Ideas que dan forma a la física

Las leyes de la física son independientes del referencial

(Teoría especial de la relatividad)

Prof. J Güémez
Departamento de Física Aplicada
Universidad de Cantabria

Santander, enero 2019

Relatividad.
Las leyes físicas no dependen del referencial.

Durante mucho tiempo se pensó que ciertas leyes de la física sólo eran válidas en determinados sistemas de referencia. Por ejemplo, las ecuaciones de Maxwell y el sistema de referencia del éter luminífero. Sin embargo, la teoría especial de la relatividad de Einstein, desarrollada mediante el formalismo de cuadrivectores de Minkowski, y la transformación de Lorentz, han permitido dotar de contenido al principio de relatividad, desarrollando la idea de que las leyes de la física tienen la misma forma funcional en todos los sistemas de referencia inerciales, ninguno de los cuales es privilegiado.

Principio de relatividad

Principio de relatividad de Galileo

Transformación de Galileo

Asimetrías

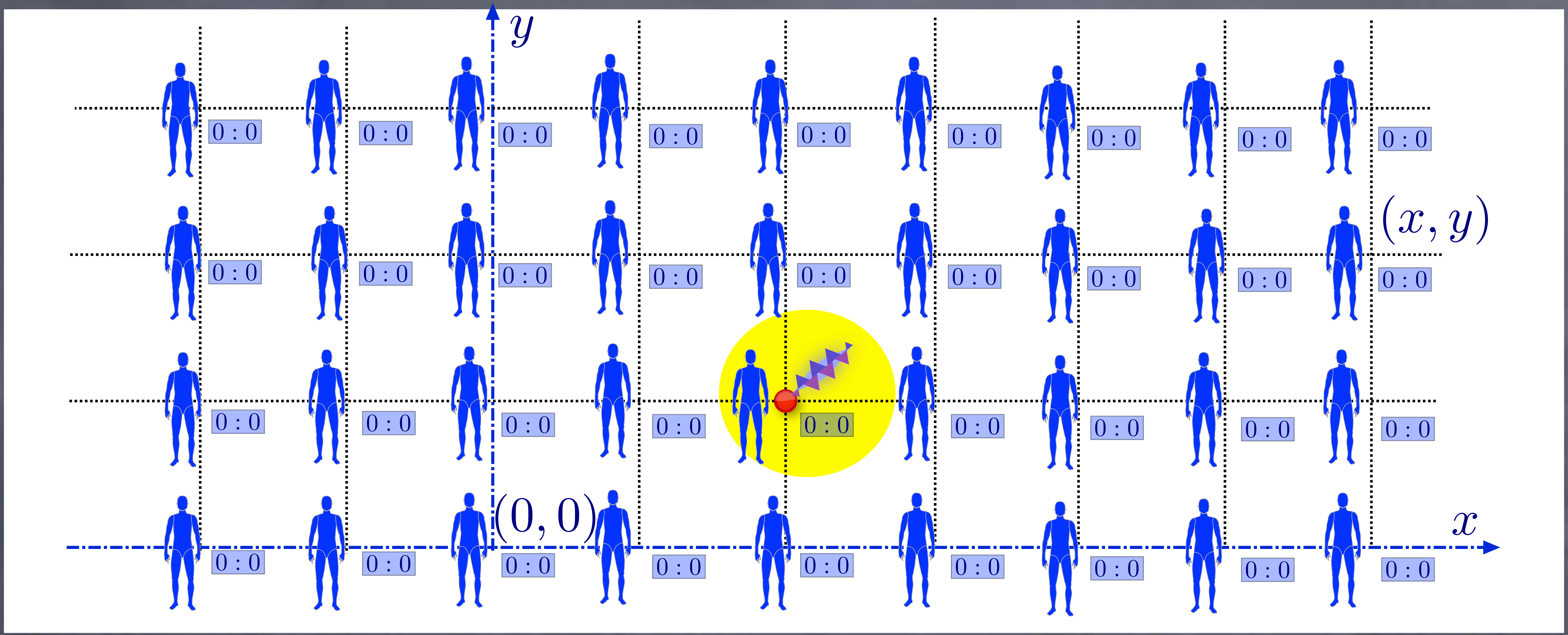
Principio de relatividad de Einstein

Principio de inercia de la energía de Einstein

Cuadrivectores de Minkowski

Transformación de Lorentz

¿Qué es un sistema de referencia inercial?



Un SR es una red [tridimensional], en cada punto de la cual se encuentra un observador (un laboratorio) capaz de registrar el tiempo en que sucede un evento.

Los relojes de todos los observadores están sincronizados.

En un SR inercial se cumplen las leyes de Newton.

Una vez anotados los eventos de un proceso, posteriormente, todos los observadores se reunen e intercambian la información obtenida, que intentarán expresar en forma de ecuaciones.

¿Qué significa otro referencial inercial?

En el instante 0:0, los orígenes de los referenciales S y S' coinciden.

El observador en S' va a apuntar en sus propias coordenadas eventos del experimento que se está realizando en el sistema de referencia S.

Transformaciones de Galileo entre referenciales

$$\mathrm{S} \Rightarrow \bar{\mathrm{S}}$$

Transformación de la velocidad

$$\bar{v} = v - V$$

Transformación del espacio

$$\bar{x} = x - Vt$$

El espacio es relativo

Transformación del tiempo

$$\bar{t} = t$$

El tiempo es absoluto

Transformaciones de Galileo entre referenciales

$$\bar{\mathrm{S}} \Rightarrow \mathrm{S}$$

Transformaciones inversas

$$\boxed{v = \bar{v} + V}$$

$$x = \bar{x} + V\bar{t}$$

$$t = \bar{t}$$

No hay una velocidad máxima

Colisiones elásticas

Colisiones elásticas

Principio de conservación del momento lineal

$$\sum_i \vec{p}_i = \sum_j \vec{p}_j$$

Principio de conservación de la energía cinética

$$\sum_i K_i = \sum_j K_j$$

Capacidad de predicción, capacidad de explicación

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$$

Principio de relatividad de Galileo

Las ecuaciones deben tener la misma forma funcional en todos los referenciales.

Ecuaciones en el referencial S

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$$

Ecuaciones en el referencial $\bar{\mathrm{S}}$

$$m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2 = m_1 \bar{u}_1 + m_2 \bar{u}_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 \bar{v}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \bar{v}_2^2 = \frac{1}{2} m_1 \bar{u}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \bar{u}_2^2$$

Colisiones elásticas. Principio de relatividad

¿En qué sentido son equivalentes las ecuaciones en dos sistemas de referencia diferentes.

$$m_1\bar{v}_1 + m_2\bar{v}_2 = m_1\bar{u}_1 + m_2\bar{u}_2$$

Cambio del sistema de referencia

$$\bar{v} = v - V$$

$$m_1(v_1 - V) + m_2(v_2 - V) = m_1(u_1 - V) + m_2(u_2 - V)$$

$$\downarrow$$

$$m_1 v + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$+$$

$$-V(m_1 + m_2 = m_1 + m_2)$$

Combinación lineal de ecuaciones en S

Colisiones elásticas. Principio de relatividad

$$m_1\bar{v}_1 + m_2\bar{v}_2 = m_1\bar{u}_1 + m_2\bar{u}_2$$

$$m_1(v_1 - V) + m_2(v_2 - V) = m_1(u_1 - V) + m_2(u_2 - V)$$

Colisiones elásticas. Principio de relatividad

Conservación del momento lineal

$$m_1(v_1 - V) + m_2(v_2 - V) = m_1(u_1 - V) + m_2(u_2 - V)$$

$$\downarrow$$

$$m_1 v + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$+$$

$$-V(m_1 + m_2 = m_1 + m_2)$$

Principio de conservación de la masa.

Si en un proceso se conserva el momento lineal del sistema, se conserva la masa del mismo.
Pero no a la inversa.

No interviene la ecuación de la energía cinética.

Colisiones elásticas. Principio de relatividad

Conservación de la energía cinética

$$\boxed{\frac{1}{2}m_1\bar{v}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\bar{v}_2^2 = \frac{1}{2}m_1\bar{u}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\bar{u}_2^2}$$

$$\bar{v} = v - V$$

$$\frac{1}{2}m_1(v_1 - V)^2 + \frac{1}{2}m_2(v_2 - V)^2 = \frac{1}{2}m_1(u_1 - V)^2 + \frac{1}{2}m_2(u_2 - V)^2$$

Colisiones elásticas. Principio de relatividad

$$\frac{1}{2}m_1(v_1 - V)^2 + \frac{1}{2}m_2(v_2 - V)^2 = \frac{1}{2}m_1(u_1 - V)^2 + \frac{1}{2}m_2(u_2 - V)^2$$

$$\downarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 = \frac{1}{2}m_1 u_1^2 + \frac{1}{2}m_2 u_2^2$$

$$+$$

$$-V(m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2)$$

$$+$$

$$\frac{1}{2}V^2(m_1 + m_2 = m_1 + m_2)$$

Combinación lineal de ecuaciones.

$$\frac{1}{2}m_1(v_1 - V)^2 + \frac{1}{2}m_2(v_2 - V)^2 = \frac{1}{2}m_1(u_1 - V)^2 + \frac{1}{2}m_2(u_2 - V)^2$$

$$\downarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 = \frac{1}{2}m_1 u_1^2 + \frac{1}{2}m_2 u_2^2$$

$$+$$

$$-V(m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2)$$

$$+$$

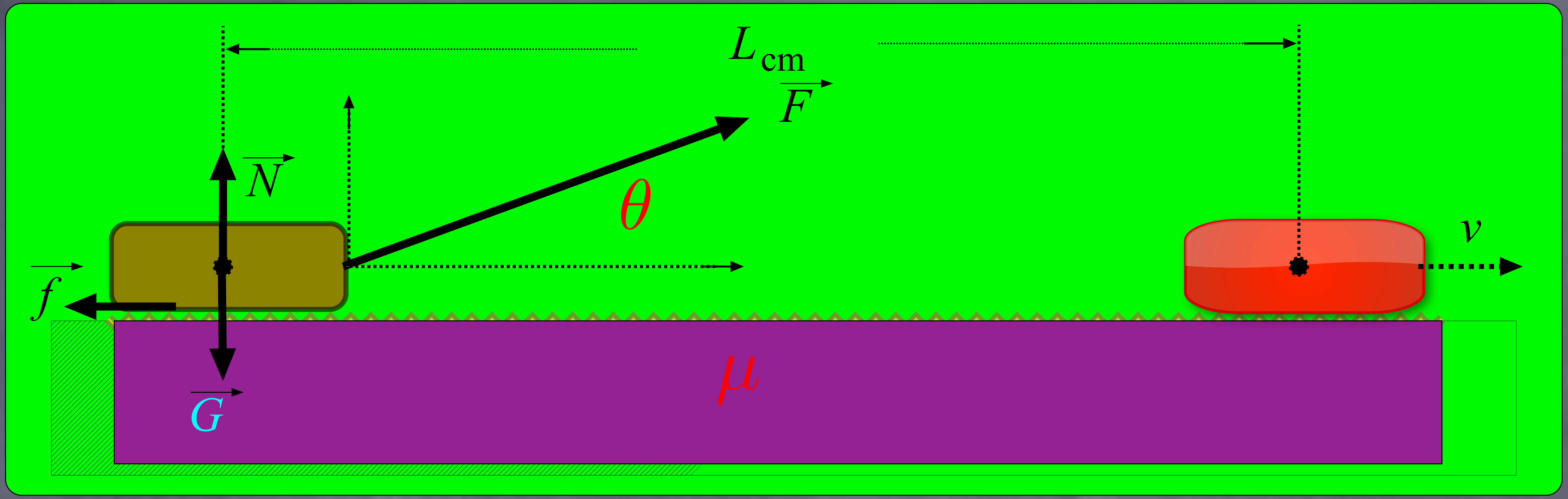
$$\frac{1}{2}V^2(m_1 + m_2 = m_1 + m_2)$$

Si en un proceso se conserva la energía cinética del sistema, se conserva el momento lineal, y la masa, del mismo.

Pero no a la inversa.

Interviene la ecuación del momento lineal.

Movimiento de un cuerpo con rozamiento



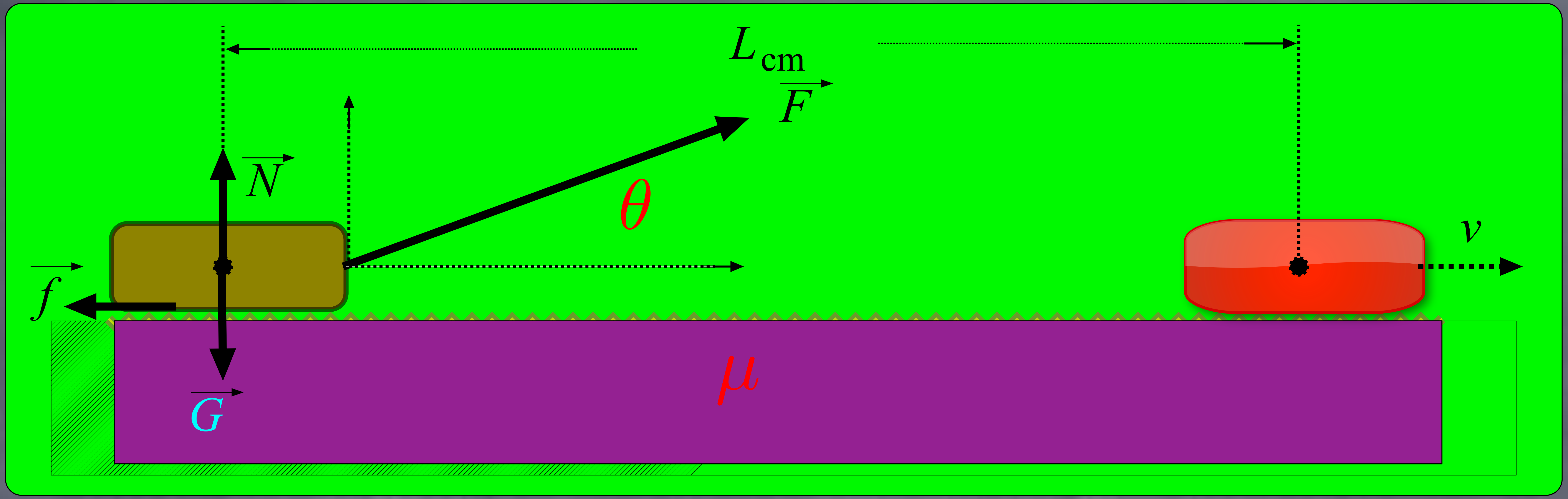
Segunda ley de Newton

Ecuación del centro de masas

Primer principio de la termodinámica

Cambio de referencial

Movimiento de un cuerpo con rozamiento



Segunda ley de Newton

$$M v_{\rm cm} = \left(F\cos\theta - \mu N\right) t_0$$

$$0 = \left(-Mg + F \operatorname{sen}\theta + N\right) t_0$$

$$\frac{1}{2} M v_{\rm cm}^2 = \left[F \cos\theta - \mu(Mg - F \operatorname{sen}\theta)\right] L_{x,\,\rm cm}\,.$$

Ecuación del centro de masas

Primer principio de la termodinámica

$$\Delta K_{\mathrm{cm}} + \Delta U = W^{\mathrm{ext}} + Q$$

$$\Delta U = mc_P(T_f - T_i) + \Delta K_{\mathrm{I}} + \Delta K_{\mathrm{rot}} + \cdots$$

Primer principio de la termodinámica

Proceso adiabático

$$\frac{1}{2}Mv_{\mathrm{cm}}^2 + Mc_{\mathrm{S}}\left(T_f - T_i\right) = F\cos\theta L_{x,\,\mathrm{cm}}$$

Proceso isotermo

$$\frac{1}{2}Mv_{\mathrm{cm}}^2 = F\cos\theta L_{x,\,\mathrm{cm}} + Q$$

Ecuación del centro de masas

$$\frac{1}{2}Mv_{\mathrm{cm}}^2 = \left[F\cos\theta - \mu(Mg - F\,\mathrm{sen}\,\theta)\right]L_{x,\,\mathrm{cm}}\,.$$

Calor, entropía, irreversibilidad

$$\frac{1}{2}Mv_{\mathrm{cm}}^2 = [F\cos\theta - \mu(Mg - F\,\mathrm{sen}\,\theta)]\,L_{x,\,\mathrm{cm}}\,.$$

$$\frac{1}{2}Mv_{\mathrm{cm}}^2 = F\cos\theta L_{x,\,\mathrm{cm}} + Q$$

Disipación de energía mecánica por calor

$$Q = -\mu(Mg - F\,\mathrm{sen}\,\theta)L_{x,\,\mathrm{cm}}$$

Incremento de entropía del universo

$$\Delta S_{\mathrm{U}} = -\frac{Q}{T_i} > 0$$

Proceso irreversible

Cambio de sistema de referencia

Segunda ley de Newton

$$M\bar{v}_{f,x,\,\mathrm{cm}} + MV = (F\cos\theta - \mu N)\,t_0$$

$$\bar{v}_{f,x,\,\mathrm{cm}} = v_{f,x,\,\mathrm{cm}} - V$$

$$0 = (-Mg + F\mathrm{sen}\,\theta + N)\,t_0$$

$$\frac{1}{2}M\bar{v}_{\mathrm{cm}}^2 - \frac{1}{2}MV^2 = [F\cos\theta - \mu(Mg - F\mathrm{sen}\,\theta)]\,(L_{x,\,\mathrm{cm}} - Vt_0)$$

Ecuación del centro de masas

Cambio de sistema de referencia

Primer principio de la termodinámica

$$\Delta \bar{K}_{\mathrm{cm}} + \Delta U = \bar{W}^{\mathrm{ext}} + Q$$

$$\Delta U = mc_P(T_f - T_i) + \Delta K_{\mathrm{I}} + \Delta K_{\mathrm{rot}} + \cdots$$

$$\Delta \bar{K}_{\mathrm{cm}} = \Delta K - V\Delta p$$

$$\bar{W}^{\mathrm{ext}} = W^{\mathrm{ext}} - V\mathcal{I}$$

Cambio de sistema de referencia

Primer principio de la termodinámica

$$\Delta \bar{K}_{\mathrm{cm}} + \Delta U = \bar{W}^{\mathrm{ext}} + Q$$

$$\Delta K_{\mathrm{cm}} - V \Delta p + \Delta U = W^{\mathrm{ext}} - V \mathcal{I} + Q$$

$$\downarrow$$

$$\Delta K_{\mathrm{cm}} + \Delta U = W^{\mathrm{ext}} + Q$$

$$+$$

$$-V(\Delta p = \mathcal{I})$$

Primer principio de la termodinámica

Proceso adiabático

$$\frac{1}{2}M\bar{v}_{\rm cm}^2 - \frac{1}{2}MV^2 + Mc_{\rm S}\left(T_f - T_i\right) = F\cos\theta(L_{x,\,\rm cm} - Vt_0)$$

Proceso isotermo

$$\boxed{\frac{1}{2}M\bar{v}_{\rm cm}^2 - \frac{1}{2}MV^2 = F\cos\theta(L_{x,\,\rm cm} - Vt_0) + Q}$$

Ecuación del centro de masas

$$\boxed{\frac{1}{2}M\bar{v}_{\rm cm}^2 - \frac{1}{2}MV^2 = \left[F\cos\theta - \mu(Mg - F\,\mathrm{sen}\,\theta)\right]\left(L_{x,\,\rm cm} - Vt_0\right)}$$

Calor, entropía, irreversibilidad

$$\frac{1}{2}M\bar{v}_{\rm cm}^2 - \frac{1}{2}MV^2 = [F\cos\theta - \mu(Mg - F\,\mathrm{sen}\,\theta)]\,(L_{x,\,\rm cm} - Vt_0)$$

$$\frac{1}{2}M\bar{v}_{\rm cm}^2 - \frac{1}{2}MV^2 = F\cos\theta(L_{x,\,\rm cm} - Vt_0) + Q$$

Disipación de energía mecánica por calor

$$Q = -\mu(Mg - F\,\mathrm{sen}\,\theta)L_{x,\,\rm cm}$$

Incremento de entropía del universo

$$\Delta S_{\rm U} = -\frac{Q}{T_i} > 0$$

Proceso irreversible

Principio de relatividad de Galileo. Asimetrías

La variación del momento lineal no se transforma entre referenciales; es la misma en todos.

El impulso no se transforma entre referenciales; es el mismo en cada referencial

La energía cinética del centro de masas se transforma entre referenciales; es diferente en cada referencial

La energía interna no se transforma entre referenciales; es un invariante galileano.

El calor no se transforma.

El trabajo se transforma entre referenciales; es diferente en cada referencial

Principio de relatividad de Galileo. Asimetrías

La fuerza no se transforma entre referenciales.

El intervalo de tiempo no se transforma entre referenciales.

El calor no se transforma entre referenciales

La variación de entropía es un invariante galileano.

La irreversibilidad de un proceso es un invariante galileano.

Principio de relatividad de Galileo. Asimetrías

En la ecuación del momento lineal en $\bar{S}$, interviene la ecuación del momento lineal en S, pero no interviene la ecuación de la energía cinética en S.

En la ecuación de la energía cinética en $\bar{S}$, interviene la ecuación del momento lineal en S e interviene la ecuación de la energía cinética en S.

Cómo desarrollar la teoría especial de la relatividad

Supóngase que se quiere desarrollar una teoría física -- tal que permita definir el estado de un sistema, caracterizar sus interacciones con su entorno, obtener las ecuaciones que sean capaces de describir cómo cambia el estado del mismo a causa de dichas interacciones, y que anticipen lo que describirán distintos observadores inerciales para un mismo proceso --, sobre la base de principios generales básicos e introduciendo consideraciones físico-matemáticas de simetría.

Se podría tener el siguiente desarrollo lógico-experimental:

Principio de relatividad. Ningún sistema de referencia bien comportado (inercial) es más importante que otro. (Aunque, para cada problema, puede haber alguno más conveniente de ser utilizado primero. Por ejemplo, el referencial en el que el fondo e microondas del Universo es homogéneo.)

Este es un principio de economía descriptiva, relacionado con el argumento de la navaja de Ockham.

Puesto que no hay evidencias en contrario, lo más sencillo es admitir que todos los referenciales inerciales son equivalentes.

Esta equivalencia significa:

Imposibilidad de velocidades infinitas. Se considera que no puede haber procesos que se desarrollen a velocidades infinitas (El propio Isaac Newton analiza que la velocidad de propagación de la interacción gravitatoria no puede ser infinita.). Una partícula o una onda, de sonido, electromagnética, etc., no pueden viajar a velocidad infinita, ni siquiera en el vacío. En su caso, se eliminaría, al menos en algunos casos, la relación causa-efecto Esta constatación tiene algunas consecuencias como:

Velocidad máxima finita. Debe haber una velocidad máxima, finita en cualquier sistema de referencia.

Igual para todos los observadores inerciales.

Esta velocidad máxima finita debe ser la misma en todos los referenciales inerciales. En caso de que diferentes observadores midieran diferentes velocidades máximas, lo que ya en sí mismo resultaría contradictorio, se pondría en cuestión el principio de relatividad.

Cuerpos que viajan a la máxima velocidad.
Los sistemas que viajen a esa velocidad deben tener la misma velocidad en todos los referenciales inerciales.

Velocidad máxima como límite.

Aquellos cuerpos que no tengan esa velocidad máxima, podrán ser acelerados, pero nunca podrán alcanzar dicha velocidad máxima finita.

Velocidad de la luz en el vacío.

Aunque el formalismo se puede desarrollar admitiendo la existencia de una velocidad máxima, los experimentos indican que la velocidad de la luz en el vacío (Si la permitividad eléctrica del vacío o la permeabilidad magnética del vacío, fuesen cero, entonces la velocidad de la luz en el vacío sería infinita. Se puede especular sobre el hecho de que la luz polariza el vacío y crea pares virtuales partícula-antipartícula, controlados por la relación de incertidumbre de Heisenberg, lo que haría que su velocidad fuese finita.) es la máxima velocidad observada. Experimentalmente se encuentra que esta velocidad es

$$c = 299\,792\,458\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

Asimetría clásica entre espacio y tiempo.

El tiempo es absoluto, el mismo para todos los referenciales inerciales, y el espacio es relativo. De acuerdo con la transformación de Galileo entre referenciales inerciales,

$$\bar{v} = v - V \qquad \qquad \bar{x} = x - Vt$$

y

$$\bar{t} = t$$

Esta asimetría no parece ser propia de, o intrínseca a, la naturaleza, por lo que debe superarse.

Asimetría clásica entre momento y energía.

Las ecuaciones del momento lineal-impulso para un proceso son las mismas (junto con el principio de conservación de la masa) en todos los referenciales inerciales. La ecuación de la energía mecánica en un referencial es una combinación lineal de las ecuaciones del momento lineal-impulso y de la energía en otro referencial. Por ejemplo, para un choque elástico en S, se tienen las dos ecuaciones de conservación

Cuadrivectores. Para superar la asimetría clásica entre espacio y tiempo, se postula una nueva entidad física, el espacio-tiempo, para obtener la simetría entre ambos conceptos, representado por el cuadrivector expacio-tiempo x^μ. Lo mismo sucede con el cuadrivector momento lineal-energía, E^μ, que se postula para superar la asimetría clásica entre momento lineal y energía cinética. Como las unidades de espacio y de tiempo se relacionan mediante una velocidad, para tener un cuadrivector dimensionalmente homogéneo únicamente se va a poder utilizar c, la velocidad de la luz en el vacío (Hipótesis de Minkowski).

$$x^\mu = \left\{ \begin{array}{c} x \\ y \\ z \\ ct \end{array} \right\}$$

Simetría relativista.

Para tener una ecuación que contribuya a la ecuación de la energía a partir de la ecuación del momento lineal y de la velocidad relativa entre referenciales, habrá que multiplicar la ecuación del momento lineal por dicha velocidad relativa y así obtener una contribución con unidades de energía.

Para tener una ecuación que contribuya a la ecuación del momento a partir de la ecuación de la energía y de la velocidad relativa entre referenciales, se tendrá que dividir la ecuación de la energía por una velocidad (que no puede ser otra que la velocidad de la luz) al cuadrado, y multiplicarla por la velocidad relativa para así tener una contribución con unidades de momento lineal.

Ecuaciones entre cuadrivectores.

Las ecuaciones deben venir expresadas como relaciones entre cuadrivectores, dado que los cuadrivectores son las estructuras matemático-físicas con significado físico pleno.

$$E_f^\mu - E_i^\mu = \sum_k W_k^\mu + Q^\mu$$

Artículo Einstein 1905

Para que se cumplan simultáneamente estas dos ecuaciones

$$\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + \bar{z}^2 - c^2\bar{t}^2 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0$$

con la velocidad de la luz igual para ambos observadores, se deben cumplir las transformaciones

$$\bar{x} = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - V^2/c^2}};$$

$$\bar{y} = y;$$

$$\bar{z} = z;$$

$$\bar{t} = \frac{t - (V/c^2)x}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

Son las transformaciones de Lorentz obtenidas por Einstein en un contexto diferente

La transformación de Lorentz.

$$\mathcal{L}^{\mu}_{\nu}(V) = \begin{Bmatrix} \gamma_V & 0 & 0 & -\beta_V\gamma_V \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta_V\gamma_V & 0 & 0 & \gamma_V \end{Bmatrix}$$

$$\beta_V = \frac{V}{c}$$

$$\gamma_V = (1 - \beta_V^2)^{-1/2}$$

$$\bar{A}^{\mu} = \mathcal{L}^{\mu}_{\nu}(V) A^{\nu}$$

Transformación de Lorentz.

La transformación de Lorentz permite pasar de la descripción de un proceso en un referencial a la descripción del mismo proceso en otro referencial cumpliendo con todas las condiciones anteriores.

$$\mathcal{L}^{\mu}_{\nu}(V) = \left\{ \begin{array}{cccc} \gamma_V & 0 & 0 & -\beta_V\gamma_V \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta_V\gamma_V & 0 & 0 & \gamma_V \end{array} \right\}$$

Principio de inercia de la energía.

Un sistema en reposo en un cierto referencial debe tener una componente de energía en su cuadrivector momento-energía E_0^μ, su energía interna E_0, distinto de cero.

Este desarrollo de la teoría especial de la relatividad (Einstein) se va a llevar a cabo mediante la introducción del concepto de cuadrivector (Minkowsky), con la transformación de Lorentz para relacionar ecuaciones y observaciones en diferentes referenciales, siendo el principio de inercia de la energía (Einstein) una consecuencia fundamental que dota de coherencia al denominado
formalismo Einstein-Minkowski-Lorentz
para dicha teoría.

Formalismo Einstein-Minkowski-Lorentz

Postulados de Einstein

Principio de relatividad: las leyes de la física tienen la misma forma funcional en todos los sistemas de referencia inerciales.

Constancia de la velocidad de la luz: la velocidad de la luz es la misma en todos los referenciales inerciales.

El formalismo a desarrollar debe ser coherente con estos postulados.

Formalismo Einstein-Minkowski-Lorentz

Postulados de Einstein

Cuadrivectores de Minkowski

Transformación de Lorentz entre observadores

Conjetura de Einstein. Inercia de la energía