1}{2}I\mathrm{d}\omega^2 &= mg\sin\alpha\mathrm{d}x - \mu mg\cos\alpha(\mathrm{d}x - R\mathrm{d}\theta)\,.
\end{aligned}
$$

Disipación de energía mecánica

$$\mathrm{d}[\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + mg(L-x)\sin\alpha] = -\mu mg\cos\alpha(\mathrm{d}x - R\mathrm{d}\theta)$$

$$H(x,v;\theta,\omega) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + mg(L-x)\sin\alpha$$

El valor del hamiltoniano no se conserva a lo largo del proceso

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} = -\mu mg\cos\alpha(v - R\omega) < 0}$$

Disipación de energía mecánica
Primer principio de la termodinámica

$$\frac{1}{2}m\mathrm{d}v^2 + \frac{1}{2}I\mathrm{d}\omega^2 = mg\sin\alpha\,\mathrm{d}x + \delta Q$$

$$\frac{\delta Q}{\mathrm{d}t} = -\mu mg\cos\alpha(v - R\omega) < 0$$

$$\frac{\mathrm{d}S_{\mathrm{U}}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu mg\cos\alpha(v - R\omega)}{T} > 0$$

Disipación de energía mecánica

Principio de evolución máxima entropía

$$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} = -T\frac{\mathrm{d}S_{\mathrm{U}}}{\mathrm{d}t}$$

El sistema evoluciona aumentando la entropía del universo hasta un máximo compatible con las ligaduras.

Principio de evolución mínima energía potencial

El sistema evoluciona eliminando energía cinética y alcanzando el mínimo de energía potencial compatible con las ligaduras.

Disipación de energía mecánica

Principio de evolución máxima entropía

$$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} = -T\frac{\mathrm{d}S_{\mathrm{U}}}{\mathrm{d}t} < 0$$

Ley de Murphy

Disipación de energía mecánica

El disco desciende por el plano inclinado, pero sin cumplir la condición de rodadura. A lo largo del proceso, cuando el disco se encuentre en movimiento, se va a disipar energía cinética, en forma de calor intercambiado con el foco térmico externo, a la vez que disminuye su energía potencial gravitatoria. El cuerpo termina en reposo y en el mínimo de energía potencial compatible con las condiciones del proceso, que evoluciona aumentando la entropía del universo, alcanzando ésta un máximo compatible con las condiciones del mismo, lo que lo convierte en irreversible. Se trata de un principio de necesidad: en presencia de una fuerza disipativa es inevitable que durante el proceso se elimine la máxima energía mecánica posible.

Disipación de energía mecánica

Producción de energía mecánica

Un disco, que lleva unidos dos cartuchos donde se producen reacciones químicas, asciende por un plano inclinado cumpliendo la condición de rodadura.

Producción de energía mecánica

$$H(x, v; \theta, \omega) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + mgx\sin\alpha$$

$$L(x, v; \theta, \omega) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 - mgx\sin\alpha$$

La energía interna química no entra ni en el hamiltoniano ni en el lagrangiano.

Producción de energía mecánica

Función de producción de energía mecánica

$$\mathcal{F}_{\mathrm{R}}(x,\theta) = 2Fr\theta + fx - fR\theta$$

Ecuaciónes Euler-Lagrange. Ecuaciones de Newton

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L(x,v;\theta,\omega)}{\partial v} - \frac{\partial L(x,v;\theta,\omega)}{\partial x} = \frac{\partial \mathcal{F}_{\mathrm{R}}(x,\theta)}{\partial x}$$

$$\rightarrow \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} mv + mg\sin\alpha = f$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L(x,v;\theta,\omega)}{\partial \omega} - \frac{\partial L(x,v;\theta,\omega)}{\partial \theta} = \frac{\partial \mathcal{F}_{\mathrm{R}}(x,\theta)}{\partial \theta}$$

$$\rightarrow \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} I\omega = 2Fr - fR$$

Producción de energía mecánica

$$\begin{aligned} m\mathrm{d}v &= (f - mg\sin\alpha)\mathrm{d}t\,, \\ I\mathrm{d}\omega &= (2Fr - fR)\mathrm{d}t\,. \end{aligned}$$

Fuerza que debe aplicar el plano inclinado sobre el disco.

$$f = \frac{4}{3}F\frac{r}{R} + \frac{1}{3}mg\sin\alpha$$

$$\begin{aligned} m\mathrm{d}v &= (\frac{4}{3}F\frac{r}{R} - \frac{2}{3}mg\sin\alpha)\mathrm{d}t\,, \\ I\mathrm{d}\omega &= (\frac{2}{3}Fr - \frac{1}{3}Rmg\sin\alpha)\mathrm{d}t\,. \end{aligned}$$

Producción de energía mecánica

$$\frac{1}{2}m\mathrm{d}v^2 = (\frac{4}{3}F\frac{r}{R} - \frac{2}{3}mg\sin\alpha)\mathrm{d}x\,,$$
$$\frac{1}{2}I\mathrm{d}\omega^2 = (\frac{2}{3}Fr - \frac{1}{3}Rmg\sin\alpha)\mathrm{d}\theta\,.$$

Condición de rodadura

$$\mathrm{d}v = R\mathrm{d}\omega$$
$$\mathrm{d}x = R\mathrm{d}\theta$$

$$\frac{1}{2}m\mathrm{d}v^2 + \frac{1}{2}I\mathrm{d}\omega^2 + mg\sin\alpha\mathrm{d}x = 2Fr\mathrm{d}\theta$$

$$\frac{1}{2}m\mathrm{d}v^2 + \frac{1}{2}I\mathrm{d}\omega^2 + mg\sin\alpha\,\mathrm{d}x = 2Fr\mathrm{d}\theta$$

$$H(x, v; \theta, \omega) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + mgx\sin\alpha$$

Producción de energía mecánica

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} = 2Fr\omega > 0}$$

El valor del hamiltoniano no se conserva a lo largo del proceso. El valor del hamiltoniano aumenta a lo largo del proceso. Se produce energía mecánica a lo largo del proceso.

Producción de energía mecánica
Primer Principio de la termodinámica

$$\frac{1}{2}m\mathrm{d}v^2 + \frac{1}{2}I\mathrm{d}\omega^2 - \mathrm{d}U_\xi = -mg\sin\alpha\mathrm{d}x - P\mathrm{d}V_\xi + T\mathrm{d}S_\xi$$

Ecuación de la energía

$$\frac{1}{2}m\mathrm{d}v^2 + \frac{1}{2}I\mathrm{d}\omega^2 + mg\sin\alpha\mathrm{d}x = -\mathrm{d}G_\xi$$

$$\mathrm{d}G_\xi = \mathrm{d}U_\xi + P\mathrm{d}V_\xi - T\mathrm{d}S_\xi$$

Producción de energía mecánica

Principio de evolución del mínimo de la función de Gibbs

$$-\frac{\mathrm{d}G_\xi}{\mathrm{d}t} = 2Fr\omega$$

Ecuación para la producción de energía mecánica a partir de una reacción química

$$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}G_\xi}{\mathrm{d}t} > 0$$

Producción de energía mecánica

Principio de evolución del mínimo de la función de Gibbs

$$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}G_\xi}{\mathrm{d}t} > 0$$

Ley Anti-Murphy

Producción de energía mecánica

El proceso evoluciona convirtiendo en trabajo, y posteriormente, en energías mecánicas -- de traslación, de rotación y potencial gravitatoria -- la disminución de la función de Gibbs de las reacciones químicas producidas. Es éste un principio de potencialidad:
si el dispositivo se prepara para que, en efecto, la energía mecánica total obtenida sea igual a la disminución de la función de Gibbs de las reacciones químicas, todo el proceso tendrá lugar con variación nula de la entropía del universo y será reversible; pero si se obtiene menos energía mecánica que la máxima posible, entonces el proceso habrá tenido lugar con aumento de la entropía del universo y el proceso será, al menos, en parte, irreversible. de evolución del mínimo de la función de Gibbs

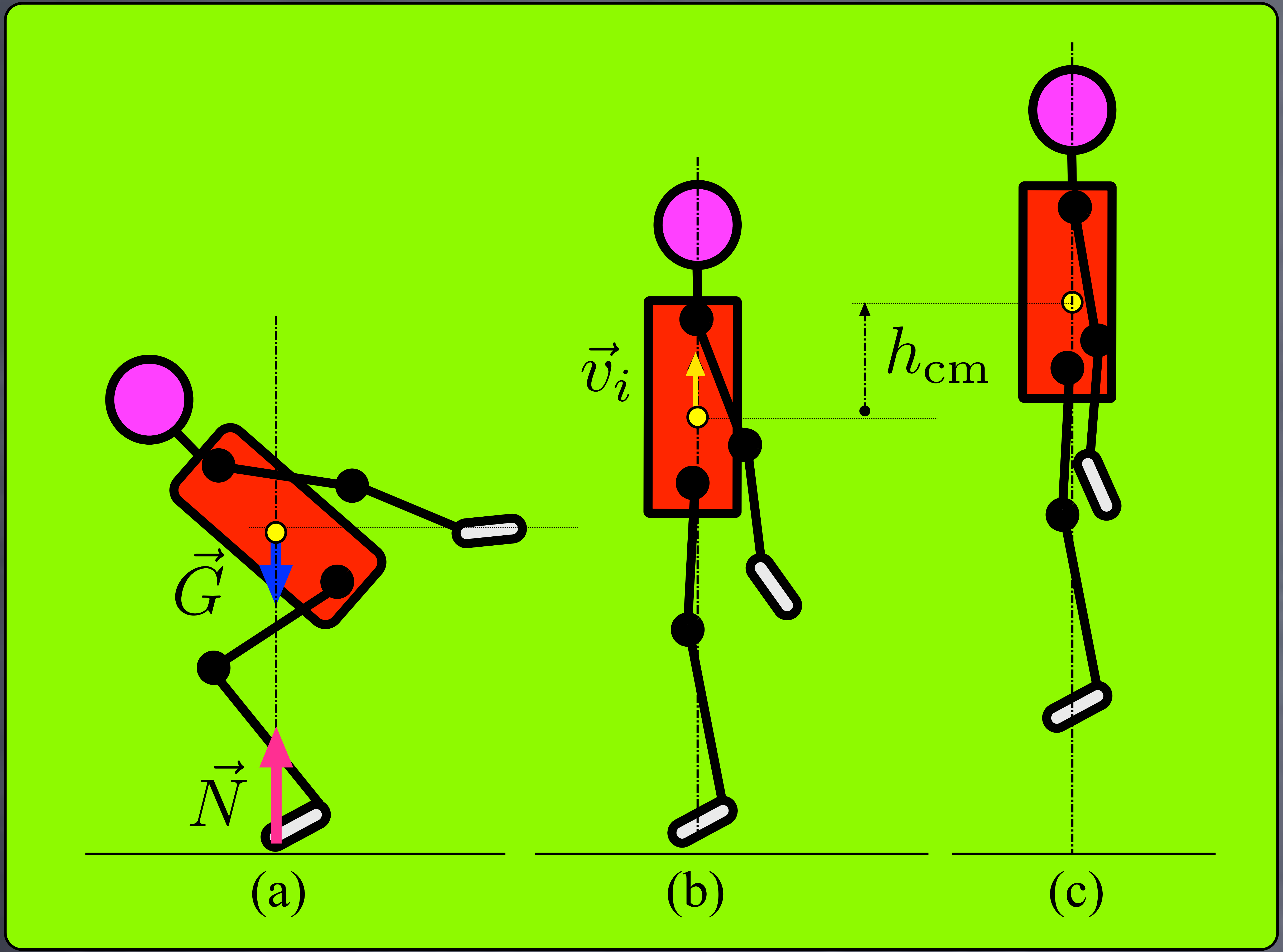
Hidrocarburo más oxígeno

$$N_{\mathrm{A}}\left[\mathrm{C_8H_{18}}+\frac{25}{2}\mathrm{O_2}\rightarrow 8\mathrm{CO_2}+9\mathrm{H_2O}\right]+\Delta H_\xi$$

$$-\Delta G_\xi=\frac{1}{2}mv_{\mathrm{cm}}^2+\frac{1}{2}I_{\mathrm{r}}\omega^2$$

Al quemar octano con oxígeno, se produce una disminución de la función de Gibbs. El proceso se puede utilizar para mover un motor de combustión interna.

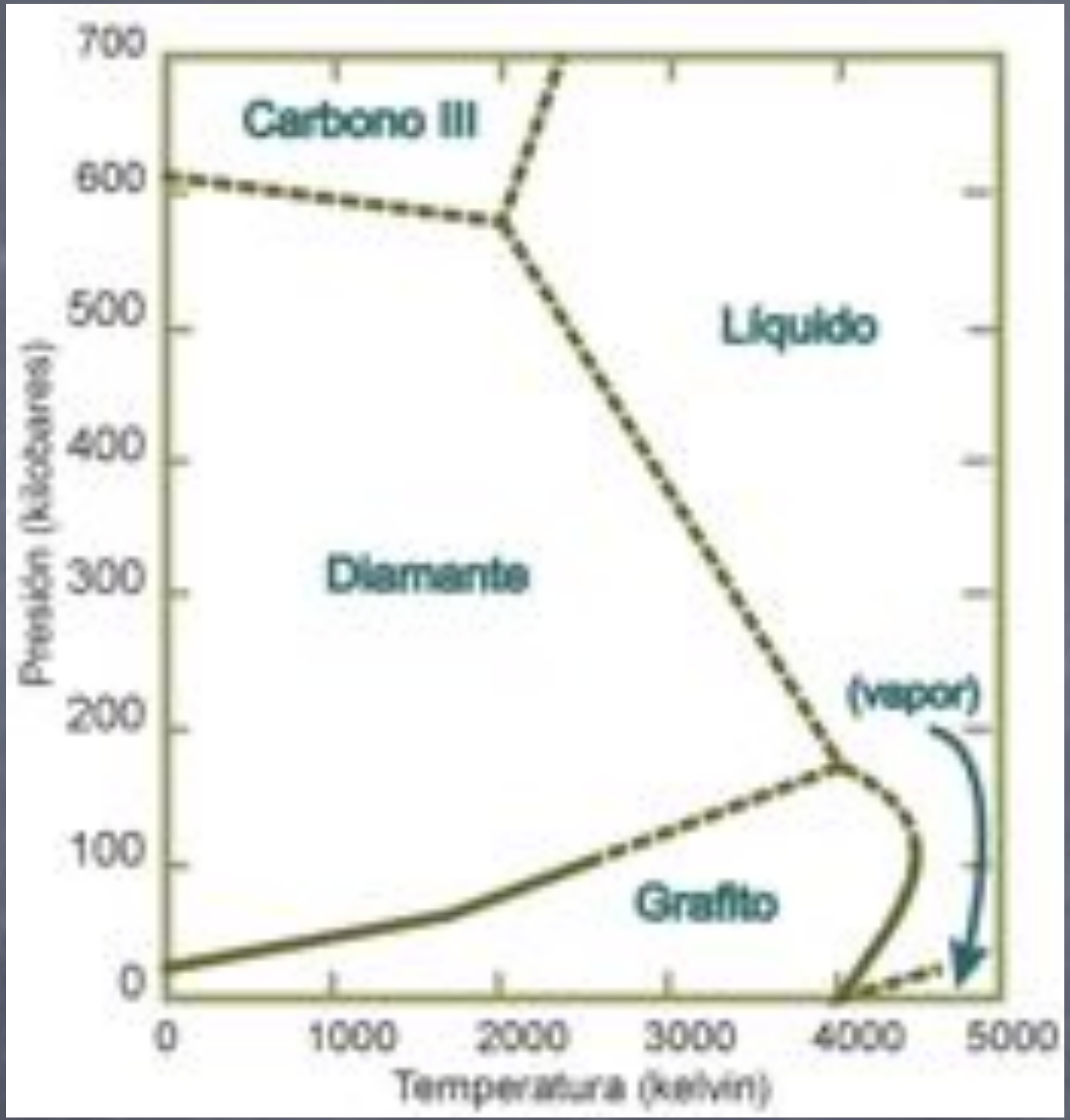
Persona que da un salto



$$-\Delta G_\xi = \frac{1}{2} m v_{\rm cm}^2 + m g h_{\rm cm}$$

Es la disminución de la función de Gibbs de las reacciones químicas que tienen lugar en los músculos de la persona la que proporciona la energía libre que luego se transforma en energía cinética y en energía potencial.

Diagrama de fases del carbono



El grafito es la forma cristalina más estable a bajas temperaturas. El paso de diamante a grafito es espontáneo, con disminución de la función de Gibbs. Se puede obtener trabajo transformando diamantes surafricanos en mina de lápices. ¡Aprovechad la oportunidad!

FIN

Ideas que dan forma a la física

Hay procesos que son irreversibles

(Aprovechar las oportunidades)

Prof. J Güémez
Departamento de Física Aplicada
Universidad de Cantabria

Santander, enero 2019