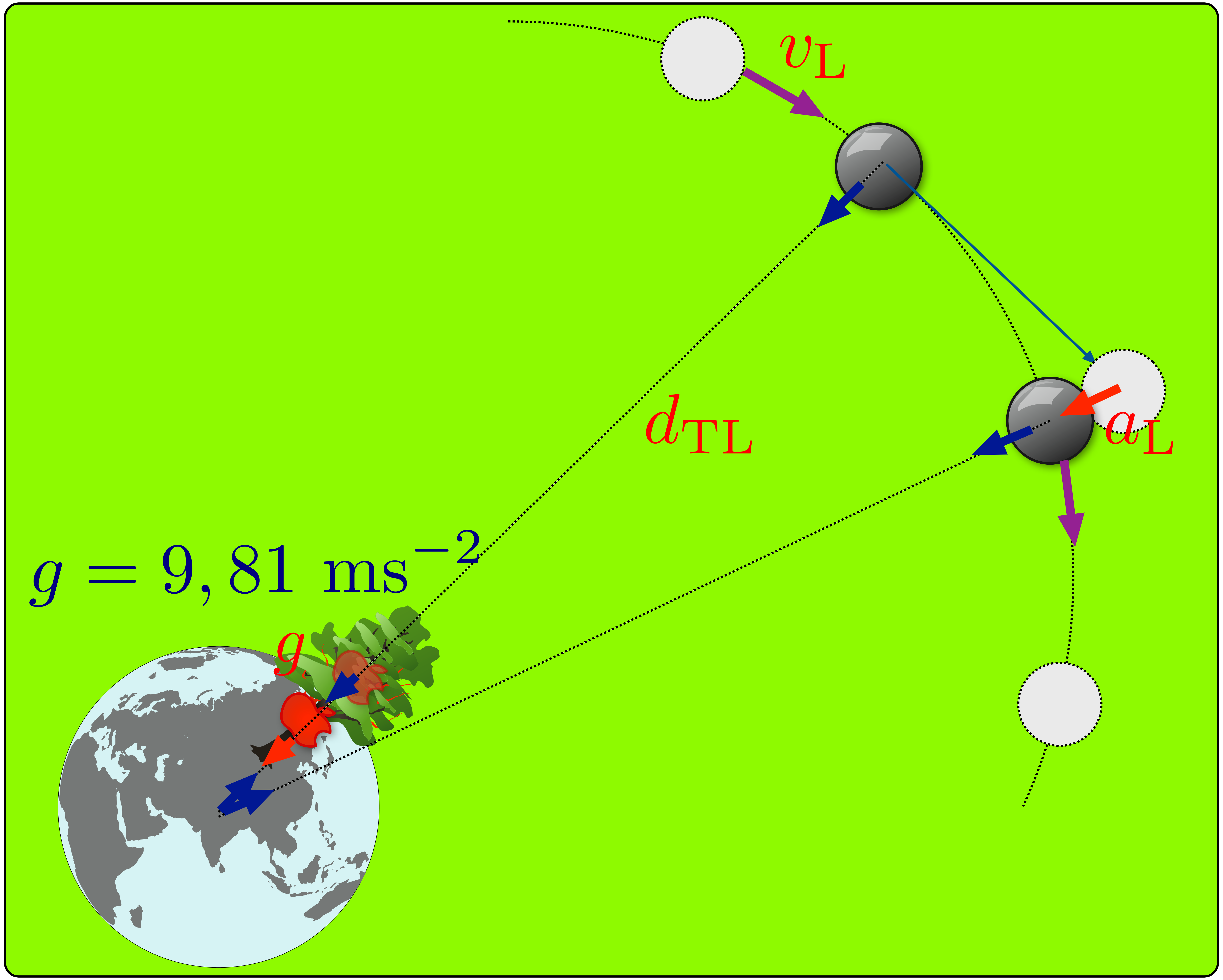
La Luna y la manzana

Como la Luna se encuentra a una distancia 60 veces mayor del centro de la Tierra que la distancia a la que se encuentra la manzana del centro de la Tierra, la Luna `cae' con una aceleración que es 3600 veces menor que la aceleración con que cae la manzana.



$$g = 9,81\ \mathrm{ms}^{-2}$$

$$a_L = 0,0027\ \mathrm{ms}^{-2}$$

La Luna y la manzana

Como la Luna se encuentra a una distancia 60 veces mayor del centro de la Tierra que la distancia a la que se encuentra la manzana del centro de la Tierra, la Luna `cae' con una aceleración que es 3600 veces menor que la aceleración con que cae la manzana.

$$g_{\mathrm{T}} = G\frac{M_{\mathrm{T}}}{R_{\mathrm{T}}^2}$$

$$g_{\mathrm{L}} = G\frac{M_{\mathrm{T}}}{D_{\mathrm{TL}}^2}$$

$$D_{\mathrm{TL}} = 60R_{\mathrm{T}}$$

$$g_{\mathrm{L}} = \frac{1}{60^2}g_{\mathrm{T}}$$

$$g = 9,81\ \mathrm{ms}^{-2}$$

$$a_{\mathrm{L}} = 0,0027\ \mathrm{ms}^{-2}$$

La Luna y la manzana

Como la Luna se encuentra a una distancia 60 veces mayor del centro de la Tierra que la distancia a la que se encuentra la manzana del centro de la Tierra, la Luna `cae' con una aceleración que es 3600 veces menor que la aceleración con que cae la manzana.

$$a_{\mathrm{L}} = \frac{v_{\mathrm{L}}^2}{D_{\mathrm{TL}}}$$

$$D_{\mathrm{TL}} = 60 R_{\mathrm{T}}$$

$$R_{\mathrm{T}} \approx 6500 \text{ km}$$

$$v_{\mathrm{L}} = \frac{2\pi D_{\mathrm{TL}}}{T_{\mathrm{L}}}$$

$$T_{\mathrm{L}} \approx 30 \text{ dias}$$

$$a_{\mathrm{L}} \approx \frac{4\pi^2 \cdot 60 \cdot 6500 \cdot 10^3}{30 \cdot 24 \cdot 3600} = 0,0030 \text{ ms}^{-2}$$

$$g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$$

$$a_{\mathrm{L}} = 0,0027 \text{ ms}^{-2}$$

$$\frac{9,81}{60^2} = 0,0028 \text{ ms}^{-2}$$

Caída de la Luna y caída de la manzana

Como la Luna se encuentra a una distancia 60 veces mayor del centro de la Tierra que la distancia a la que se encuentra la manzana del centro de la Tierra, la Luna `cae' en 1 minuto (60 segundos) la misma distancia que cae una manzana en 1 segundo en la superficie de la Tierra.

$$h_{\mathrm{L}} = \frac{1}{2} g_{\mathrm{L}} 60^2$$

$$h_{\mathrm{L}} = \frac{1}{2} G \frac{M_{\mathrm{T}}}{D_{\mathrm{TL}}^2} 60^2$$

$$h_{\mathrm{L}} = \frac{1}{2} G \frac{M_{\mathrm{T}}}{60^2 R_{\mathrm{T}}^2} 60^2$$

$$h_{\mathrm{L}} = \frac{1}{2} G \frac{M_{\mathrm{T}}}{R_{\mathrm{T}}^2} 1^2 = \frac{1}{2} g_{\mathrm{T}} 1^2 = h_{\mathrm{T}}(1)$$

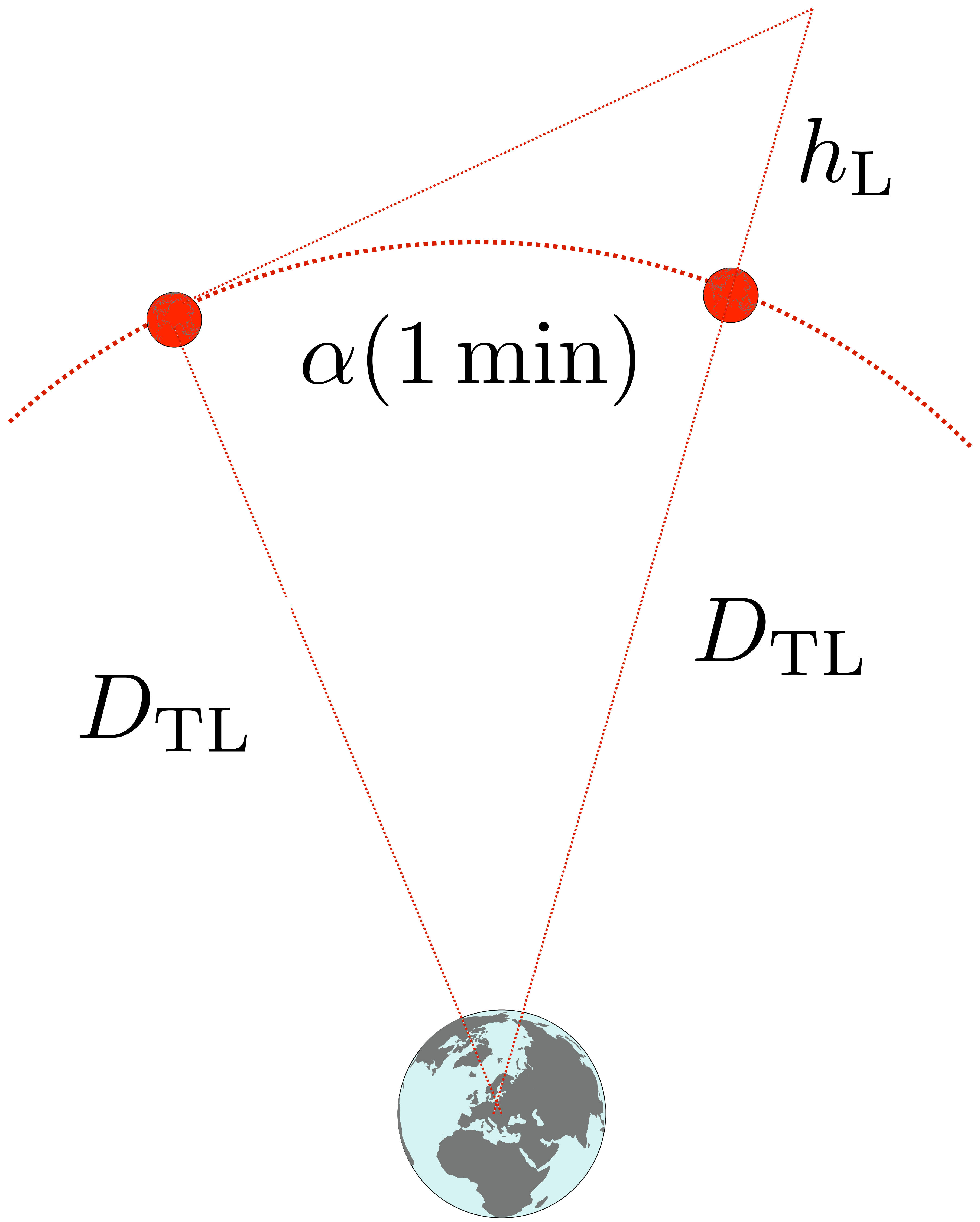
$$h_{\mathrm{T}}(1) = \frac{1}{2} 9{,}81^2 = 4{,}9\,\mathrm{m}$$

Caída de la Luna

La Luna tarda unos 28 días en completar una vuelta alrededor de la Tierra (recorrer 2PI radianes).

$$\alpha = \frac{2\pi}{28 \cdot 24 \cdot 3600} 60$$

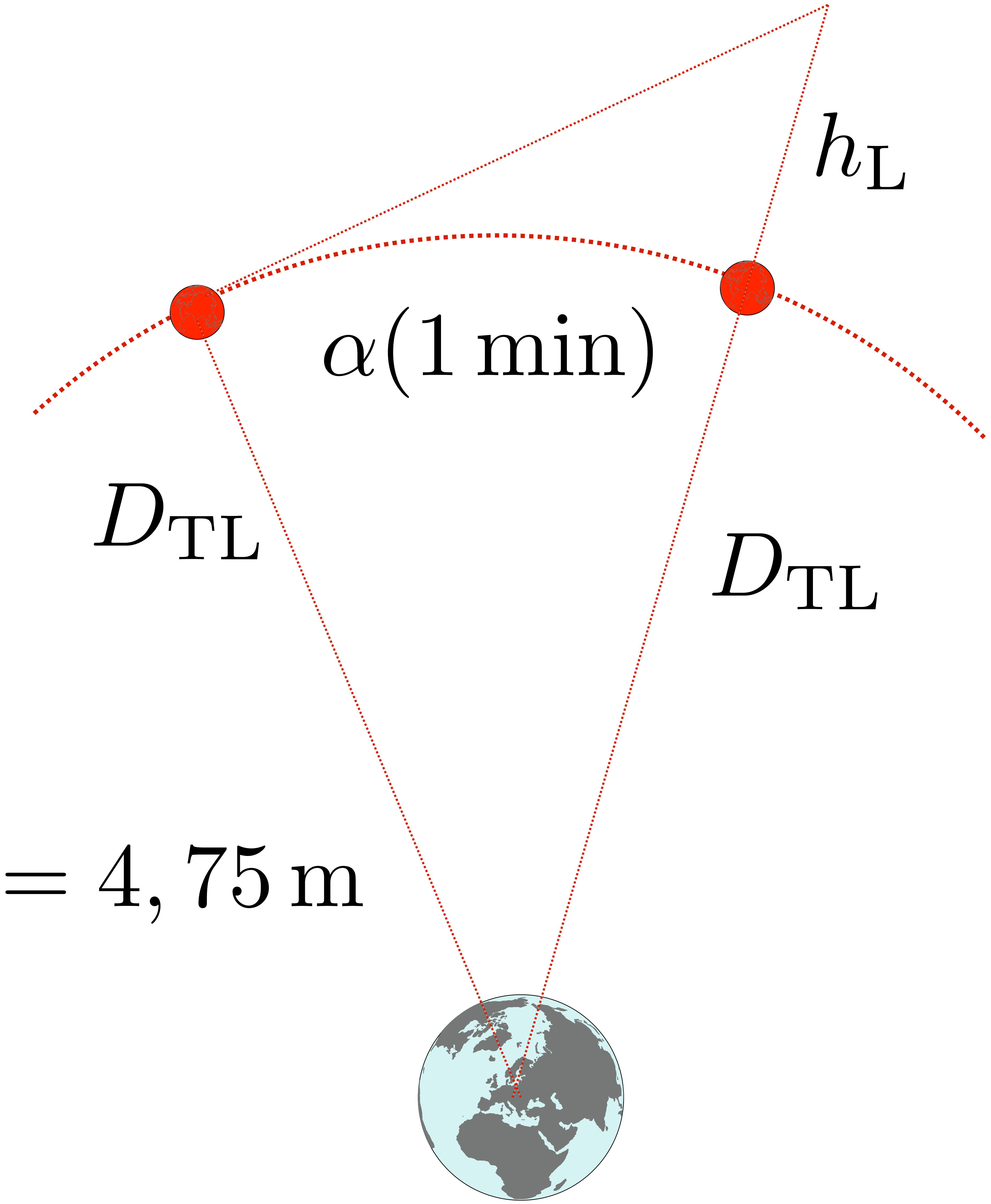
$$\alpha \approx 1,56 \cdot 10^{-4}\,\text{rad}$$



$$(60R_{\mathrm{T}} + h_{\mathrm{L}})^2 = (60R_{\mathrm{T}})^2 + (60R_{\mathrm{T}}\text{sen}\alpha)^2$$

$$(60R_{\mathrm{T}} + h_{\mathrm{L}})^2 = (60R_{\mathrm{T}})^2 + (60R_{\mathrm{T}}\alpha)^2$$

Caída de la Luna



$$h_{\mathrm{L}} = \frac{60 R_{\mathrm{T}} \alpha^2}{2}$$

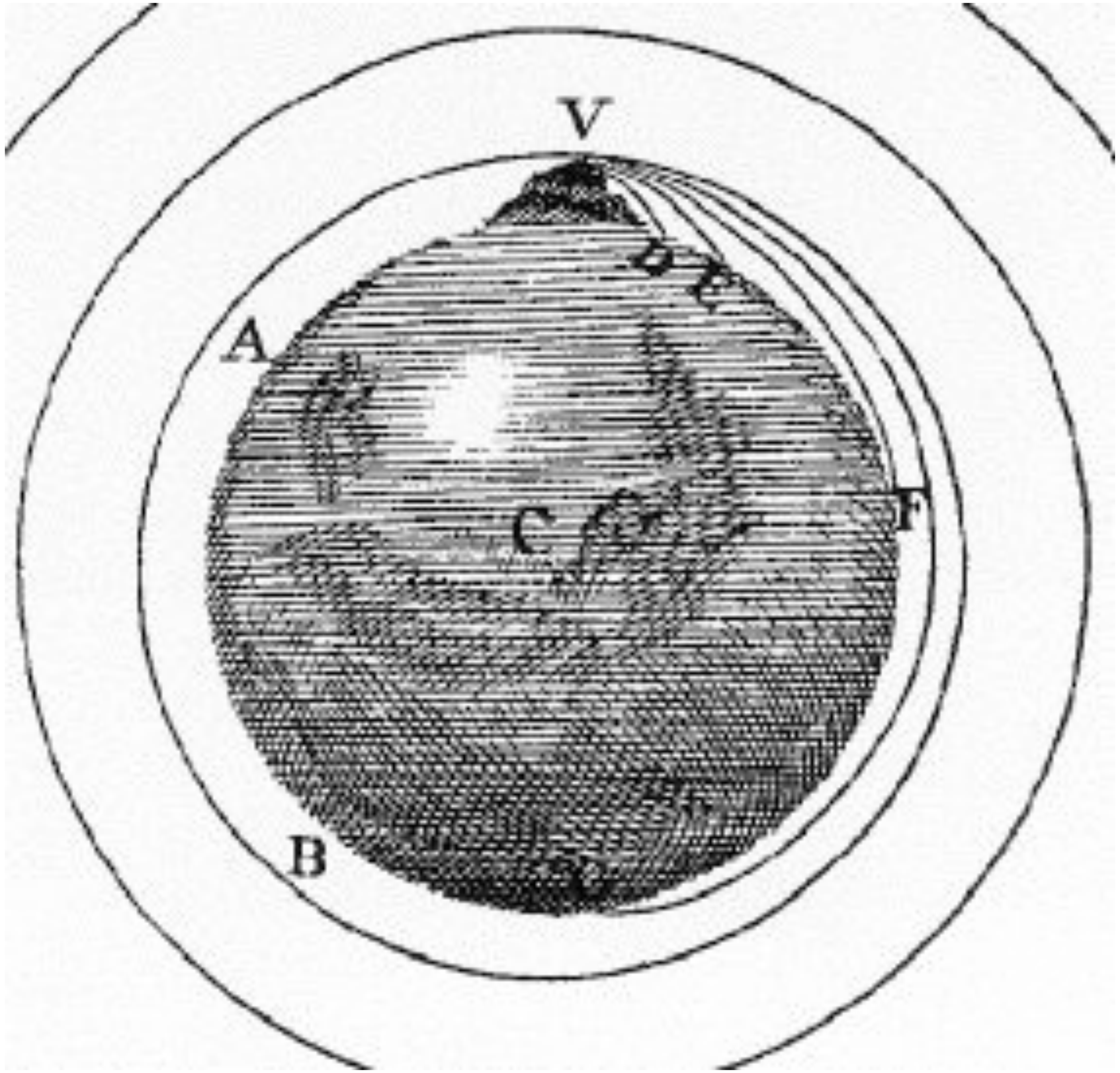
$$h_{\mathrm{L}} = \frac{60 \cdot 6500 \cdot 10^3 (1,56 \cdot 10^{-4})^2}{2} = 4,75\,\mathrm{m}$$

$$h_{\mathrm{T}}(1) = \frac{1}{2} 9,81^2 = 4,9\,\mathrm{m}$$

La Luna ‘cae’ en 1 minuto la misma distancia que la manzana cae en 1 segundo.

Ley de gravitación universal y Sputnik

Un cuerpo lanzado con una velocidad igual a la primera velocidad de escape, podría orbitar la Tierra próxima a su superficie. El cuerpo tardaría unos 80 minutos en dar la vuelta a la Tierra.



$$G\frac{M_{\mathrm{T}}m}{R_{\mathrm{T}}^2} = m\frac{v_1^2}{R_{\mathrm{T}}}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM_{\mathrm{T}}}{R_{\mathrm{T}}}} = 7,8\ \mathrm{km\,s^{-1}}$$

Ley de gravitación universal y Sputnik

El 12 de abril de 1961, Yuri Gagarin se convirtió en el primer ser humano en tripular una nave espacial, en el primer cosmonauta humano (la perrita Laika había dado antes que Gagarin dos vueltas a la Tierra) en dar una vuelta completa a la Tierra a bordo de la cápsula Vostok 1, lanzada por un cohete R-7 desde el cosmódromo de Baikonur. La cápsula tardo 108 minutos en dar la vuelta a la Tierra antes de aterrizar, con la ayuda de paracaídas, en la aldea de Smelkovka, cerca del río Volga.
No se puede conocer el peso de la cápsula

$$T(r) = \frac{2\pi R^{3/2}}{g^{1/2} R_{\mathrm{T}}}$$

$$R = \left(\frac{T g^{1/2} R_{\mathrm{T}}}{2\pi} \right)^{2/3}$$

$$T = 6,5 \cdot 10^3 \text{ s}$$

$$R \approx 7,500 \text{ km}$$

$$h \approx 1000 \text{ km}$$

Obtención de Newton de la constante G de la ley de gravitación universal

$$mg = G\frac{M_{\mathrm{T}}m}{R_{\mathrm{T}}^2}$$

$$g = G\frac{M_{\mathrm{T}}}{R_{\mathrm{T}}^2}$$

$$M_{\mathrm{T}} = \rho_{\mathrm{T}}V_{\mathrm{T}} = \frac{4}{3}\pi R_{\mathrm{T}}^3\rho_{\mathrm{T}}$$

$$G = \frac{3g}{4\pi R_{\mathrm{T}}\rho_{\mathrm{T}}}$$

Obtención de Newton de la constante G de la ley de gravitación universal

$$G = \frac{3g}{4\pi R_{\mathrm{T}}\rho_{\mathrm{T}}}$$

$$g \approx 10\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$$ (Galileo)

$$R_{\mathrm{T}} \approx 6,4\cdot 10^{6}\,\mathrm{m}$$ (Eratosthenes)

$$\rho_{\mathrm{T}} \approx 5,5\cdot 10^{3}\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$$ (Newton)

$$G \approx \frac{3\cdot 10}{4\cdot 3,14\cdot 6,4\cdot 10^{6}\cdot 5,5\cdot 10^{3}} = 6,8\cdot 10^{-11}\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{2}\cdot\mathrm{kg}^{-2}$$

$$G = 6,67\cdot 10^{-11}\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{2}\cdot\mathrm{kg}^{-2}$$ (Cavendish)

Teoría de Aristóteles sobre la caída de graves

Simulación de caída de graves con fricción del aire

Densidad del oro

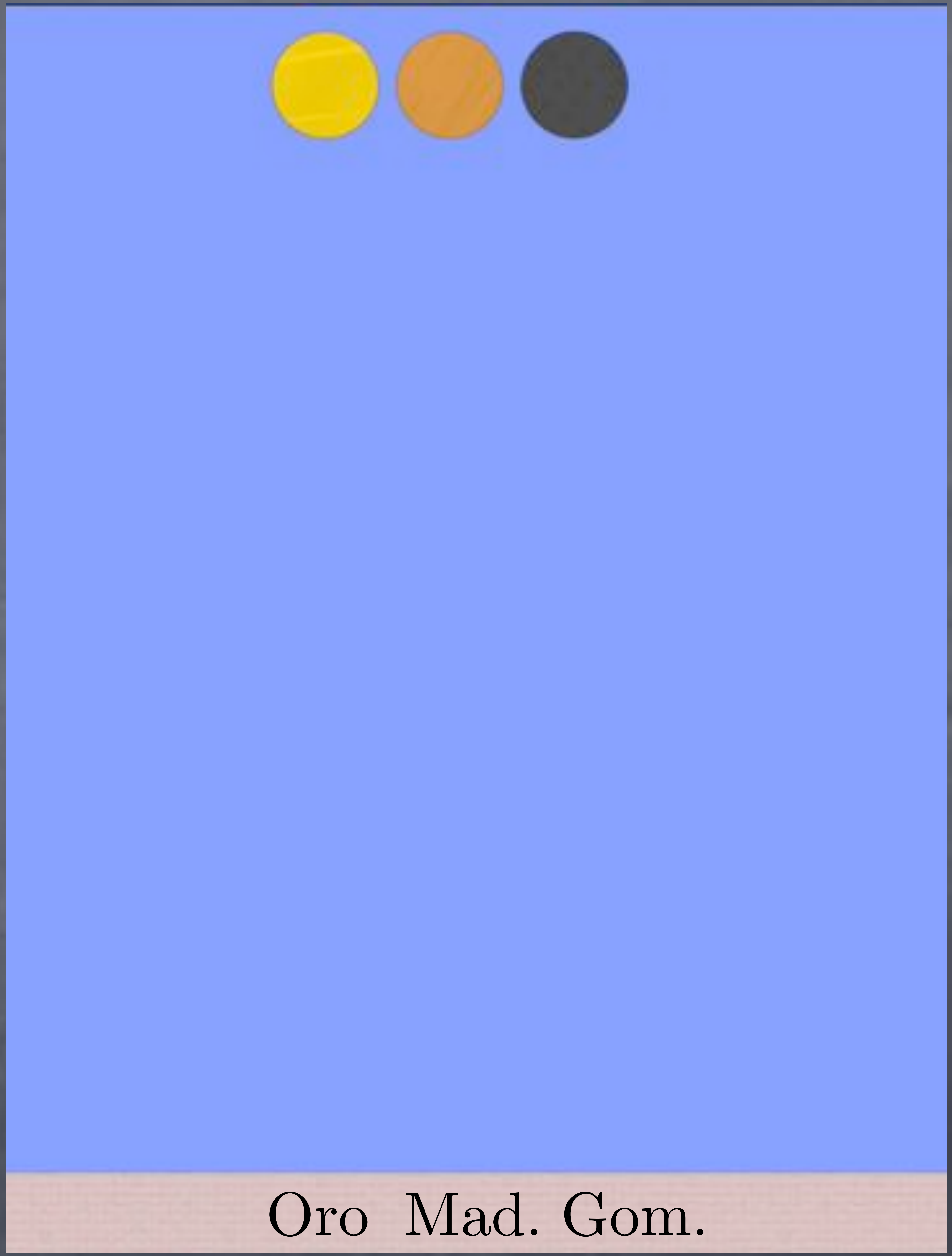
$\rho_{\text{Au}} = 20 \text{ gcm}^{-3}$

Densidad de madera

$\rho_{\text{ma}} = 0,9 \text{ gcm}^{-3}$

Densidad de goma

$\rho_{\text{ma}} = 1,5 \text{ gcm}^{-3}$



Newton

$$\frac{\text{cambio en velocidad}}{\text{tiempo}} = \frac{\text{fuerza}}{\text{masa}} \rightarrow \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \approx \frac{F}{m}$$

Caída de graves con rozamiento

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = mg - Rv$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = g - \frac{R}{m}v$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = g - \frac{R}{m}v$$

Integrando

$$v = \frac{mg}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{m}t}\right)$$

$$v = \frac{mg}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \qquad \tau \to \infty \qquad v \to \frac{mg}{R} = \frac{F}{R}$$

Para cuerpos ligeros moviéndose con rozamiento, se cumple la teoría de Aristóteles.

K Simonyi, A Cultural History of Physics, CRC Press

Segunda ley de Newton y la ecuación de Galileo

Espacio recorrido en función del tiempo

$$v_f = v_i + gt_0$$

$$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} = v$$

$$h_f = h_i + v_i t_0 + \frac{1}{2}gt_0^2$$

$$v_i = 0 \quad h_i = 0$$

$$\boxed{h_f = \frac{1}{2}gt_0^2}$$

$$v_f^2 = 2gh_f$$

La altura recorrida por un cuerpo en caída libre es proporcional al cuadrado del tiempo transcurrido

Método de Huygens y la ecuación de Galileo

Energía cinética y trabajo

$$\Delta K = W_{\mathrm{G}}$$

$$\frac{1}{2}m\left(v_f^2 - v_i^2\right) = \int_{h_i}^{h_f} mg\,\mathrm{d}h$$

$$v_i = 0$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = mgh_f$$

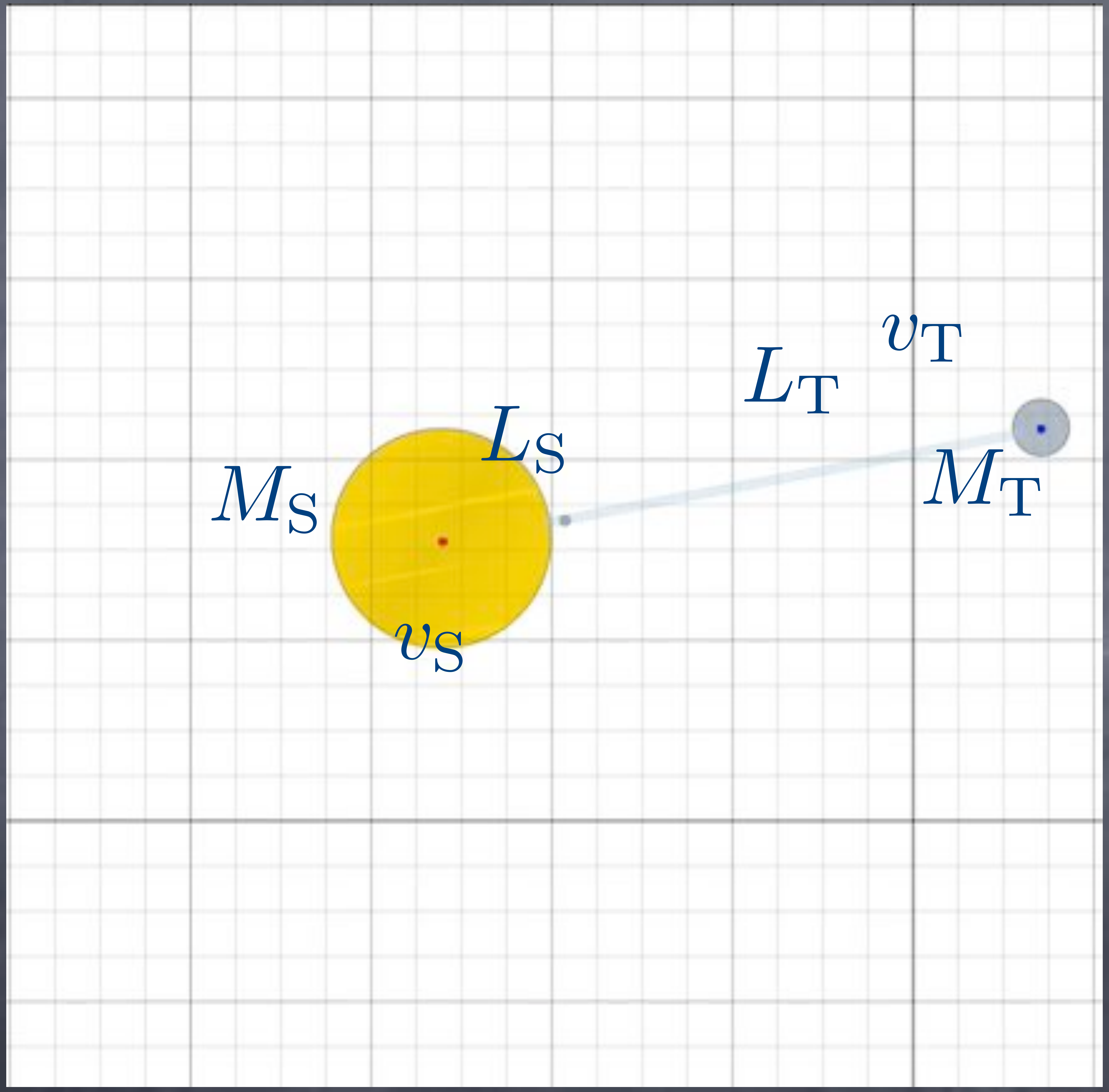
$$h_f = \frac{v_f^2}{2g}$$

$$v_f = gt_0$$

$$\boxed{h_f = \frac{1}{2}gt_0^2}$$

La altura recorrida por un cuerpo en caída libre es proporcional al cuadrado del tiempo transcurrido

Movimiento del sistema Tierra-Sol en el cielo



Leyes de conservación

1. El Sol y la Tierra giran alrededor de su centro de gravedad común (que se encuentra muy cerca del centro del Sol), con momento lineal total nulo. La velocidad del centro de masas es nula en todo momento. (Principio de conservación del momento lineal y de la velocidad del centro de masas)

$$M_\mathrm{S}\vec{R}_\mathrm{S} = -M_\mathrm{T}\vec{r}_\mathrm{T}$$

$$R_\mathrm{S} + r_\mathrm{T} = d_\mathrm{ST}$$

$$M_\mathrm{S}\vec{v}_\mathrm{S} = -M_\mathrm{T}\vec{v}_\mathrm{T}$$

2. El momento angular se conserva. (Principio de conservación del momento angular y segunda ley de Kepler)

$$\vec{L}_\mathrm{tot} = \vec{L}_\mathrm{S} + \vec{L}_\mathrm{T} = \left(\frac{M_\mathrm{T}}{M_\mathrm{S}+1}\right)(\vec{r}_\mathrm{T} \times M_\mathrm{T}\vec{v}_\mathrm{T})$$

Leyes de conservación

3. La energía mecánica total (que es negativa), con energía cinética y energía potencial gravitatoria, es constante. (Principio de conservación de la energía mecánica. Ley de gravitación universal).

$$E = \frac{1}{2} M_{\mathrm{S}} v_{\mathrm{S}}^2 + \frac{1}{2} M_{\mathrm{T}} v_{\mathrm{T}}^2 - G \frac{M_{\mathrm{S}} M_{\mathrm{T}}}{d_{\mathrm{ST}}}$$

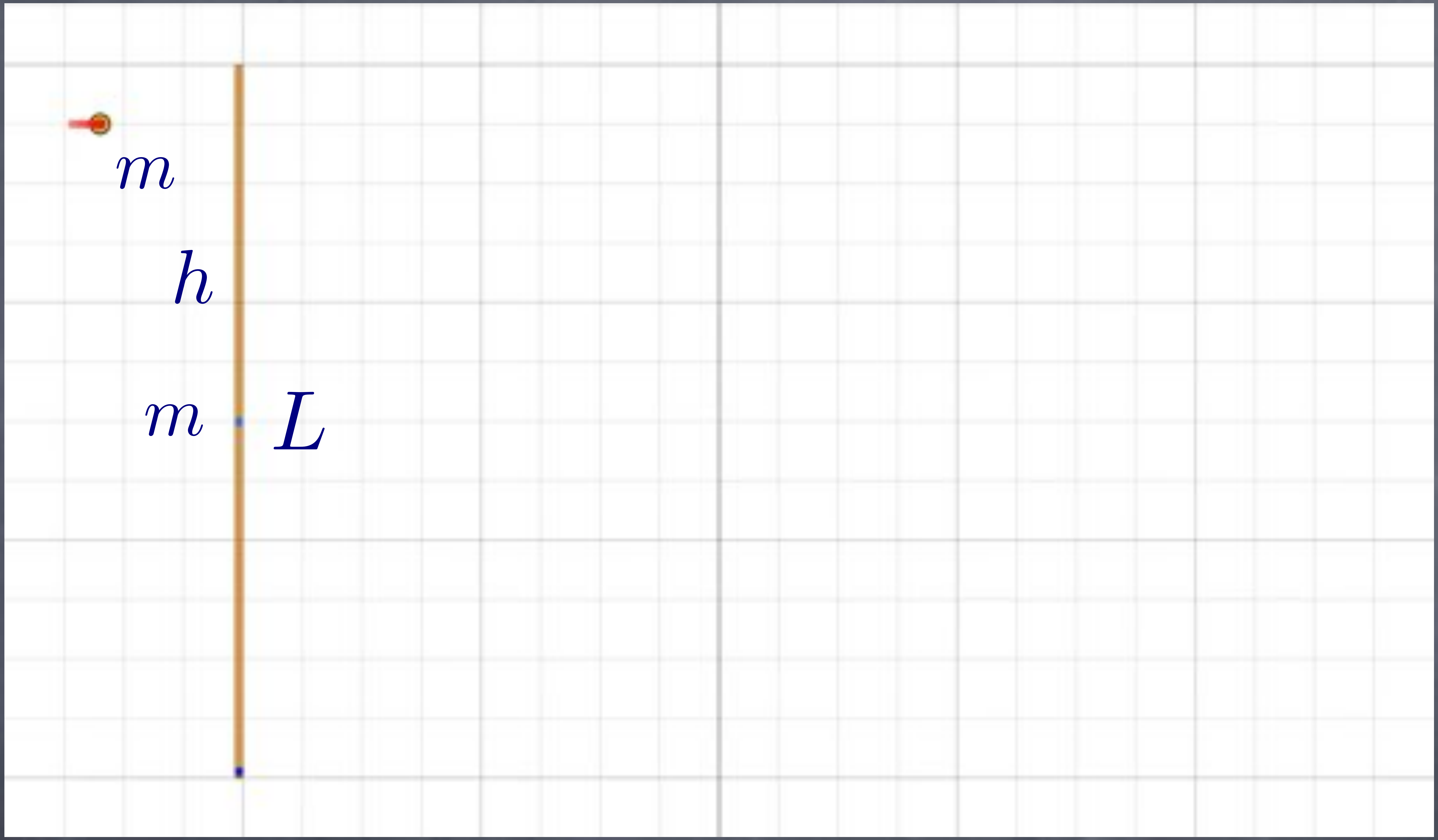
Movimiento circular y tercera ley de Newton

$$M_{\mathrm{S}} \frac{v_{\mathrm{S}}^2}{R_{\mathrm{S}}} = G \frac{M_{\mathrm{S}} M_{\mathrm{T}}}{d_{\mathrm{ST}}^2} \qquad M_{\mathrm{T}} \frac{v_{\mathrm{T}}^2}{R_{\mathrm{T}}} = G \frac{M_{\mathrm{S}} M_{\mathrm{T}}}{d_{\mathrm{ST}}^2}$$

Energía total (negativa)

$$E = -\frac{1}{2} G \frac{M_{\mathrm{S}} M_{\mathrm{T}}}{d_{\mathrm{ST}}}$$

Problema de choques en la Tierra



¿A que distancia h del centro de la barra, que tiene la misma masa que la bola, tiene que chocar la bola para que ambas salgan con la misma velocidad lineal del centro de masas.

Principios de conservación

Conservación del momento lineal

$$mv_0 = mv + mv$$

Conservación del momento angular

$$mv_0 h = m\frac{v_0}{2}h + \frac{mL^2}{12}\omega$$

Conservación de la energía mecánica

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{mL^2}{12}\omega^2$$

$$h = \frac{L}{\sqrt{6}}$$

Leyes de Newton y energías

Las leyes de Newton utilizan fuerzas, con independencia del tipo de fuerzas de que se traten.

Una fuerza conservativa, por ejemplo, gravitatoria, realiza trabajo, tiene asociada una fuente de trabajo, con variaciones de una energía potencial.

Una fuerza de restricción, por ejemplo, una fuerza normal, no realiza trabajo, no tiene asociada una fuente de trabajo.

Leyes de Newton y energías

Una fuerza no conservativa, por ejemplo, la fuerza sobre el borde de un disco que desciende un plano inclinado sin desliza, no realiza trabajo, pero puede transformar entre sí diversas energías mecánicas.

Una fuerza disipativa, por ejemplo, una fuerza de rozamiento, no realiza trabajo, y transforma energías mecánicas en energías no mecánicas.

Fuerzas

Gravitatorias
Electrostáticas
Magnéticas
Normales
Fricción: estática y dinámica
Tensión
Compresión
Presión
Flotación
Empuje, elevación

Colisiones elásticas

Sistema conjunto

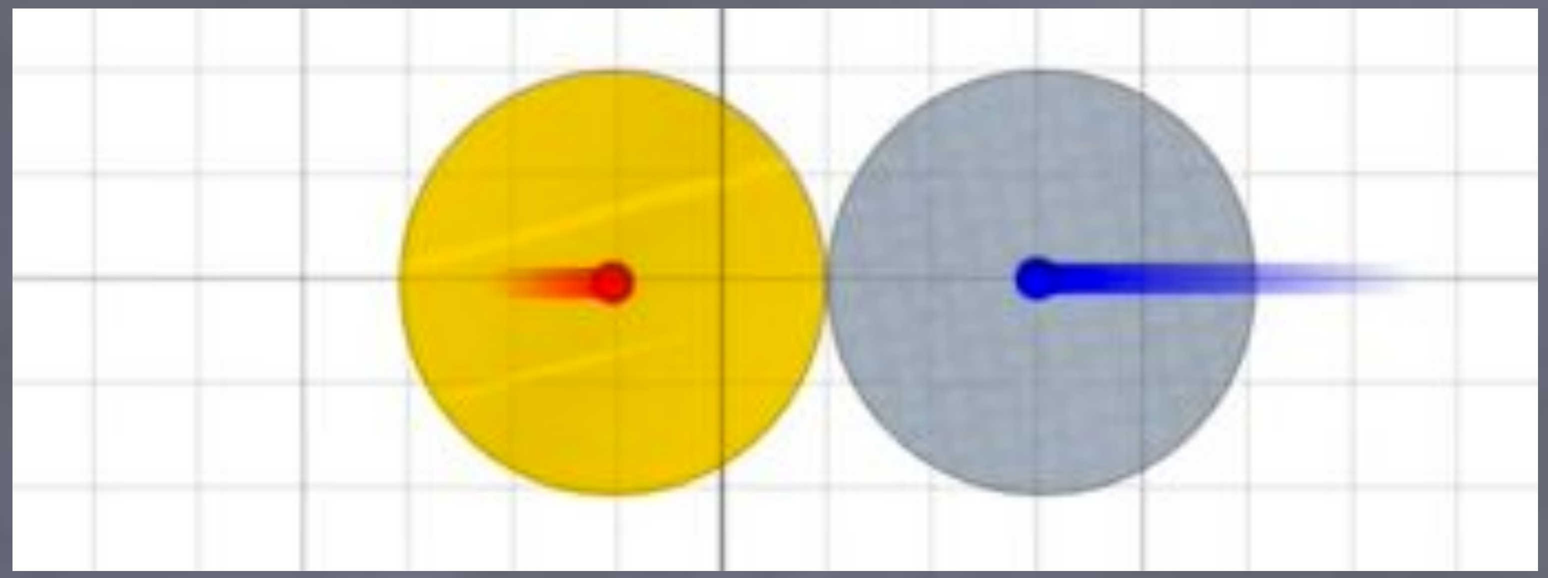
$$\Sigma_k \vec{F}_k \mathrm{d}t = M \mathrm{d}\vec{v}_{\mathrm{cm}}$$

$$\Sigma_k \vec{F}_k = 0$$

$$\mathrm{d}\vec{v}_{\mathrm{cm}} = 0$$

La velocidad, del centro de masas, no varía. Si inicialmente es cero, se mantiene igual a cero (Principio de inercia)

Colisiones elásticas



Sistema bola. Segunda ley de Newton. Impulso. Momento

$$\left.\begin{aligned}\bar{F}\Delta t &= 0 - m_1 v_1\\ -\bar{F}\Delta t &= 0 - (-m_2 v_2)\end{aligned}\right\} \quad m_1 v_1 = m_2 v_2$$

Sistema bola. Segunda ley de Newton. Impulso. Momento

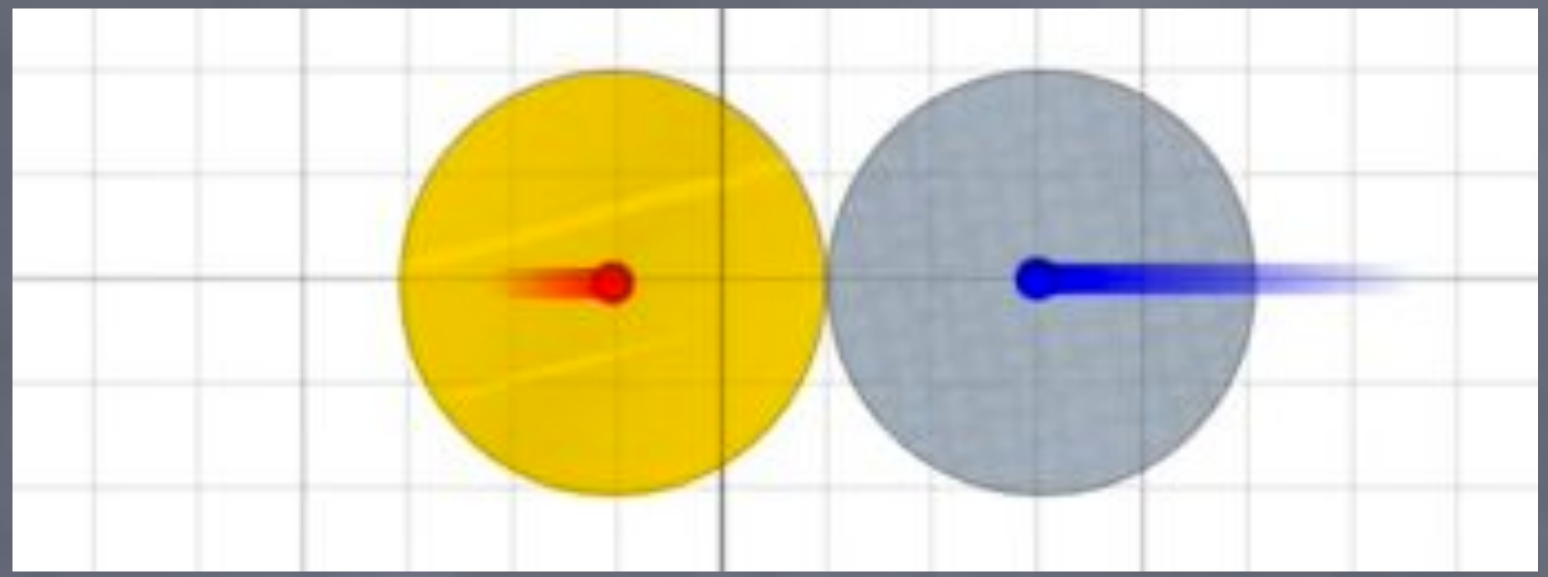
$$-\bar{F}\Delta t = -m_1 v_1 - 0$$

$$\bar{F}\Delta t = m_2 v_2 - 0$$

$$\left.\begin{aligned}\Delta p_1 &= -2m_1 v_1\\ \Delta p_2 &= +2m_2 v_2\end{aligned}\right\} \Delta p = 0$$

El momento lineal conjunto se conserva.

Colisiones elásticas



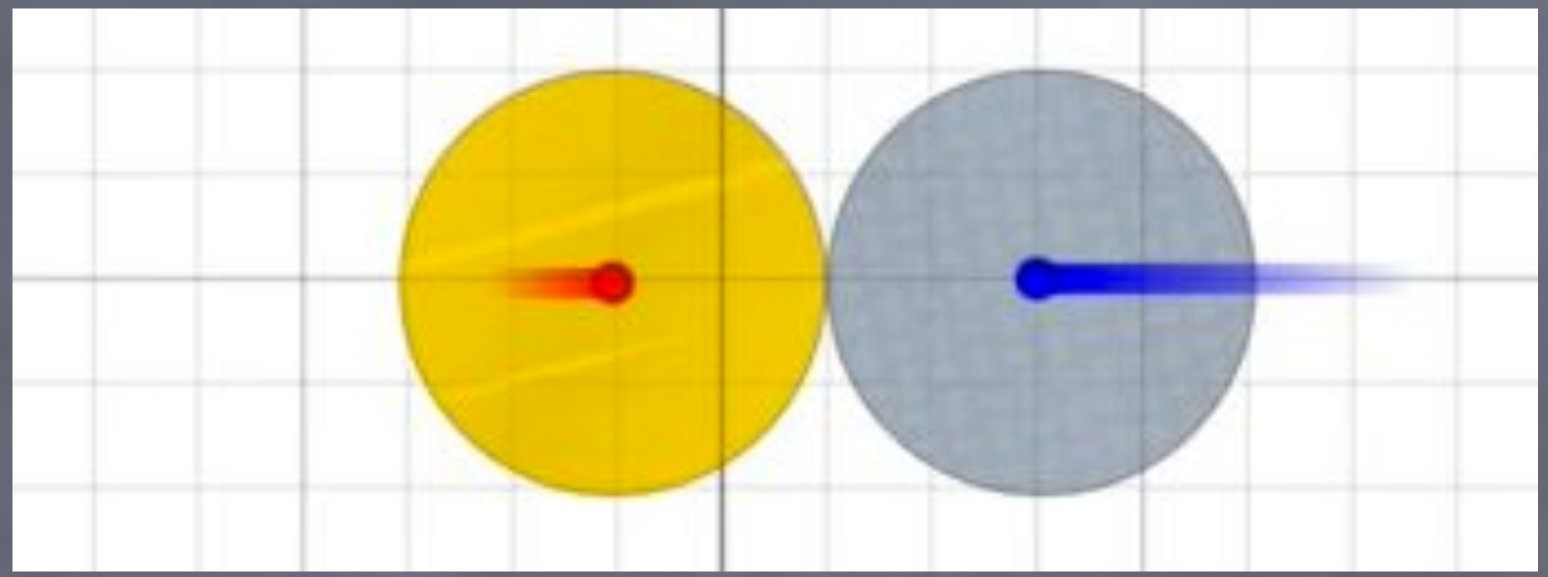
Sistema bola. Huygens. Trabajo. Energía cinética

$$-\bar{F}\Delta x_{\mathrm{cm},1} = 0 - \frac{1}{2}m_1 v_1^2 \qquad -\bar{F}\Delta x_{\mathrm{cm},2} = 0 - \frac{1}{2}m_2 v_2^2$$

$$\bar{F}\Delta x_{\mathrm{cm},1} = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 - 0 \qquad \bar{F}\Delta x_{\mathrm{cm},2} = \frac{1}{2}m_2 v_2^2 - 0$$

La energía cinética total es la misma antes y después de la interacción, pero no se conserva en todo momento.

Colisiones elásticas



Sistema bola. Huygens. Trabajo. Energía cinética

$$-\bar{F}\Delta x_{\mathrm{cm},1} = 0 - \frac{1}{2}m_1 v_1^2 \qquad -\bar{F}\Delta x_{\mathrm{cm},2} = 0 - \frac{1}{2}m_2 v_2^2$$

$$\bar{F}\Delta x_{\mathrm{cm},1} = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 - 0 \qquad \bar{F}\Delta x_{\mathrm{cm},2} = \frac{1}{2}m_2 v_2^2 - 0$$

La energía cinética total es la misma antes y después de la interacción, pero no se conserva en todo momento.

Principio de Hamilton
Principio de mínimo de la acción

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(x(t), \dot{x}(t))\mathrm{d}t$$

Lagrangiano

$$L(x(t), \dot{x}(t)) = K(\dot{x}(t)) - V(x(t))$$

Hamiltoniano

$$H(x(t), p(t)) = K(\dot{x}(t)) + V(x(t))$$

La energía mecánica se conserva a la vez que tiende a repartirse entre las diversas formas de energía cinética y potencial.

Principio de Hamilton

$$H(x,p) = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}kx^2 + V(x)$$

Hamiltoniano

$$v = \frac{\partial H}{\partial p} = \frac{p}{m} \Rightarrow p = mv$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial H}{\partial x} \Rightarrow \mathrm{d}(mv) = -kx\mathrm{d}t + F\mathrm{d}t$$

Ecuaciones de Hamilton

Segunda ley de Newton

Lagrangiano

$$L(x,v) = vp - H(x,v) = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}kx^2 - V(x)$$

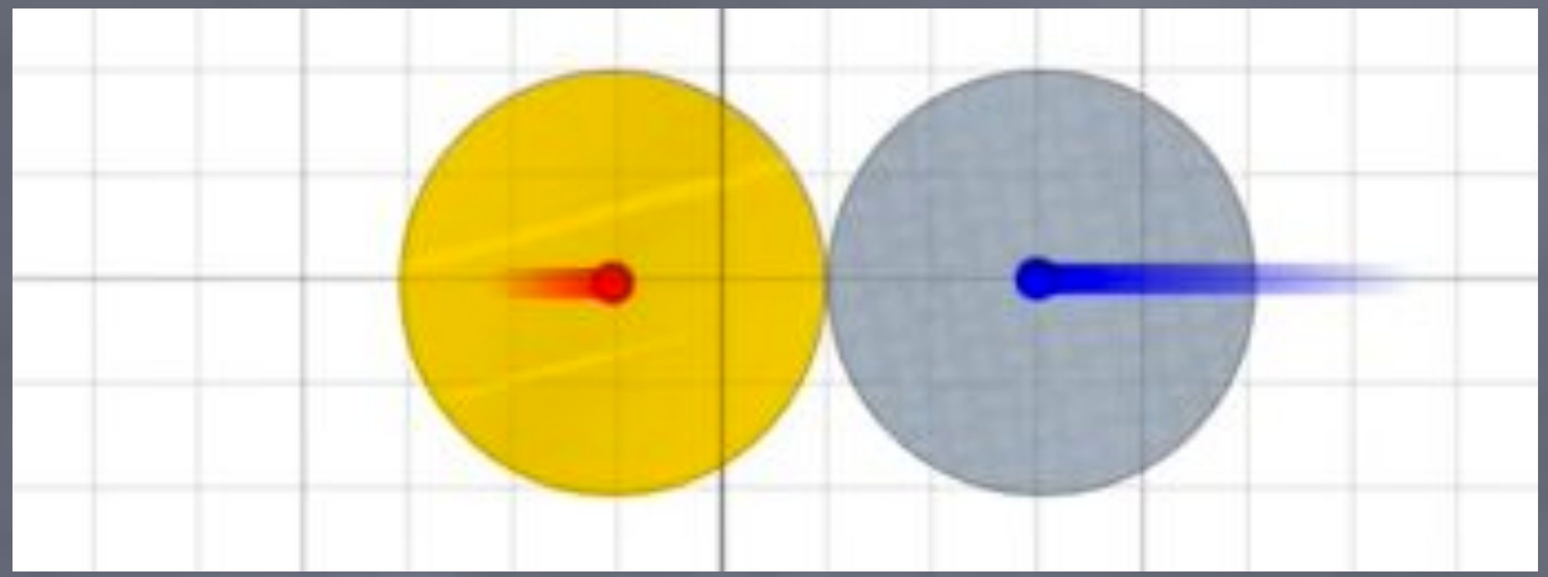
Ecuación de Euler-Lagrange

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial v} - \frac{\partial L}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(mv) + kx - F = 0 \Rightarrow \mathrm{d}(mv) = (-kx + F)\mathrm{d}t$$

Segunda ley de Newton

Colisiones elásticas. Muelles internos



Hamiltoniano

$$H(x_1, v_1) = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} k (x_1 - x_0)^2$$

$$L(x_1, v_1) = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} k (x_1 - x_0)^2$$

Ecuación Euler-Lagrange

Segunda ley de Newton

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial L}{\partial v_1} - \frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} m_1 v_1 + k(x_1 - x_0) = 0$$

Fuerzas conservativas. Trabajo de las fuerzas internas

Colisiones elásticas

Segunda ley de Newton

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} m_1 v_1 + k(x_1 - x_0) = 0 \qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} m_2 v_2 + k(x_2 - x_0) = 0$$

$$v_1 \mathrm{d}t = \mathrm{d}t$$

$$\mathrm{d}(\frac{1}{2} m_1 v_1^2) + k(x_1 - x_0)\mathrm{d}x_1 = 0$$
$$\mathrm{d}(\frac{1}{2} m_2 v_2^2) + k(x_2 - x_0)\mathrm{d}x_2 = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} = 0$$

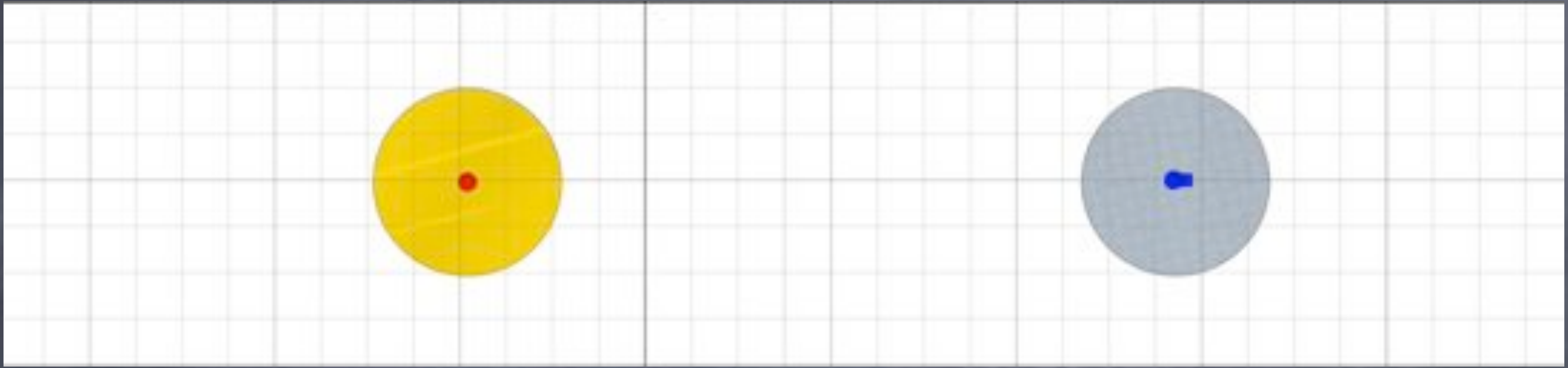
Conservación de la energía mecánica, suma de la energía cinética más la energía elástica.

Cuando se conserve la energía mecánica se cumple el principio de mínima acción de Hamilton.

Las fuerzas son conservativas, realizan trabajo.

El formalismo lagrangiano-hamiltoniano es equivalente al formalismo de la segunda ley de Newton.

Colisiones inelásticas



Durante el choque inelástico, se conserva el momento lineal, pero no se conserva la energía cinética

Colisiones inelásticas

$$\left.\begin{aligned} -\bar{F}\Delta t &= 0 - m_1 v_1 \\ \bar{F}\Delta t &= 0 - (-m_2 v_2) \end{aligned}\right\} \quad \Delta p_1 + \Delta p_2 = 0$$

Durante el choque inelástico, se conserva el momento lineal

$$\left.\begin{aligned} -\bar{F}\Delta x_{\mathrm{cm},1} &= 0 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \\ -\bar{F}\Delta x_{\mathrm{cm},2} &= 0 - \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \end{aligned}\right\}$$

$$\Delta K_1 + \Delta K_2 = -\frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

Durante el choque inelástico, no se conserva la energía cinética

Colisiones inelásticas. Bolas sin muelle interno

$$H(x_1, v_1) = \frac{p_1^2}{2m_1} = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 \qquad L(x_1, v_1) = \frac{1}{2}m_1 v_1^2$$

Ecuación Euler-Lagrange-Rayleigh

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial v_1} - \frac{\partial L}{\partial x_1} = -\frac{\partial R(x_1)}{\partial x_1}$$

Función de Rayleigh

$$R(x_1) = \bar{f} x_1$$

Segunda ley de Newton

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} m_1 v_1 = -\bar{f} \qquad \frac{1}{2}m_1 \mathrm{d}v_1^2 = -\bar{f}\mathrm{d}x_1 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} = -\bar{f} v_1$$

Durante el choque inelástico, no se conserva, se pierde, la energía mecánica

Teorema de Noether

$$L(x,v) = \frac{1}{2}mv^2$$

Ecuación Euler-Lagrange

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial v} - \frac{\partial L}{\partial x} = 0$$

Segunda ley de Newton

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}mv = 0$$

Teorema de Noether

El lagrangiano presenta simetría por traslación. El momento lineal se conserva.

Cuerpo sometido a una fuerza disipativa

$$L(x,v) = \frac{1}{2}mv^2$$

Ecuación Euler-Lagrange-Rayleigh

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial v} - \frac{\partial L}{\partial x} = -\frac{\partial R(x)}{\partial x}$$

Función de Rayleigh

$$R(x) = \bar{f}x$$

Segunda ley de Newton

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}mv = -\bar{f}$$

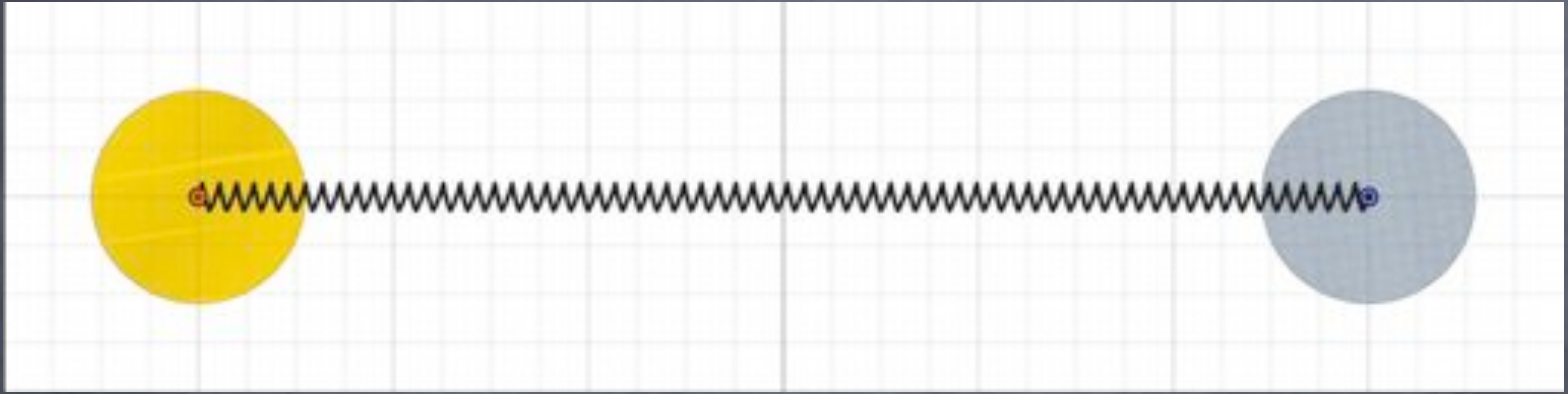
Aunque el lagrangiano presenta simetría por traslación, el momento lineal no se conserva.

Cuando no se conserve la energía mecánica no se cumple el principio de mínima acción de Hamilton. Hay que introducir funciones de disipación de Rayleigh para reproducir las ecuaciones del movimiento.

Las fuerzas no son conservativas y no realizan trabajo.

El formalismo lagrangiano-hamiltoniano, con las funciones de Rayleigh, es equivalente al formalismo de la segunda ley de Newton.

Bolas chocan contra un muelle externo



Se conserva el momento lineal, no se conserva la energía cinética, no se conserva la energía elástica. Se conserva la energía mecánica.

Bolas chocan con muelles internos

Se conserva el momento lineal, durante un instante no se conserva la energía cinética. Se conserva la energía mecánica.

Campo de fuerzas conservativas. Muelle externo

$$H(x_1, v_1) = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + V(x_1)$$

$$V(x) = \frac{1}{2} k (x_1 - x_0)^2$$

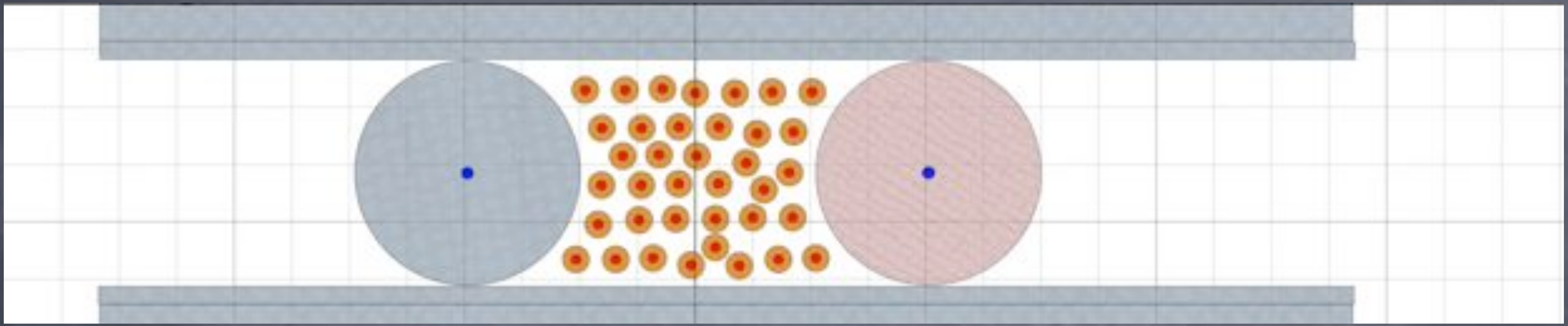
$$L(x_1, v_1) = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} k (x_1 - x_0)^2$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} m_1 v_1 - k(x_1 - x_0) = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} = 0$$

Se conserva la energía mecánica, suma de energía cinética más energía elástica.
Fuerzas conservativas. Trabajo de las fuerzas externas.

Proyectil lanzado por un obús con pólvora (o una mezcla de hidrógeno y oxígeno)



Se conserva el momento lineal.

Se produce energía mecánica a partir de una fuente de trabajo no mecánica (pólvora).

Proyectil lanzado por un obús con pólvora (o una mezcla de hidrógeno y oxígeno)

Se produce energía mecánica a partir de una fuente de trabajo no mecánica (pólvora).

Producción de energía mecánica

$$H(x_1, v_1) = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$L(x_1, v_1) = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial L}{\partial v_1} - \frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial P(x_1)}{\partial x_1}$$

$$P(x_1) = \bar{f} x_1$$

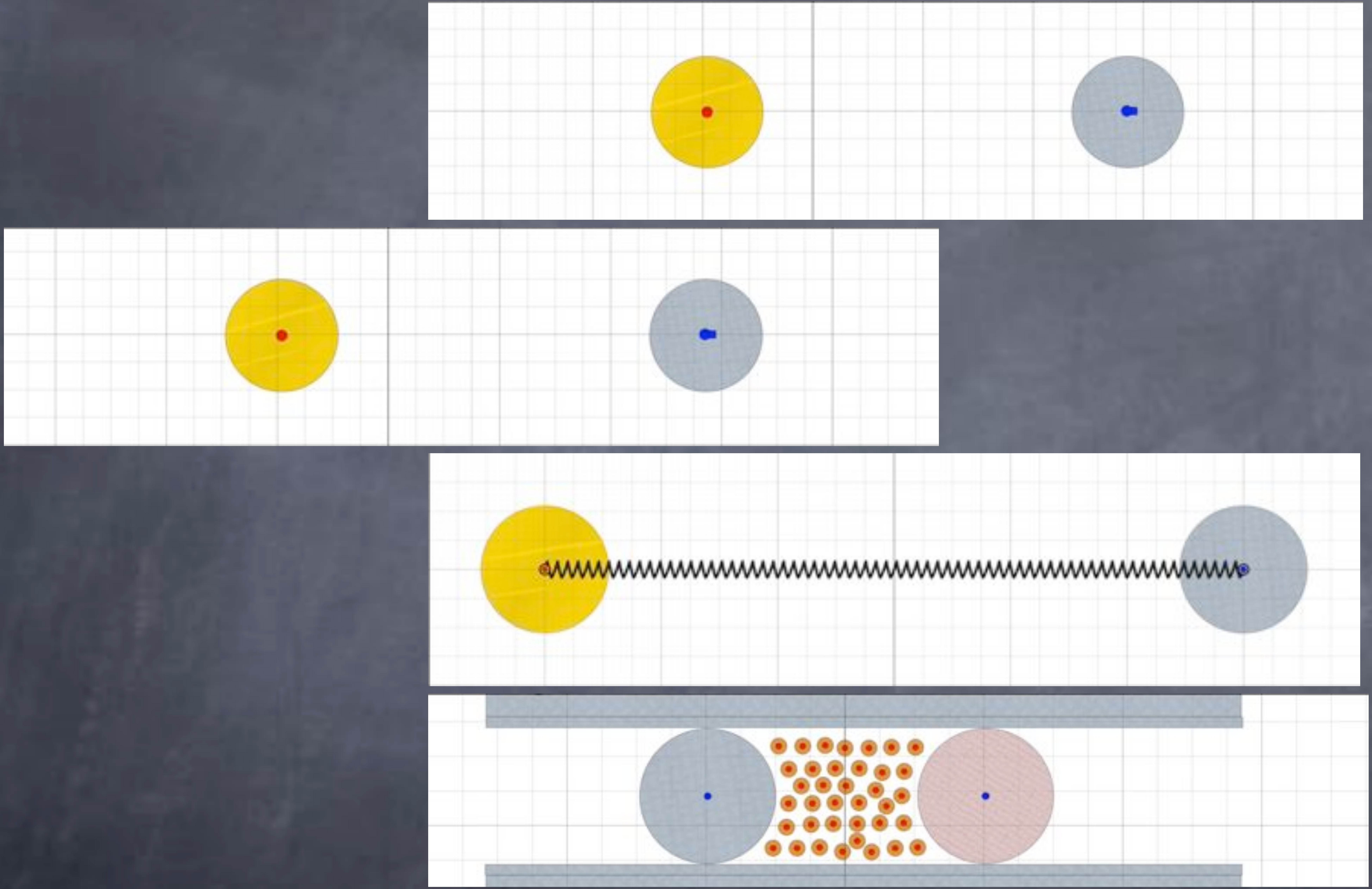
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} m_1 v_1 = \bar{f}$$

$$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} = \bar{f} v_1$$

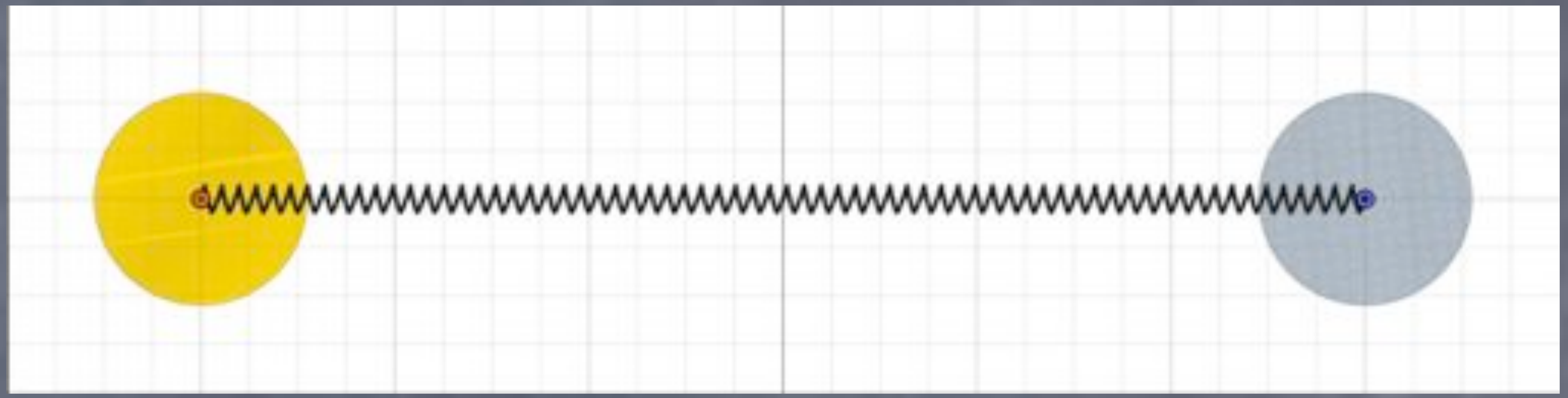
Se produce energía mecánica, a partir de energía no mecánica.
Trabajo de las fuerzas externas. Fuente de trabajo no mecánica.
Máquina térmica.

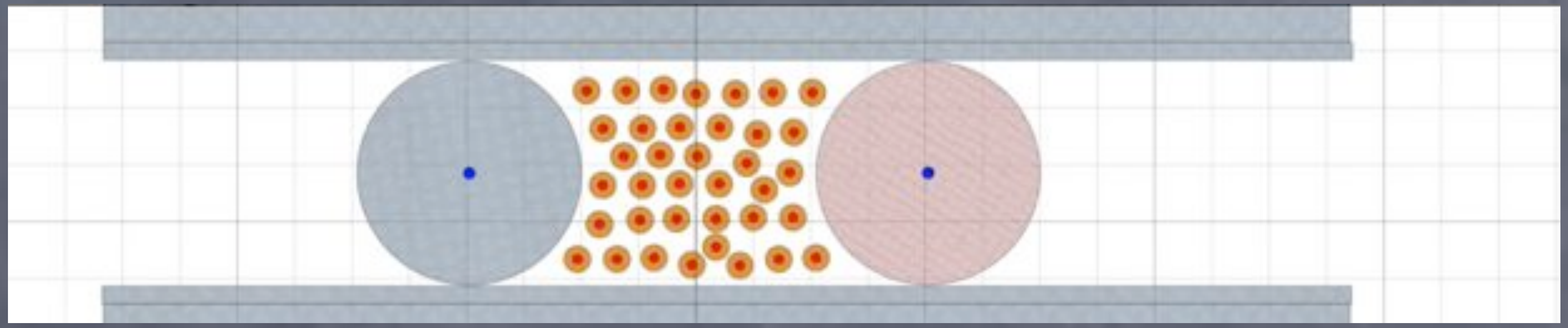
Cuando se produzca energía mecánica -- en una máquina térmica --, no se cumple el principio de mínima acción de Hamilton.
Cuando interviene una máquina térmica, hay que introducir funciones de producción para reproducir las ecuaciones del movimiento.

El formalismo lagrangiano-hamiltoniano, con las funciones de producción, es equivalente al formalismo de la segunda ley de Newton.



La segunda ley de Newton es la misma en todos estos casos.





Se conserva el momento lineal.
La energía mecánica se puede conservar, disipar o producir, y la segunda ley de Newton no distingue entre todos estos casos.

FIN

Ideas que dan forma a la física

Las leyes de la física son universales

(Las leyes de Newton en los cielos como en la tierra)

Prof. J Güémez
Departamento de Física Aplicada
Universidad de Cantabria

Santander, enero 2019