

Momento lineal total

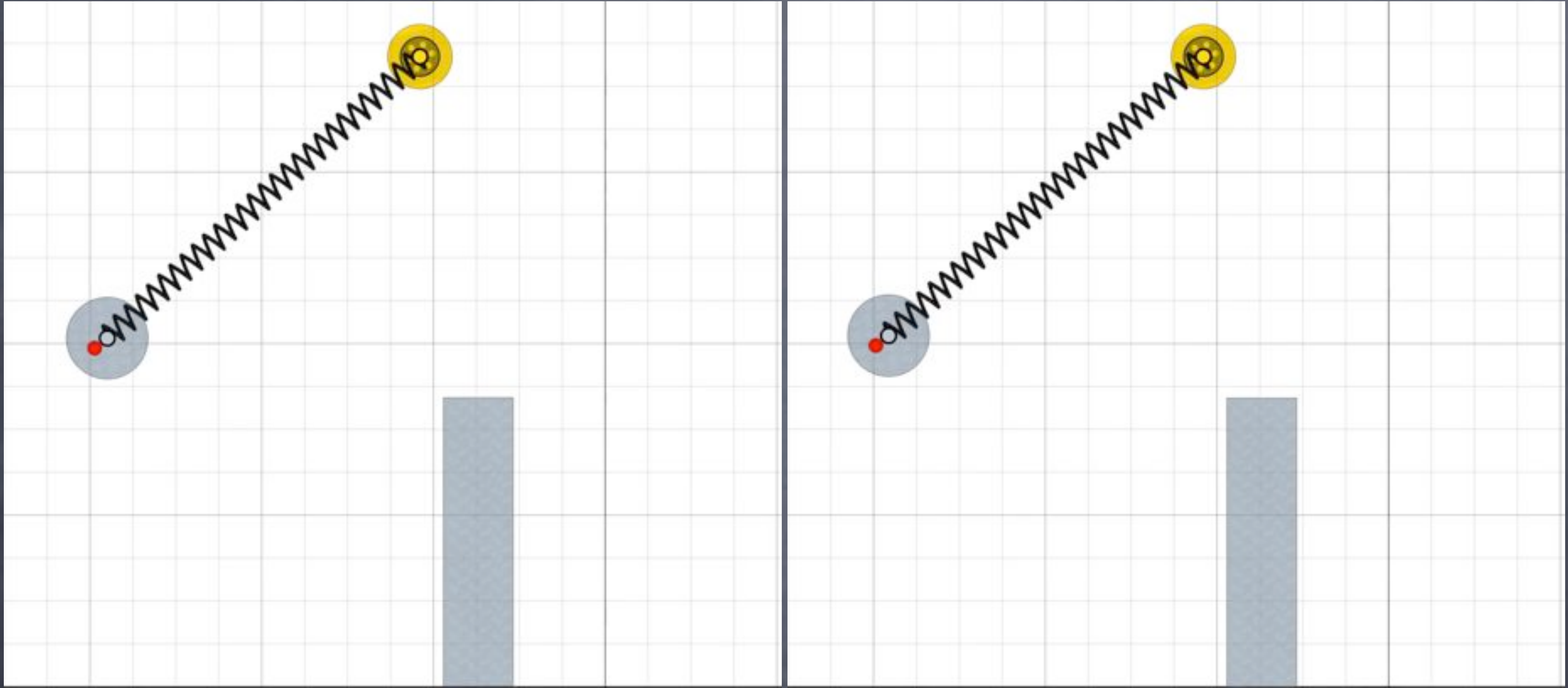
$$\sum_i m_i = M$$
$$\sum_i m_i v_i = M v_{\text{cm}}$$
$$v_{\text{cm}} = \frac{\sum_i m_i v_i}{M}$$

El momento lineal total de un sistema es igual al momento del centro de masas. No puede ocultarse en formas microscópicas

Si se conserva el momento lineal, se conserva la velocidad del centro de masas y la energía cinética del centro de masas.

$$K_{\text{cm}} = \frac{1}{2} M v_{\text{cm}}^2$$

Choques y leyes de Newton



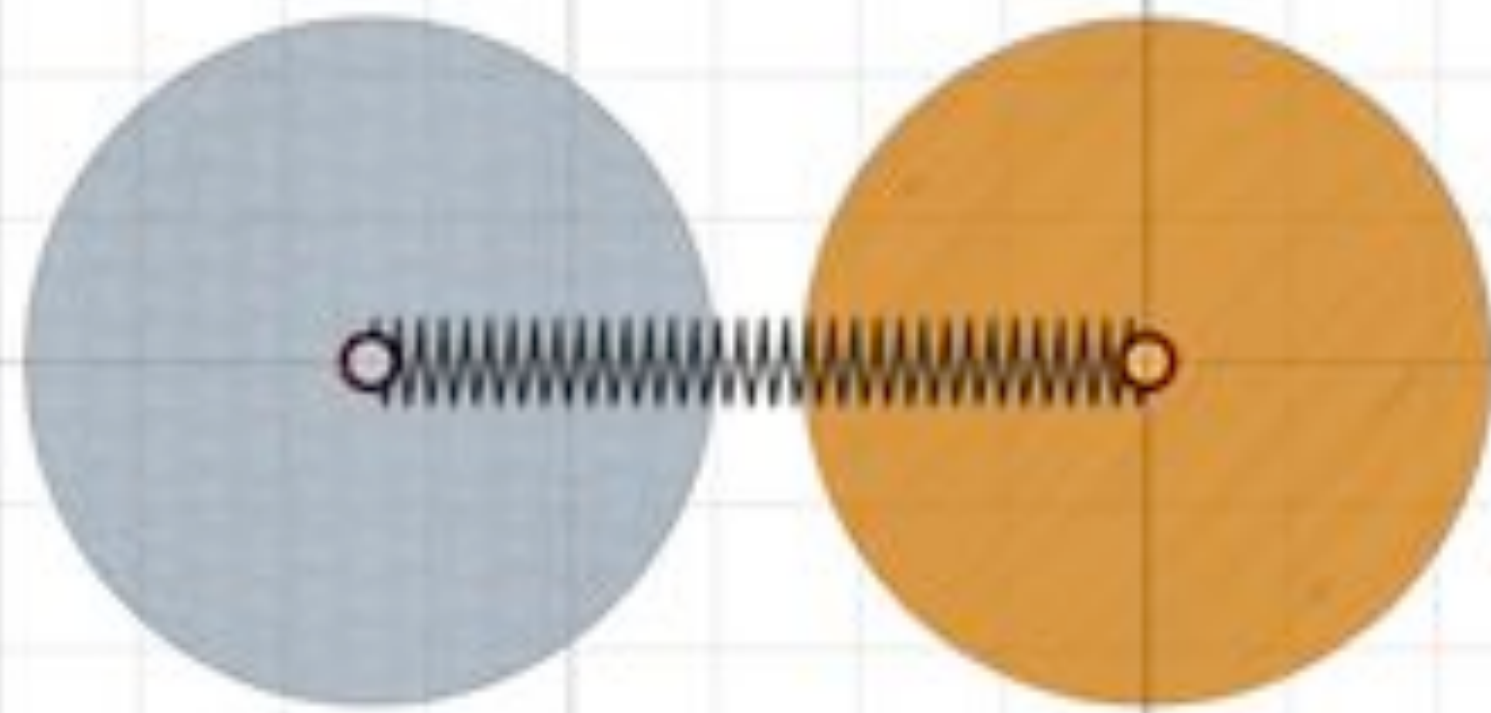
En un choque elástico el impulso ejercido es el doble que en el mismo choque inelástico. La variación del momento lineal de cada cuerpo es el doble que en un choque inelástico

Choque elástico. Referencial del momento nulo



Durante un pequeño intervalo de tiempo, las velocidades de las bolas son casi nulas.

Dos cuerpos unidos por un muelle

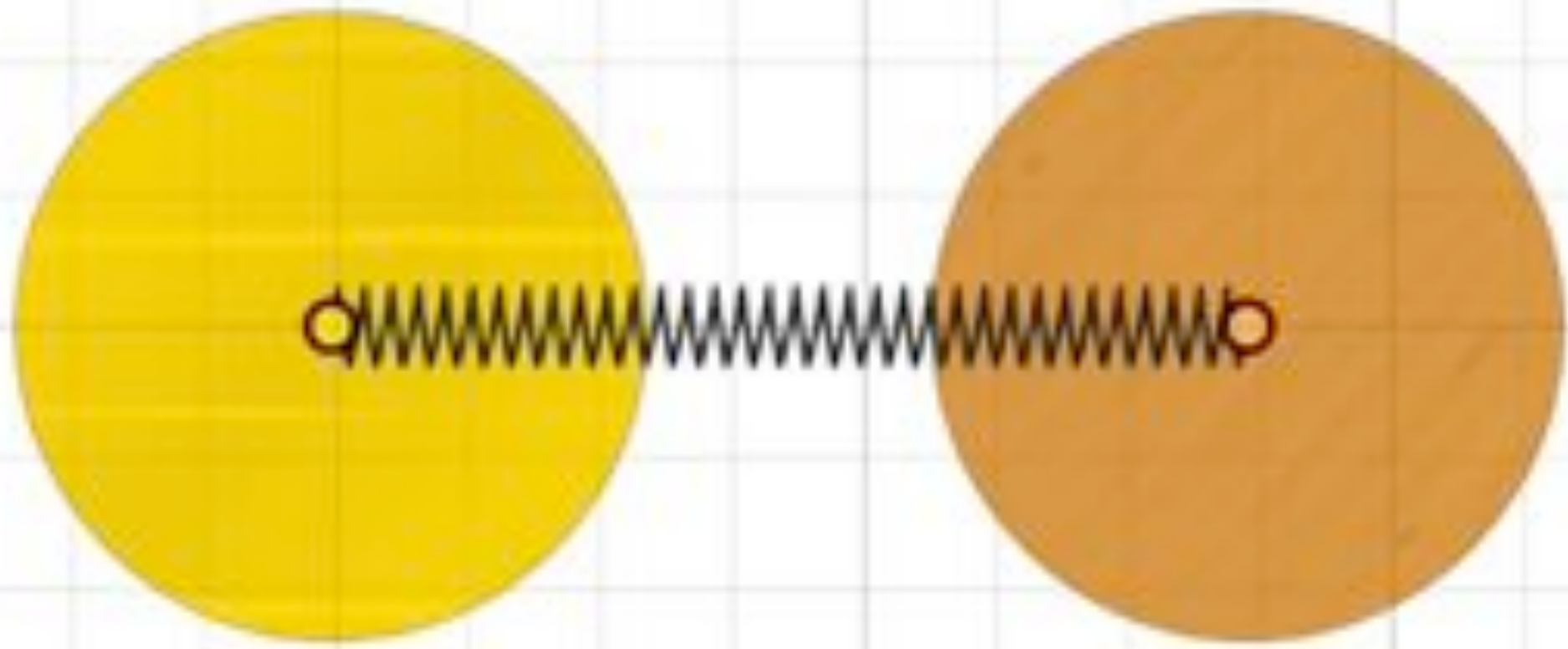


$$0 = m_c \bar{v}_c + m_p \bar{v}_p$$

$$0 \neq \frac{1}{2} m_c \bar{v}_c^2 + \frac{1}{2} m_p \bar{v}_p^2$$

Se conserva el momento lineal, pero se produce energía cinética

Lanzamiento de un proyectil por un cañón



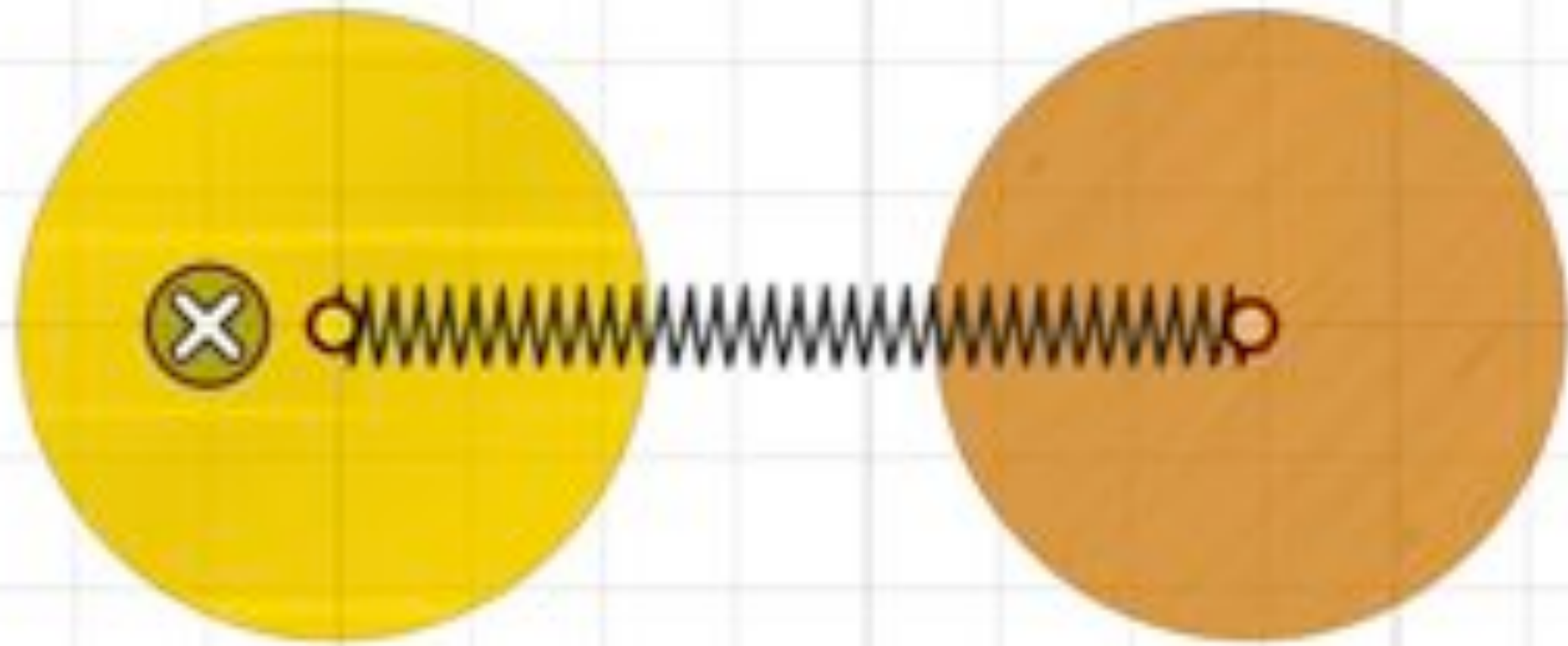
$$0 = m_c \bar{v}_c + m_p \bar{v}_p$$

$$0 \neq \frac{1}{2} m_c \bar{v}_c^2 + \frac{1}{2} m_p \bar{v}_p^2$$

Se conserva el momento lineal, pero se produce energía cinética

Segunda ley de Newton

Cuando uno de los cuerpos que intervienen en la colisión tiene masa infinita,



$$\lim_{m_2 \rightarrow \infty, \bar{v}_2 \rightarrow 0} m_2 \bar{v}_2 = -F \Delta t$$

$$\lim_{m_2 \rightarrow \infty, \bar{v}_2 \rightarrow 0} \frac{1}{2} m_2 \bar{v}_2^2 = 0$$

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{F} \Delta t$$

Energía cinética total

$$K = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} M v_{\text{cm}}^2 + \sum_i \frac{1}{2} m_i (v_i - v_{\text{cm}})^2$$

$$K = K_{\text{cm}} + K_{\text{I}}$$

Si se conserva el momento lineal, se conserva la velocidad del centro de masas y la energía cinética del centro de masas, pero no necesariamente la energía cinética total.

Para poder mantener un principio de conservación de la energía (mecánica), hay que admitir que hay formas mecánicas, diferentes de la energía cinética, de acumular energía (energía elástica, etc.).

Energía cinética total

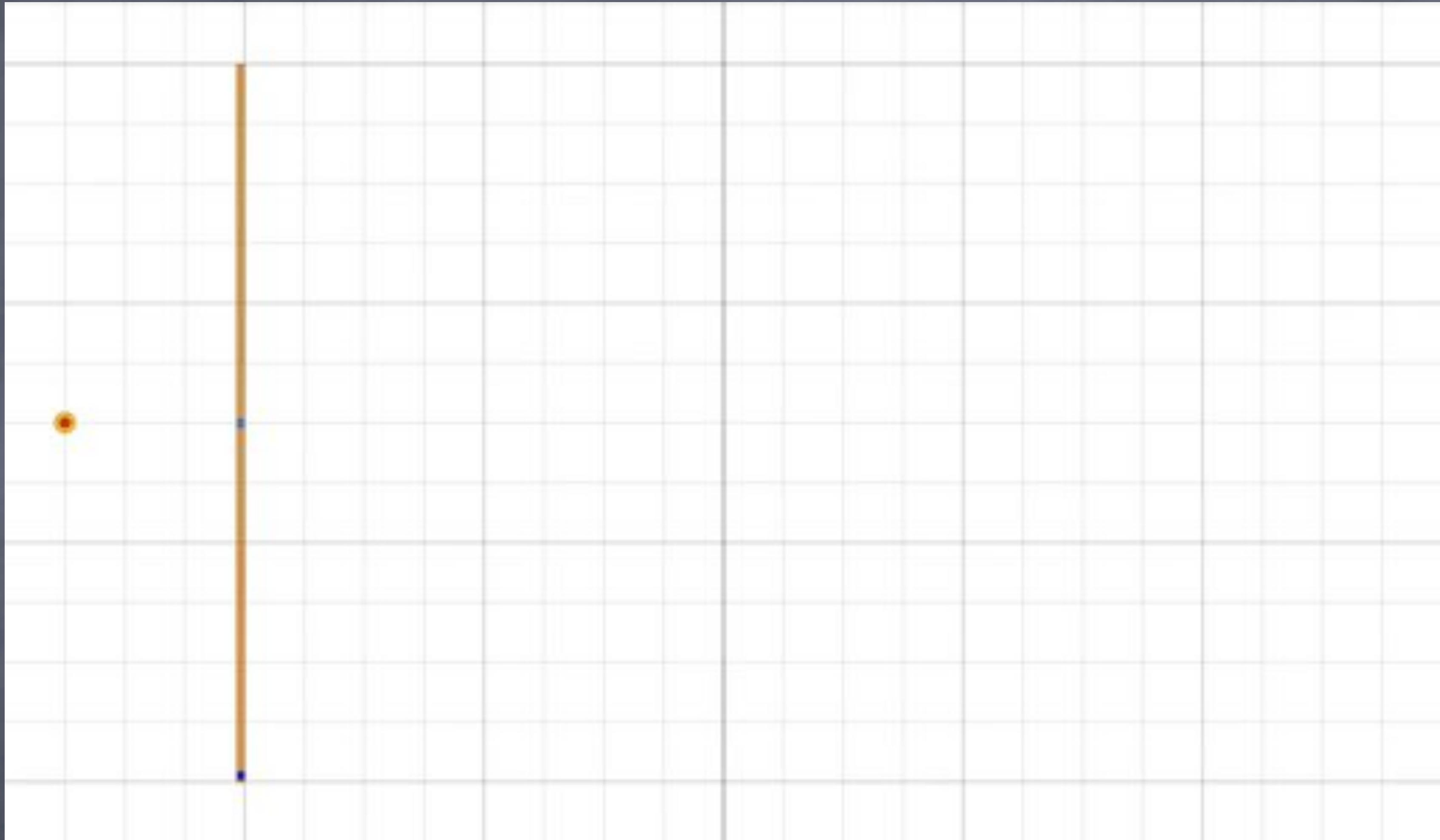
$$K = K_{\text{cm}} + K_{\text{I}}$$

La energía puede adoptar formas ocultas, internas, macroscópicas o microscópicas, etc.

En los choques elásticos, hay un momento en que la energía cinética es cero. Se oculta en forma de energía elástica interna.

En los choques inelásticos, desaparece energía cinética. Se oculta en forma de energía térmica interna, dependiente de la temperatura.

Otros choques



Velocidad lineal de traslación del centro de masas de la bola
Velocidad lineal de traslación del centro de masas de la barra
Dos incógnitas y dos ecuaciones

Otros choques

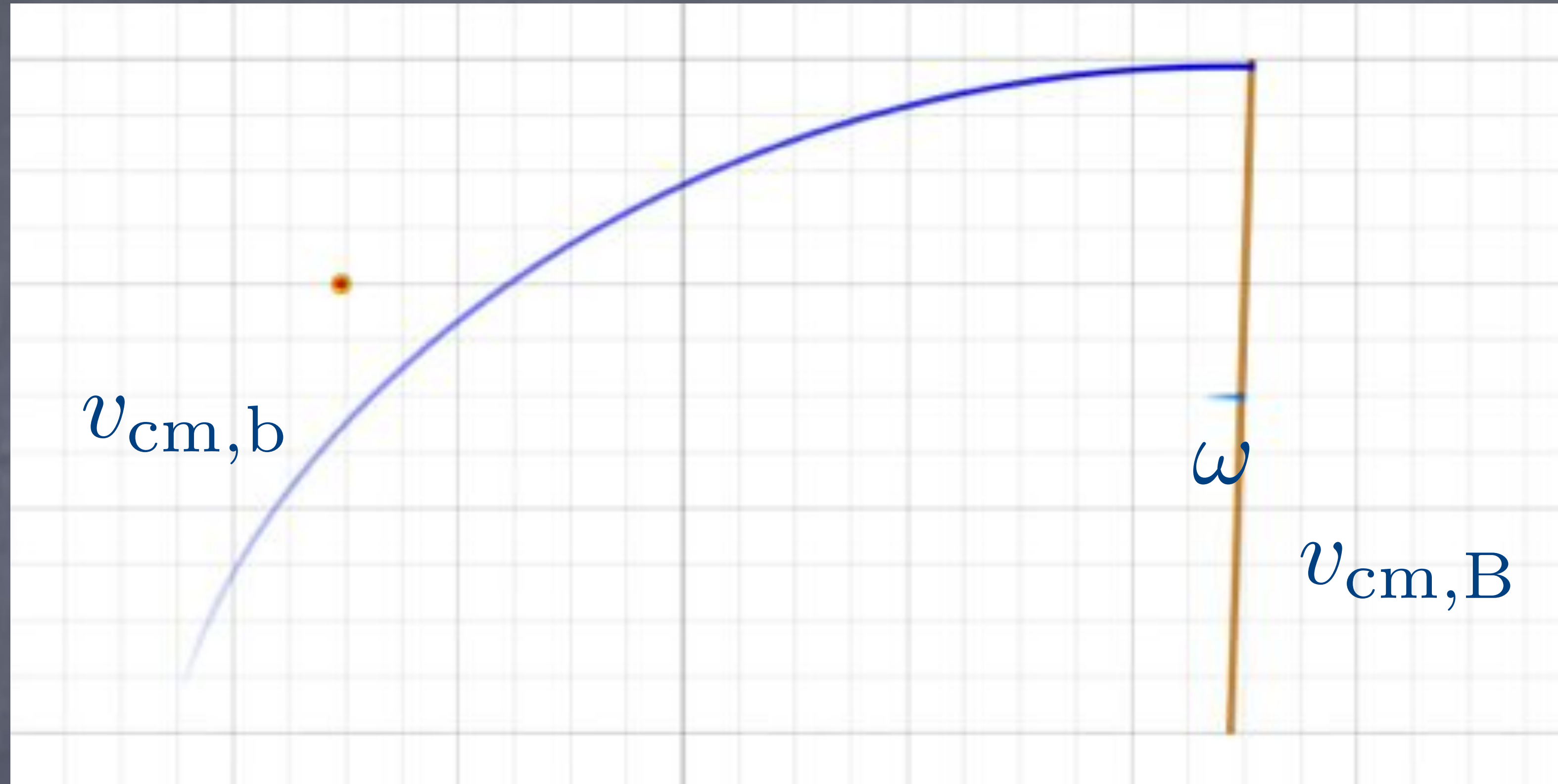


Velocidad lineal de traslación del centro de masas de la bola

Velocidad lineal de traslación del centro de masas de la barra

Velocidad angular de rotación de la barra

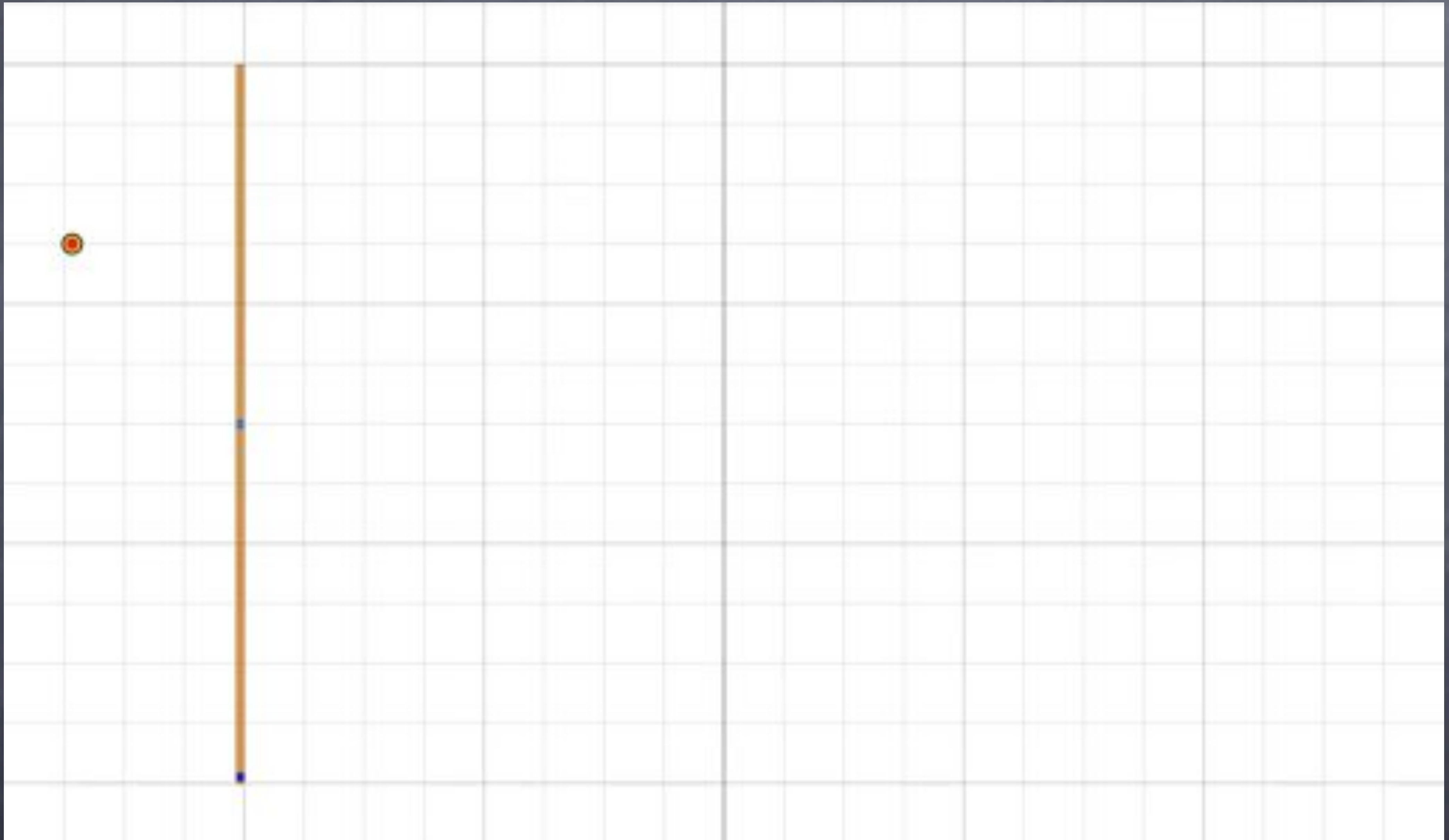
Otros choques



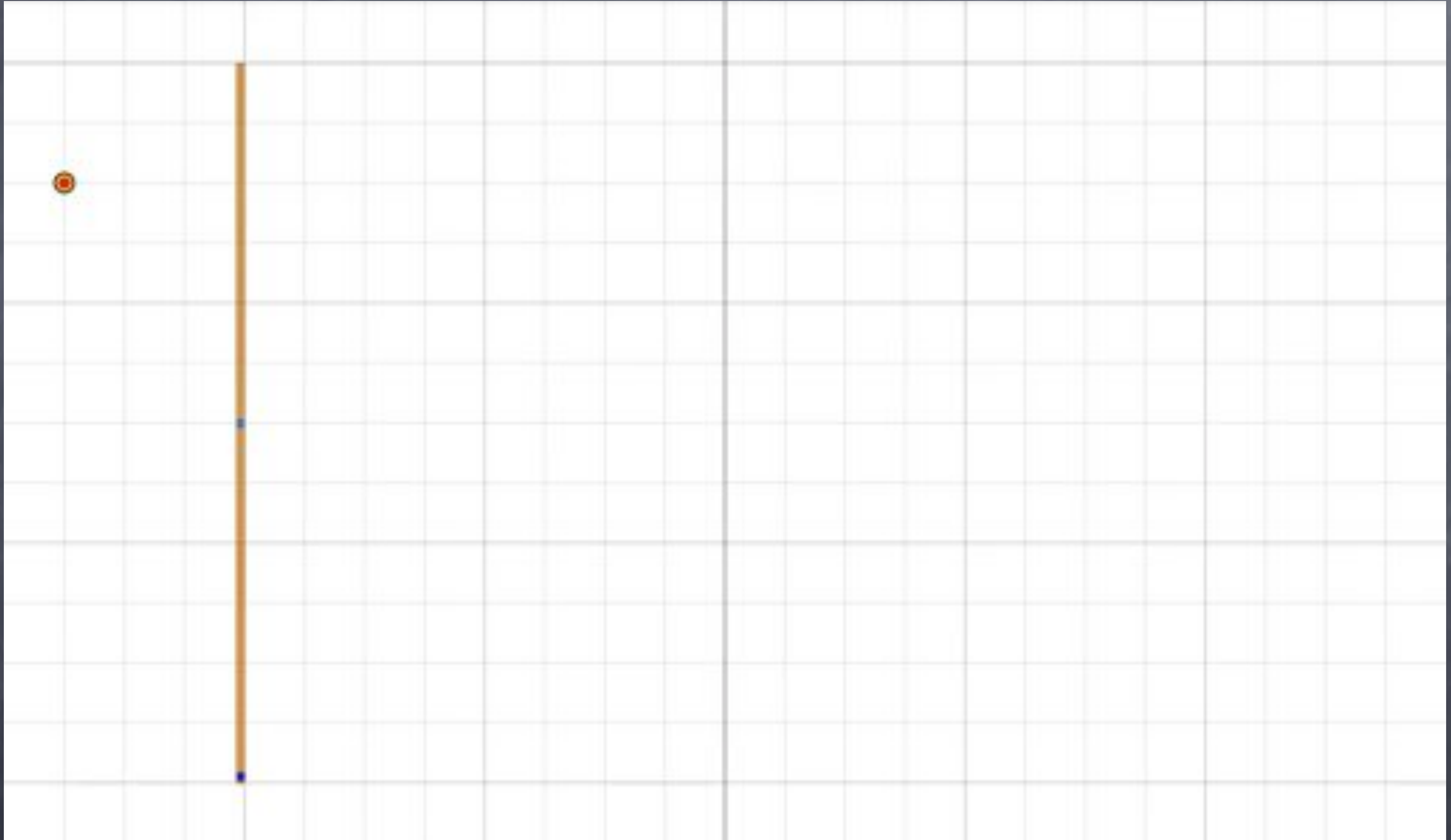
Se conserva el momento lineal (y la velocidad del centro de masas)
No se conserva la energía cinética, de traslación, total.

$v_{cm,b}$ $v_{cm,B}$ ω
Tres incógnitas, sólo dos ecuaciones (y no completas)

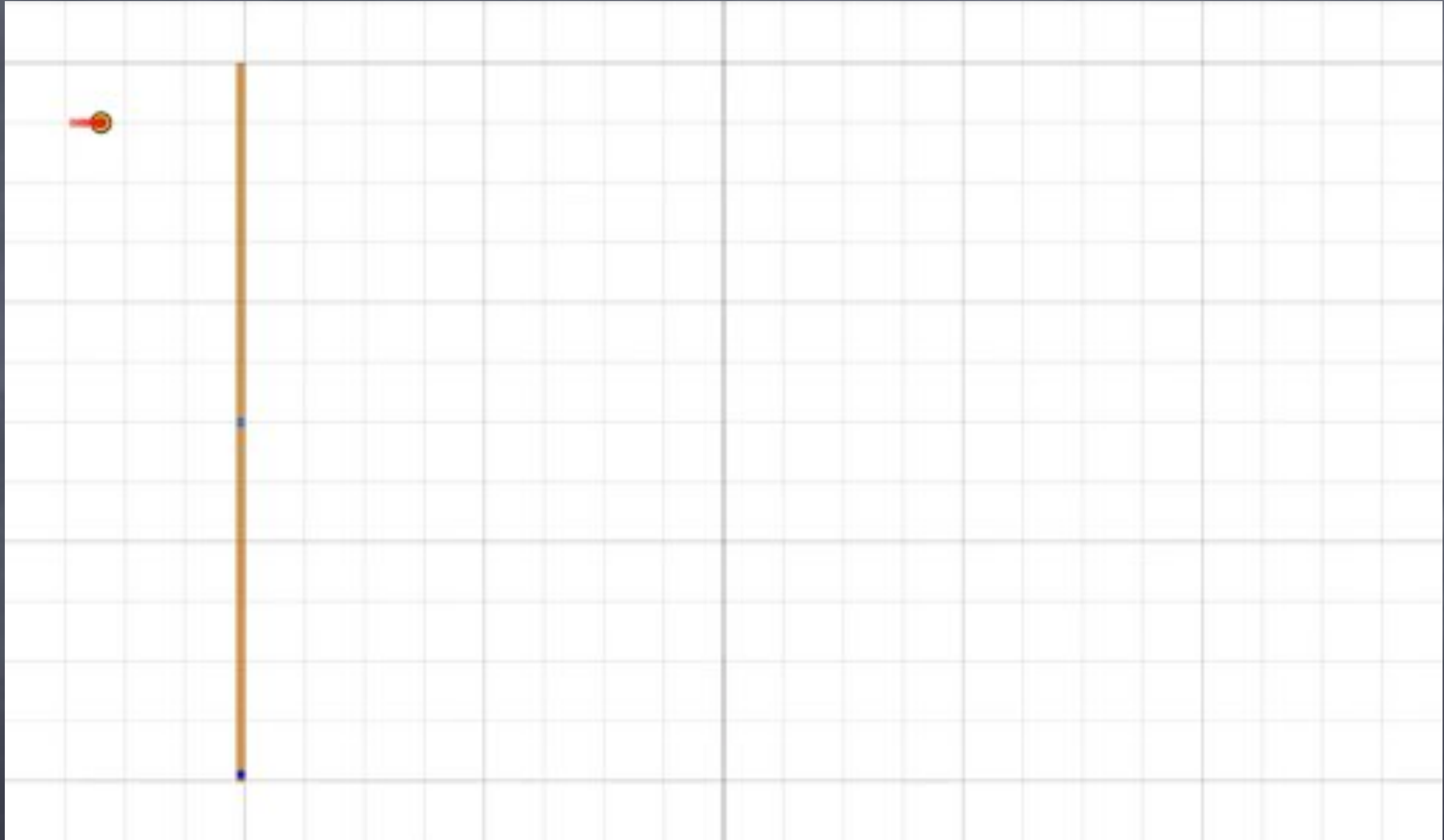
Otros choques



Otros choques

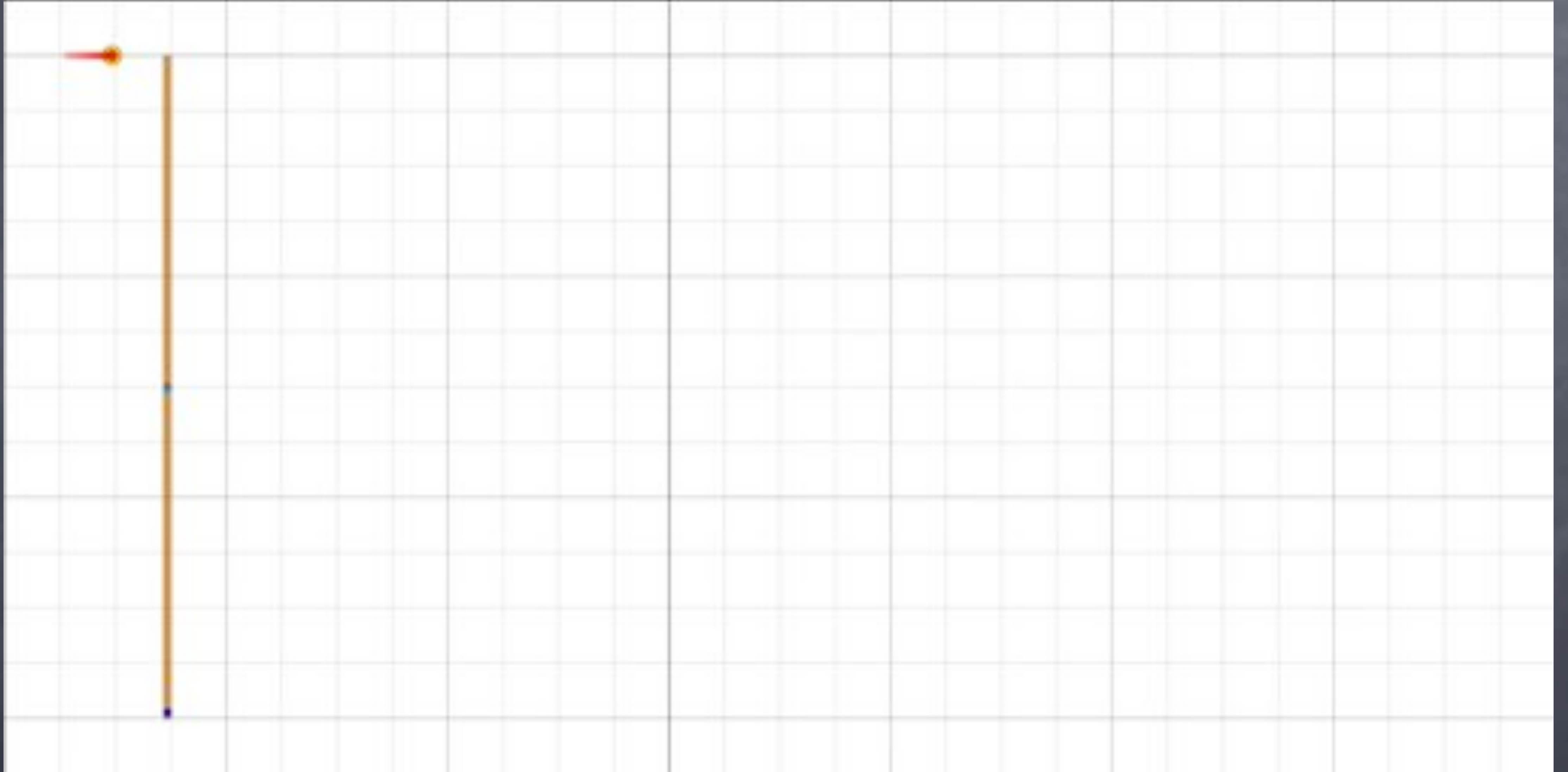


Otros choques

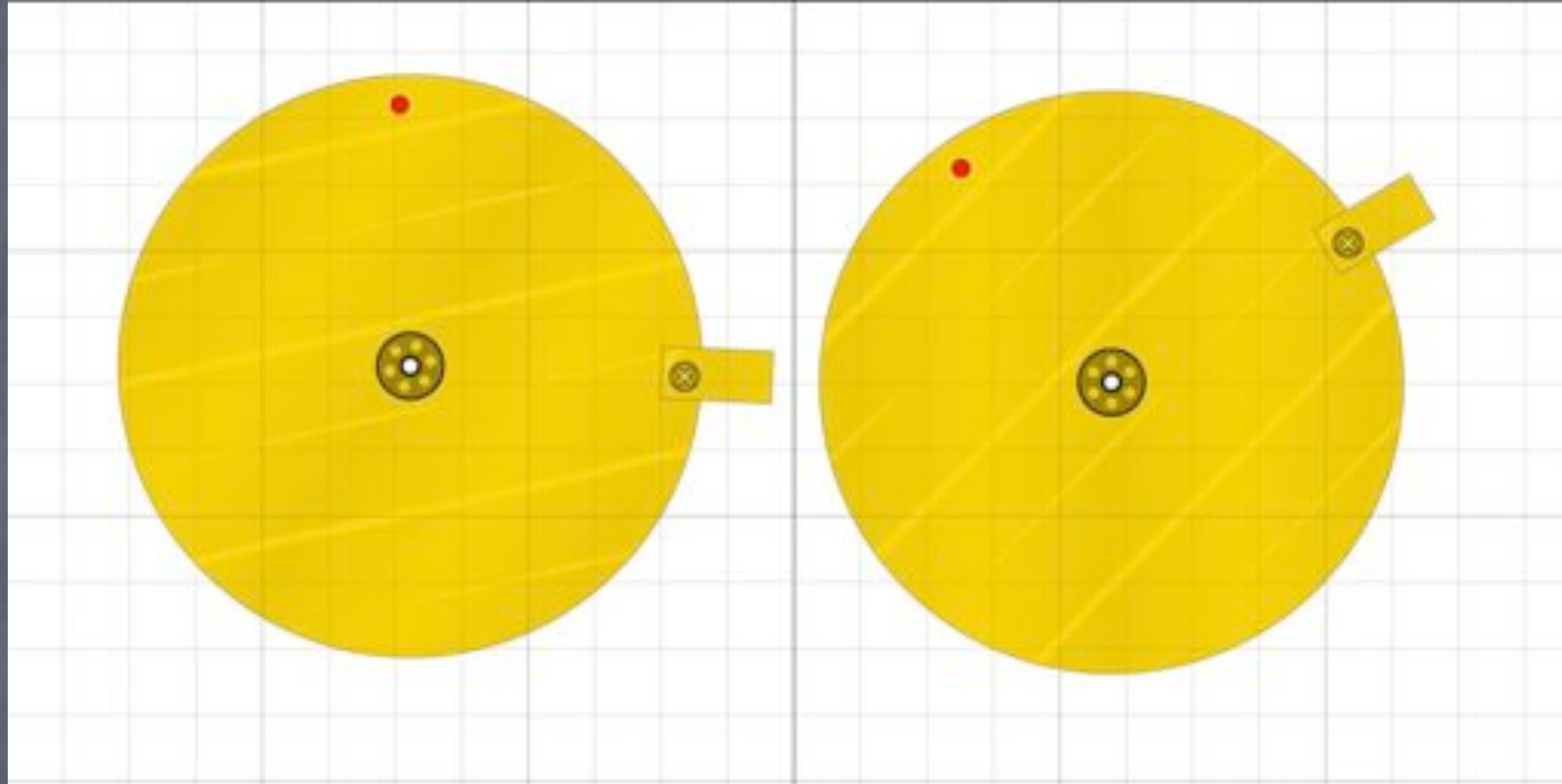


Choque elástico. Es como si la bola atravesara la barra.

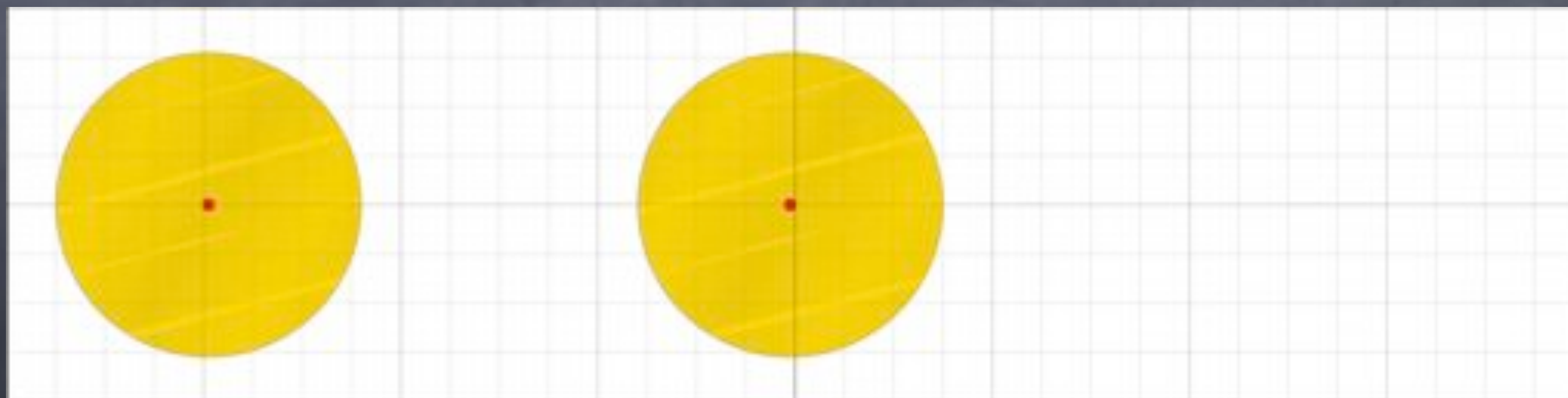
Otros choques



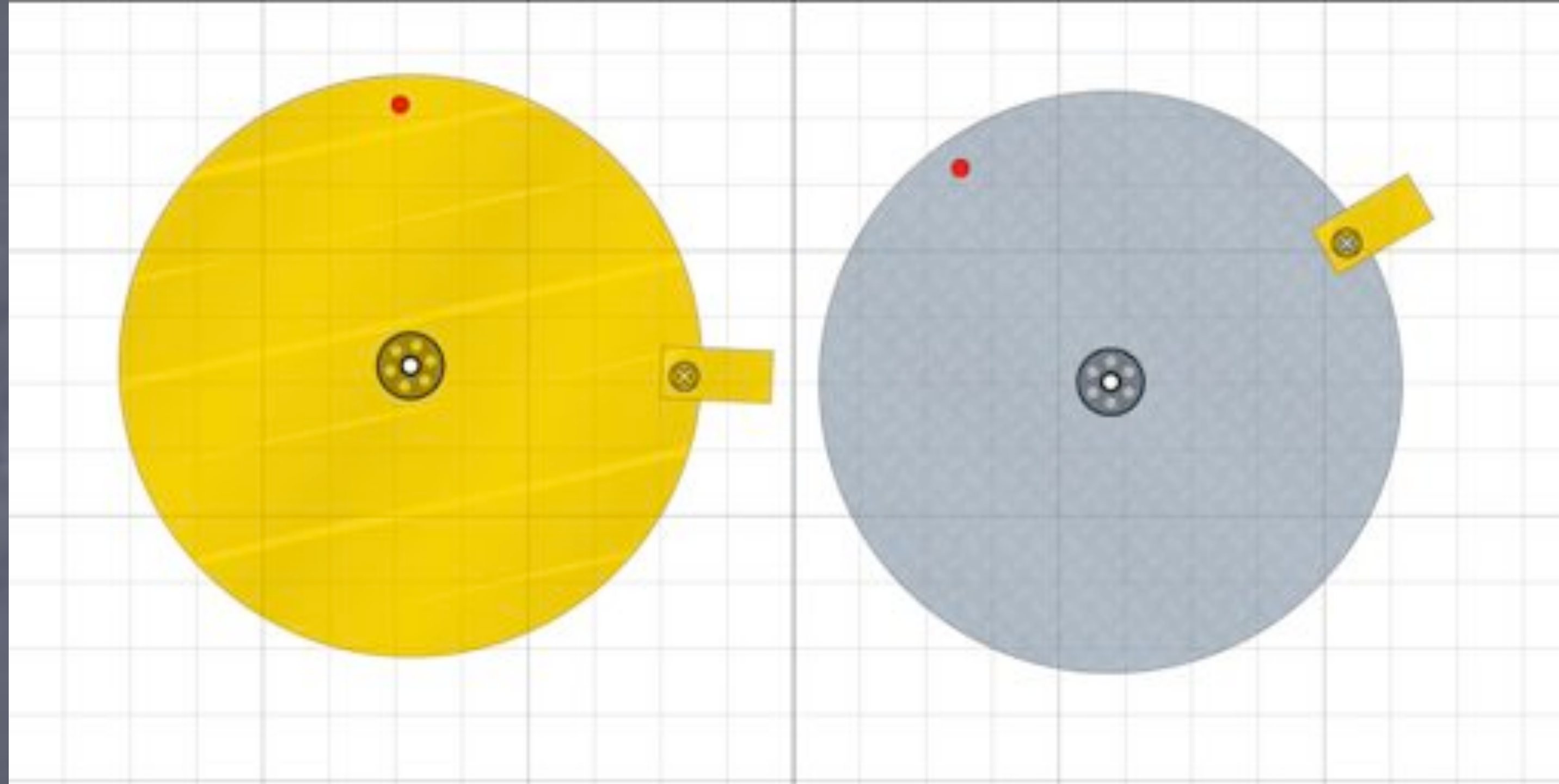
Se llevan a cabo choques en rotación que recuerdan choques en traslación



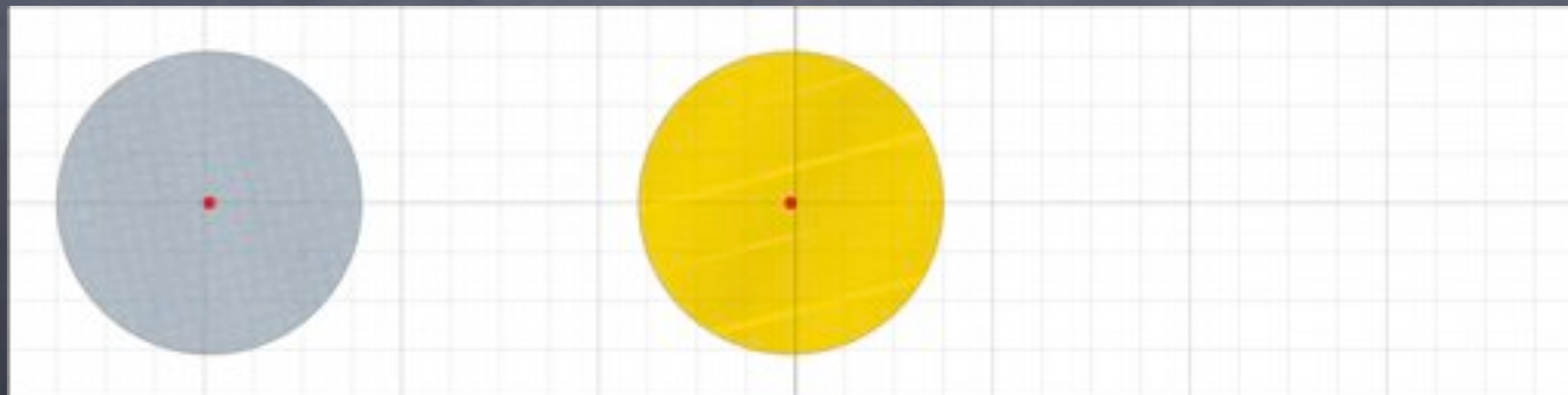
Dos cuerpos iguales. Uno en reposo, en otro girando.



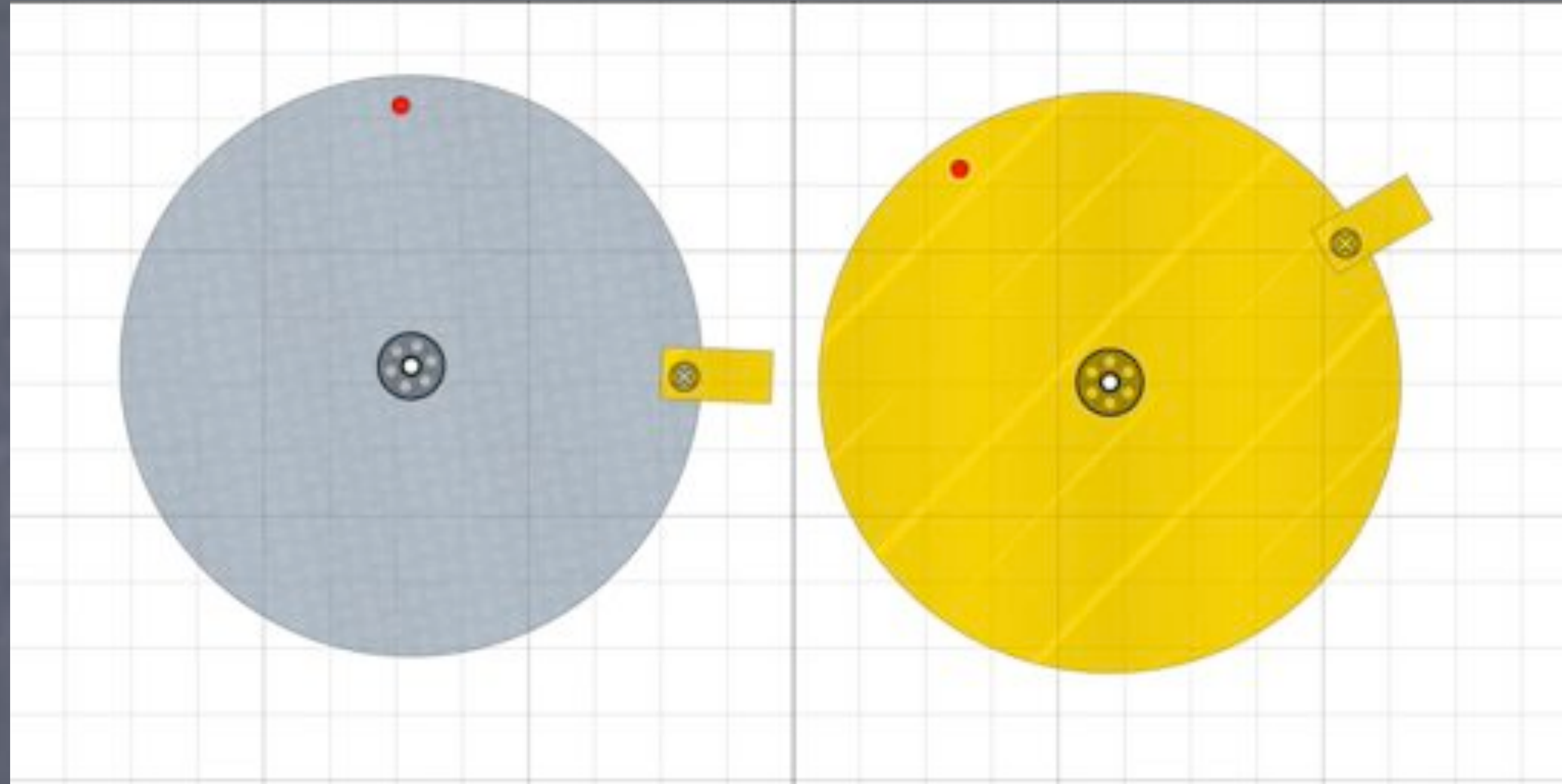
Se llevan a cabo choques en rotación que recuerdan choques en traslación



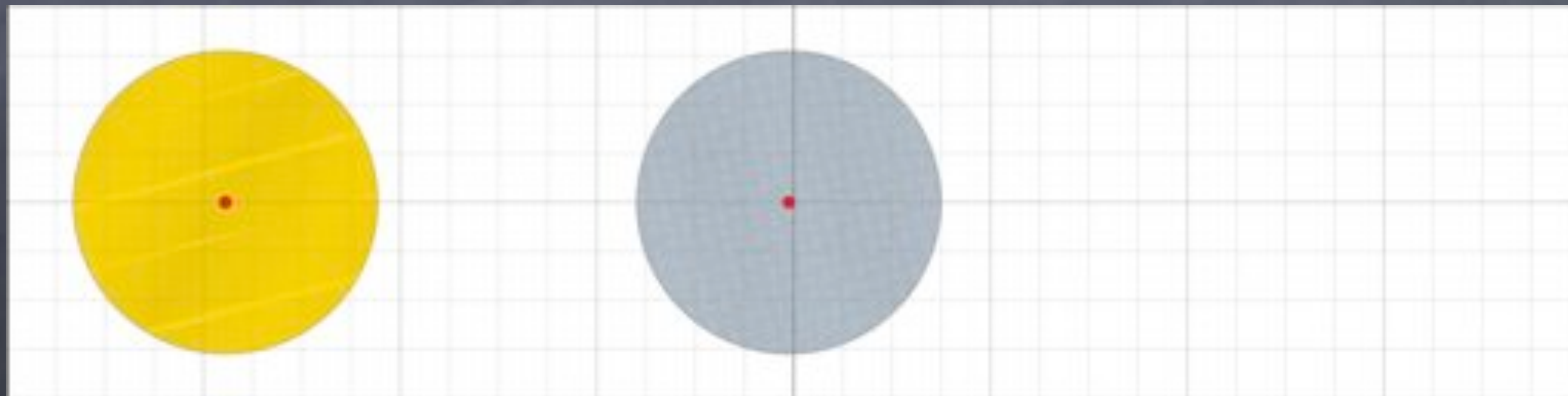
Dos cuerpos diferentes. Uno en reposo, en otro girando.



Se llevan a cabo choques en rotación que recuerdan choques en traslación



Dos cuerpos diferentes. Uno en reposo, en otro girando.



Conservación de la energía cinética de rotación

$$K = \frac{1}{2}m_i v_i^2 = \frac{1}{2}m_i r_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2}I\omega^2$$

Momento angular

$$\vec{M} = I\vec{\omega}$$

Conservación del momento angular

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

$$\vec{L}_T = \sum_k \vec{L}_k$$

En ausencia de torques externos aplicados sobre el sistema, se conserva su momento angular.

En ausencia de torques externos aplicados sobre el sistema, se conserva el momento angular.

$$\sum_i m_i r_i v_i = I \omega$$

En ausencia de torques externos aplicados sobre el sistema, se conserva la energía cinética de rotación (sistema con momento de inercia constante).

$$\sum_i \frac{1}{2} m_i r_i^2 v_i^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

La energía cinética de rotación se puede ocupar en modos microscópicos de acumular energía.

No es posible variar la velocidad del centro de masas de un sistema desde el interior del mismo (siempre que se conserve la masa). Ni con muelles, reacciones químicas, etc. La conservación del momento lineal implica la conservación de la velocidad del cnetro de masas.

$$\sum_i m_i v_i = \sum_j = m_j u_j = M v_{\text{cm}}$$

Es posible variar la velocidad angular de sistema desde el interior del mismo, variando su momento de inercia, con muelles, reacciones químicas, etc.

La conservación del momento lineal no implica la conservación de la velocidad angular del sistema (no rígido).

Problema de choques



¿A que distancia h del centro de la barra, que tiene la misma masa que la bola, tiene que chocar la bola para que ambas salgan con la misma velocidad lineal del centro de masas.

Principios de conservación

Conservación del momento lineal

$$mv_0 = mv + mv$$

Conservación del momento angular

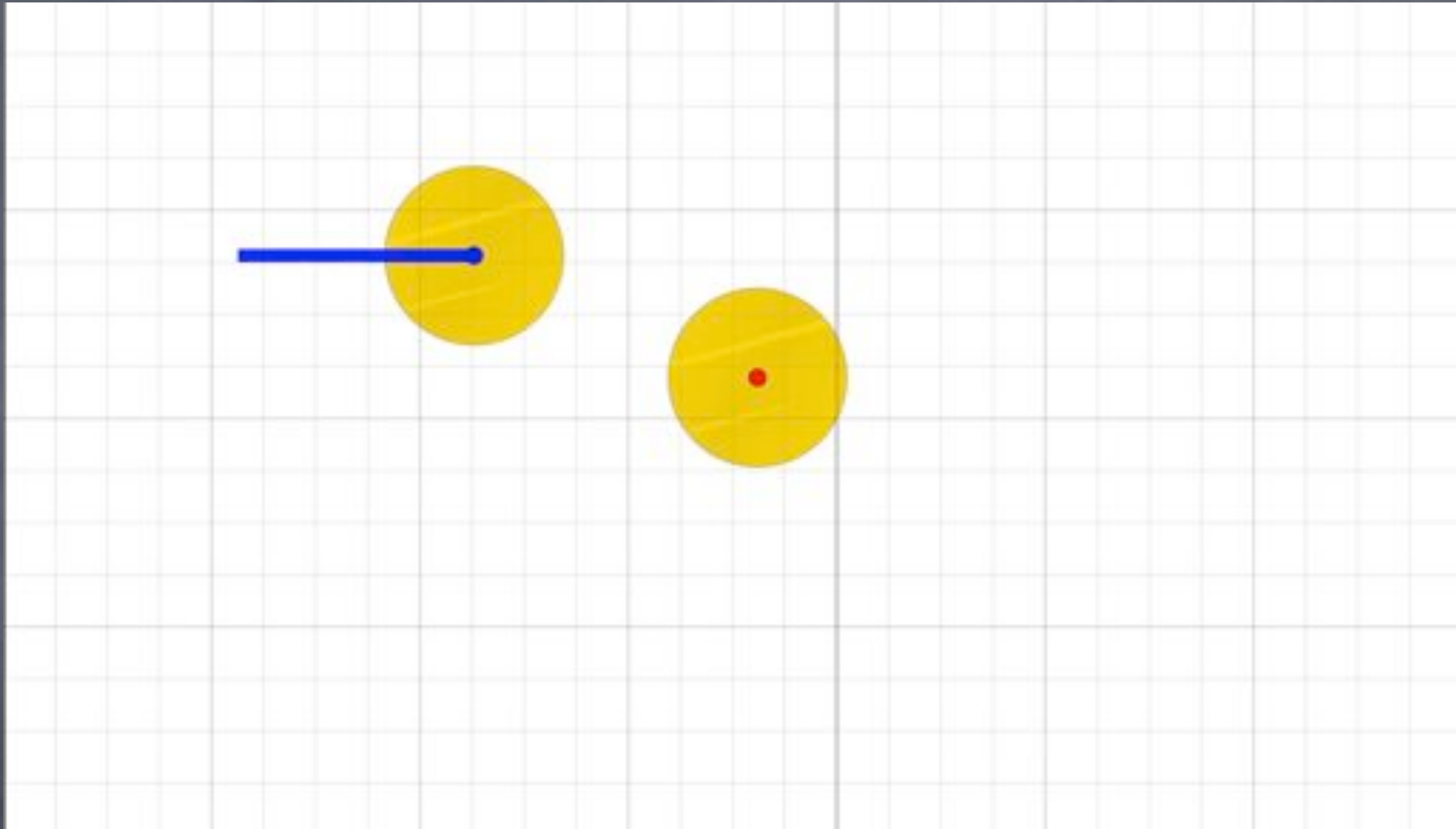
$$mv_0 h = m \frac{v_0}{2} h + \frac{mL^2}{12} \omega$$

Conservación de la energía mecánica

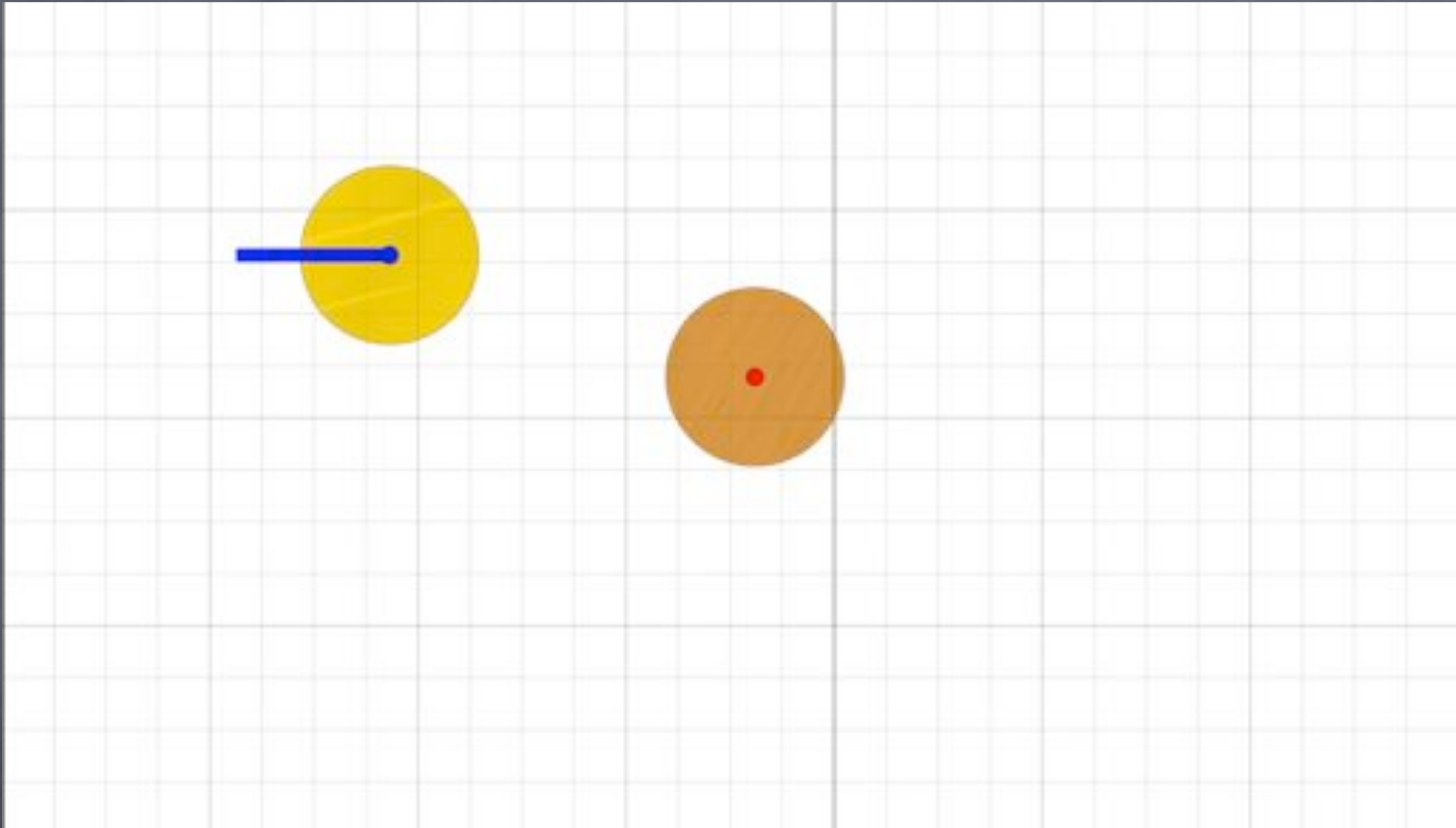
$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}m \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \frac{mL^2}{12} \omega^2$$

$$h = \frac{L}{\sqrt{6}}$$

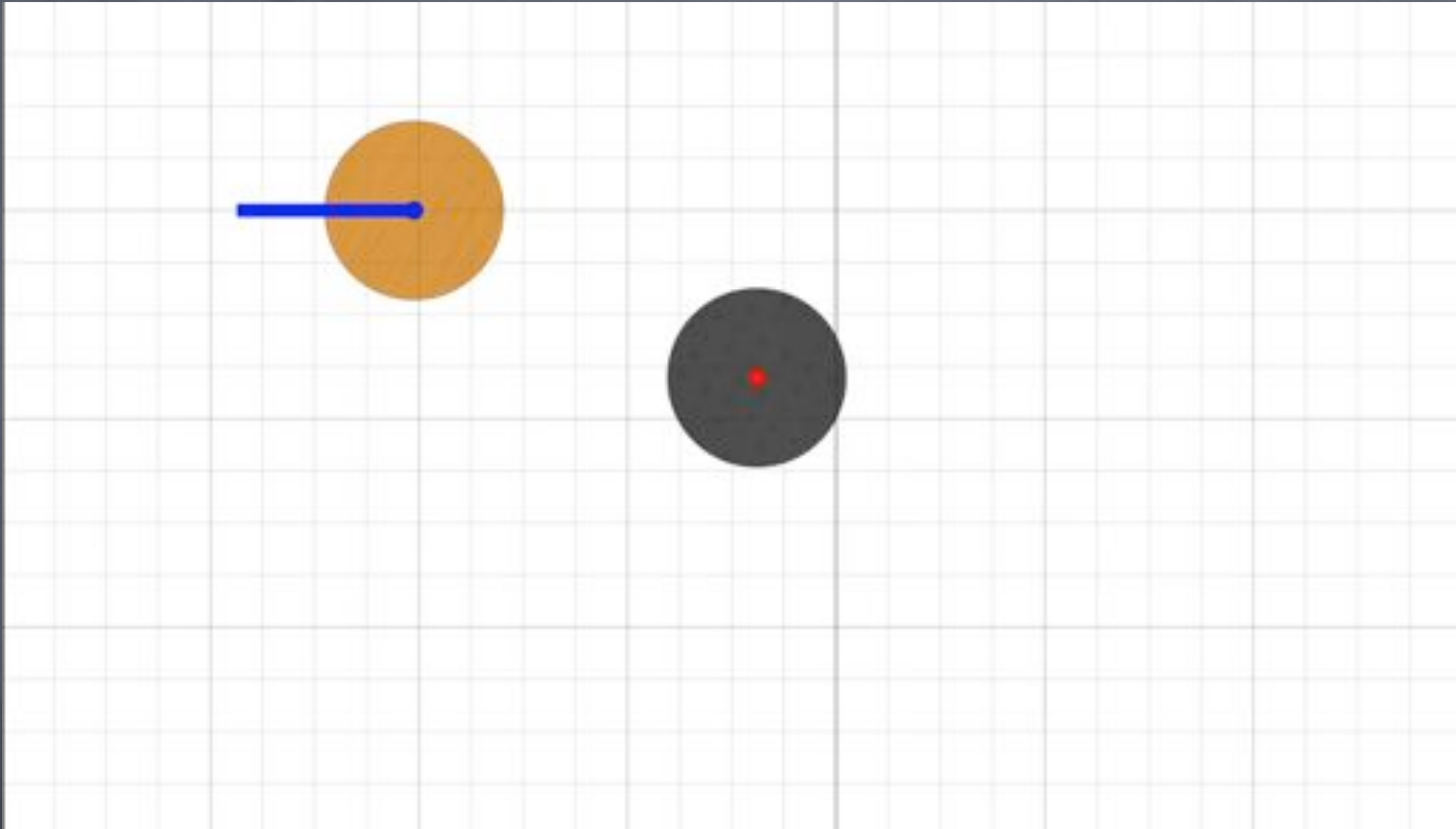
Choques no centrais



Choques no centrais



Choques no centrais



Principios de conservación

El principio de conservación del momento lineal permite explicar los choques elásticos e inelásticos.

Para explicar los choques elásticos es necesario introducir el principio de conservación de la energía cinética (de traslación).

La segunda ley de Newton, que introduce los conceptos de fuerza e impulso, permite explicar los choques entre objetos de masa finita y cuerpos de masa infinita o proceso que implican acción a distancia.

Principios de conservación

En los choques inelásticos no se cumple el principio de conservación de la energía cinética.

En procesos en los que intervienen muelles internos, cumpliéndose el principio de conservación del momento lineal, se puede producir energía cinética, por lo que no se cumple el principio de conservación de la energía cinética.

En ausencia de fuerzas externas, se cumple el principio de conservación de la velocidad del centro de masas del sistema.

Principios de conservación

En ausencia de torques externos aplicados sobre el sistema, se cumple el principio de conservación del momento angular.

En los choques entre cuerpos extensos, hay que utilizar el principio de conservación del momento angular y hay que ampliar a la energía cinética de rotación el principio de conservación de la energía cinética.

Principios de conservación

Conservación del momento lineal

$$mv_0 = mv + mv$$

Conservación del momento angular

$$mv_0 h = m \frac{v_0}{2} h + \frac{mL^2}{12} \omega$$

Conservación de la energía mecánica

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}m \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \frac{mL^2}{12} \omega^2$$

Principio de conservación del momento lineal

Para un sistema sobre el que no se aplican fuerzas externas, el momento lineal total, se conserva: el momento lineal inicial, antes de una interacción (muelles, eléctrica, magnética, etc.) entre partes del sistema, es igual al momento lineal final, después de la interacción.

$$\Delta\left(\sum_i m_i v_i\right) = \Delta(M v_{\text{cm}}) = 0$$

Si el momento lineal se conserva en un sistema de referencia inercial, se conserva en todos los referenciales inerciales.

Principio de conservación de la masa

Si el momento lineal de un sistema se conserva, se conserva la masa del sistema.

Principio de conservación de la energía cinética del centro de masas

Para un sistema sobre el que no se aplican fuerzas externas, la velocidad del centro de masas del sistema, se conserva:

la velocidad del centro de masas, antes de una interacción (muelles, eléctrica, magnética, etc.) entre partes del sistema, es igual a la velocidad del centro de masas final, después de la interacción.

$$\Delta v_{\text{cm}} = 0$$

$$\Delta\left(\frac{1}{2}Mv_{\text{cm}}^2\right) = 0$$

Principio de conservación del momento angular

Para un sistema sobre el que no se aplican torques externos, el momento angular total, se conserva: el momento angular inicial es igual al momento angular final.

$$\Delta\left(\sum_i m_i r_i v_i\right)_O = \Delta(I\omega) = 0$$

Principio de conservación de la energía cinética de rotación

La masa no varía, pero el momento de inercia puede variar

Para un sistema en un proceso, se puede conservar su momento angular y, sin embargo, no conservarse su energía cinética de rotación.

Principio de conservación de la energía total

Para un sistema sobre el que no se aplican fuerzas externas, la energía mecánica total (cinética, electrostática, gravitatoria, elástica, térmica, etc.), se conserva si el sistema no puede intercambiar calor con el exterior.

$$\Delta K_{\text{cm}} + \Delta K_{\text{I}} + \Delta E_k + \Delta U(T) = W^{\text{ext}} + Q$$

Formas de energía no mecánica, cuyas transformaciones estarán sometidas a nuevas leyes.

Principio de relatividad de Galileo

Si se conserva el momento lineal durante un proceso, se conserva la masa.

Observador 1

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

Observador 2.

$$m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2 = m_1 \bar{u}_1 + m_2 \bar{u}_2$$

Principio de relatividad de Galileo

Observador 2.

$$m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2 = m_1 \bar{u}_1 + m_2 \bar{u}_2$$

Transformaciones de velocidad de Galileo

$$\bar{v}_1 = v_1 - V \qquad \bar{u}_1 = u_1 - V$$

$$m_1(v_1 - V) + m_2(v_2 - V) = m_1(u_1 - V) + m_2(u_2 - V)$$

↓

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$+ \\ -V(m_1 + m_2 = m_1 + m_2)$$

Principio de relatividad de Galileo

Si se conserva el momento lineal durante un proceso, se conserva la masa durante el mismo.

Sin embargo, si se conserva la masa durante un proceso, no necesariamente se conserva el momento lineal durante el mismo.

Principio de relatividad de Galileo

Si se conserva la energía cinética durante un proceso, se conserva el momento lineal.

Observador 1

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$$

Observador 2.

$$\frac{1}{2}m_1\bar{v}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\bar{v}_2^2 = \frac{1}{2}m_1\bar{u}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\bar{u}_2^2$$

Observador 2.

$$\frac{1}{2}m_1\bar{v}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\bar{v}_2^2 = \frac{1}{2}m_1\bar{u}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\bar{u}_2^2$$

Transformaciones de velocidad de Galileo

$$\bar{v}_1 = v_1 - V \qquad \bar{u}_1 = u_1 - V$$

$$\frac{1}{2}m_1(v_1 - V)^2 + \frac{1}{2}m_2(v_2 - V)^2 = \frac{1}{2}m_1(u_1 - V)^2 + \frac{1}{2}m_2(u_2 - V)^2$$

Observador 2.

$$\frac{1}{2}m_1(v_1 - V)^2 + \frac{1}{2}m_2(v_2 - V)^2 = \frac{1}{2}m_1(u_1 - V)^2 + \frac{1}{2}m_2(u_2 - V)^2$$

↓

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 &= \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 \\ &+ \\ -V(m_1v_1 + m_2v_2 &= m_1u_1 + m_2u_2) \\ &+ \\ \frac{1}{2}V^2(m_1 + m_2 &= m_1 + m_2) \end{aligned}$$

Principio de relatividad de Galileo

Si se conserva la energía cinética durante un proceso, se conserva el momento lineal durante el mismo.

Sin embargo, si se conserva el momento lineal durante un proceso, no necesariamente se conserva la energía cinética durante el mismo.

Primer Principio de la Termodinámica

La energía del universo se conserva.

Principio de relatividad de Einstein

$$\gamma(v) = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

Energía en reposo

$$E_0 = mc^2$$

Energía cinética

$$K = [\gamma(v) - 1]mc^2$$

Energía total

$$E = E_0 + K = \gamma(v)mc^2$$

Principio de relatividad de Einstein

$$\gamma(v) = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

Momento lineal

$$p = \gamma(v)mv$$

Principio de relatividad de Einstein

$$\gamma(v) = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

Conservación de la energía total

$$\gamma(v_1)m_1c^2 + \gamma(v_2)m_2c^2 = \gamma(u_1)m_1c^2 + \gamma(u_2)m_2c^2$$

Conservación del momento lineal

$$\gamma(v_1)m_1v_1 + \gamma(v_2)m_2v_2 = \gamma(u_1)m_1u_1 + \gamma(u_2)m_2u_2$$

Principio de relatividad de Einstein

$$\gamma(\bar{v}_1)m_1c^2 + \gamma(\bar{v}_2)m_2c^2 = \gamma(\bar{u}_1)m_1c^2 + \gamma(\bar{u}_2)m_2c^2$$

Transformación de velocidades de Einstein

$$\bar{v} = \frac{v - V}{1 - vV/c^2}$$

$$\gamma(\bar{v}) = \gamma(v)\gamma(V)(1 - vV/c^2)$$

$$\gamma(\bar{v}_1)m_1c^2 + \gamma(\bar{v}_2)m_2c^2 = \gamma(\bar{u}_1)m_1c^2 + \gamma(\bar{u}_2)m_2c^2$$

↓

$$-\gamma(V)V\left(\gamma(v_1)m_1v_1 + \gamma(v_2)m_2v_2 = \gamma(u_1)m_1u_1 + \gamma(u_2)m_2u_2\right)$$

$$+\gamma(V)\left(\gamma(v_1)m_1c^2 + \gamma(v_2)m_2c^2 = \gamma(u_1)m_1c^2 + \gamma(u_2)m_2c^2\right)$$

Principio de relatividad de Einstein

$$\gamma(\bar{v}_1)m_1\bar{v}_1 + \gamma(\bar{v}_2)m_2\bar{v}_2 = \gamma(\bar{u}_1)m_1\bar{u}_1 + \gamma(\bar{u}_2)m_2\bar{u}_2$$

Transformación de velocidades de Einstein

$$\bar{v} = \frac{v - V}{1 - vV/c^2}$$

$$\gamma(\bar{v})\bar{v} = \gamma(v)\gamma(V)(v - V)$$

$$\gamma(\bar{v}_1)m_1\bar{v}_1 + \gamma(\bar{v}_2)m_2\bar{v}_2 = \gamma(\bar{u}_1)m_1\bar{u}_1 + \gamma(\bar{u}_2)m_2\bar{u}_2$$

$$\downarrow$$

$$\gamma(V)\left(\gamma(v_1)m_1v_1 + \gamma(v_2)m_2v_2 = \gamma(u_1)m_1u_1 + \gamma(u_2)m_2u_2\right)$$

$$+$$

$$-\gamma(V)\frac{V}{c^2}\left(\gamma(v_1)m_1c^2 + \gamma(v_2)m_2c^2 = \gamma(u_1)m_1c^2 + \gamma(u_2)m_2c^2\right)$$

Conservación de la energía total

$$-\gamma(V)\frac{V}{c^2}\left(\gamma(v_1)m_1c^2 + \gamma(v_2)m_2c^2 = \gamma(u_1)m_1c^2 + \gamma(u_2)m_2c^2\right)$$

$$-\gamma(V)V\left(\gamma(v_1)m_1 + \gamma(v_2)m_2 = \gamma(u_1)m_1 + \gamma(u_2)m_2\right)$$

Conservación de la inercia

$$\gamma(v_1)m_1 + \gamma(v_2)m_2 = \gamma(u_1)m_1 + \gamma(u_2)m_2$$

$$\gamma(\bar{v}_1)m_1 + \gamma(\bar{v}_2)m_2 = \gamma(\bar{u}_1)m_1 + \gamma(\bar{u}_2)m_2$$

Principio de relatividad de Einstein

$$\gamma(v) = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

Si se conserva la energía total durante un proceso, se conserva el momento lineal durante el mismo.

$$\gamma(v_1)m_1c^2 + \gamma(v_2)m_2c^2 = \gamma(u_1)m_1c^2 + \gamma(u_2)m_2c^2$$

$$\gamma(v_1)m_1 + \gamma(v_2)m_2 = \gamma(u_1)m_1 + \gamma(u_2)m_2$$

Si se conserva el momento lineal durante un proceso, se conserva la energía total durante el mismo.

$$\gamma(v_1)m_1v_1 + \gamma(v_2)m_2v_2 = \gamma(u_1)m_1u_1 + \gamma(u_2)m_2u_2$$



FIN

Ideas que dan forma a la física Principios de conservación

Prof. J Güémez

Departamento de Física Aplicada
Universidad de Cantabria

Santander, enero 2019