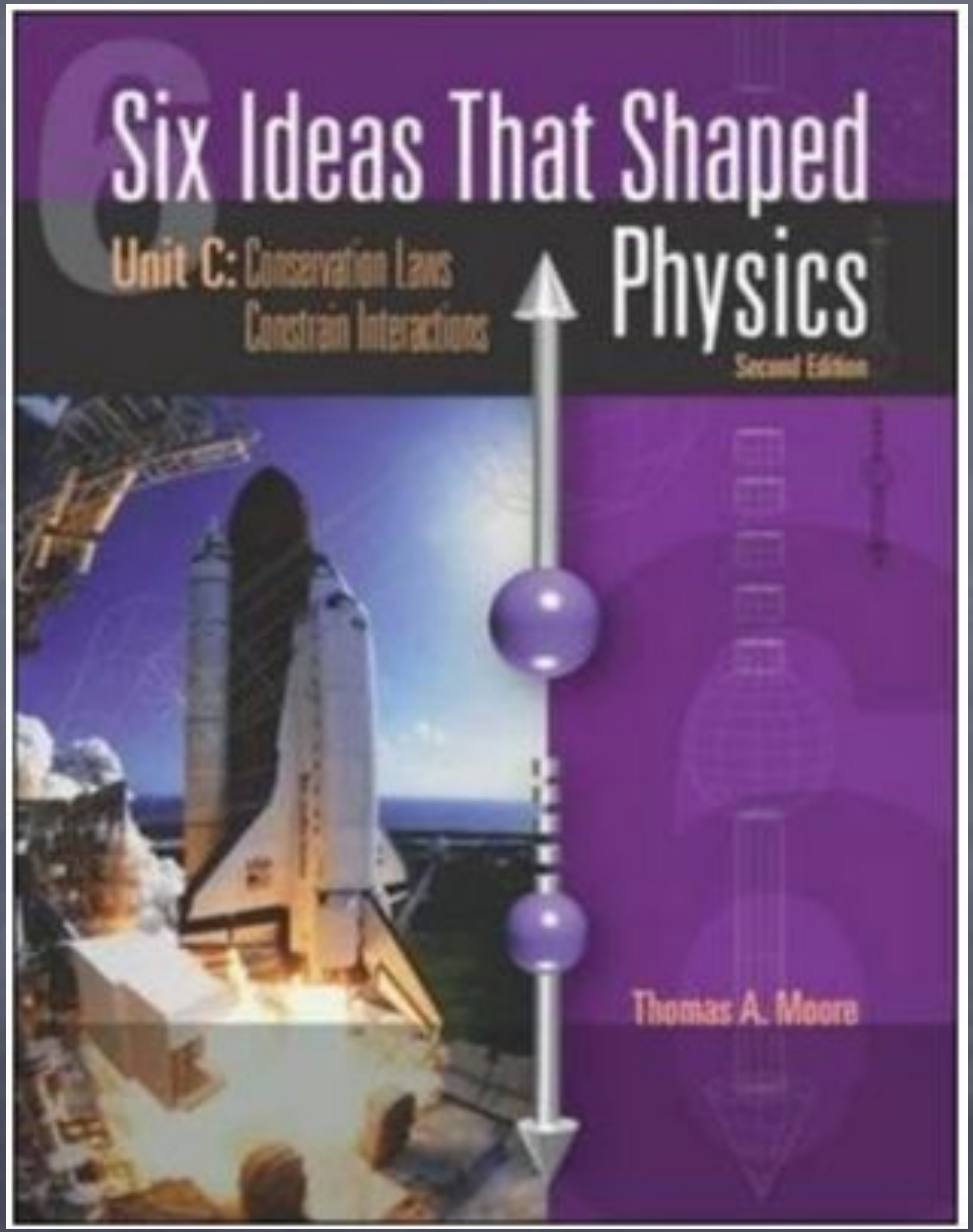
Ideas que dan forma a la física
Principios de conservación

Prof. J Güémez
Departamento de Física Aplicada
Universidad de Cantabria

Santander, enero 2019

Explicar el mundo.
Principios de conservación



Interacciones sometidas a restricciones

Explicar el mundo.
Principios de conservación

Las primeras ideas que se tuvieron para explicar el mundo físico, en sí misma una idea interesante (Aristóteles), a finales de la Edad Media (Ockam), estuvieron basadas en el concepto de momento lineal y en el principio de conservación del momento lineal (Buridán).
Este principio de conservación fue seguido del principio de conservación de la energía cinética (Huygens). Como este segundo principio no tenía validez universal, se introdujo un principio más amplio de conservación de la energía, el primer principio de la termodinámica (Joule, Helmholtz). Con la ayuda de las leyes de Newton y del primer principio de la termodinámica es posible explicar, y comprender, muchos de los procesos cotidianos relacionados con el mundo físico.

Esta idea de explicar la naturaleza mediante principios de conservación se mantiene hasta hoy día, habiéndose introducido principios como el de conservación del número bariónico, el de conservación del color, etc., o el principio de la velocidad de la luz constante (Poincaré, Einstein).

Interacciones sometidas a restricciones

Principios de conservación

Principio de conservación del momento lineal
Principio de conservación de la energía cinética del centro de masas

Principio de conservación de la energía cinética
Principio de conservación de la energía mecánica

Principio de conservación de la energía total

Principio de conservación del momento angular
Principio de conservación de la energía cinética de rotación

Jean Buridan

Nació en 1300 en Betune (Francia). Cursó estudios en la universidad de París, donde tuvo como maestro al filósofo escolástico inglés Guillermo de Ockham. Fue nombrado profesor de filosofía y más tarde rector de la misma universidad. Célebre por sus trabajos de lógica acerca del descubrimiento del término medio entre del silogismo y en la detreminación de la naturaleza de la libertad psicológica. Se le atribuye el dilema del "asno de Buridan", que estando el asno situado a igual distancia de dos montones idénticos de paja y la pobre bestia murió de hambre porque no tenía base racional alguna para preferir una pila u otra.

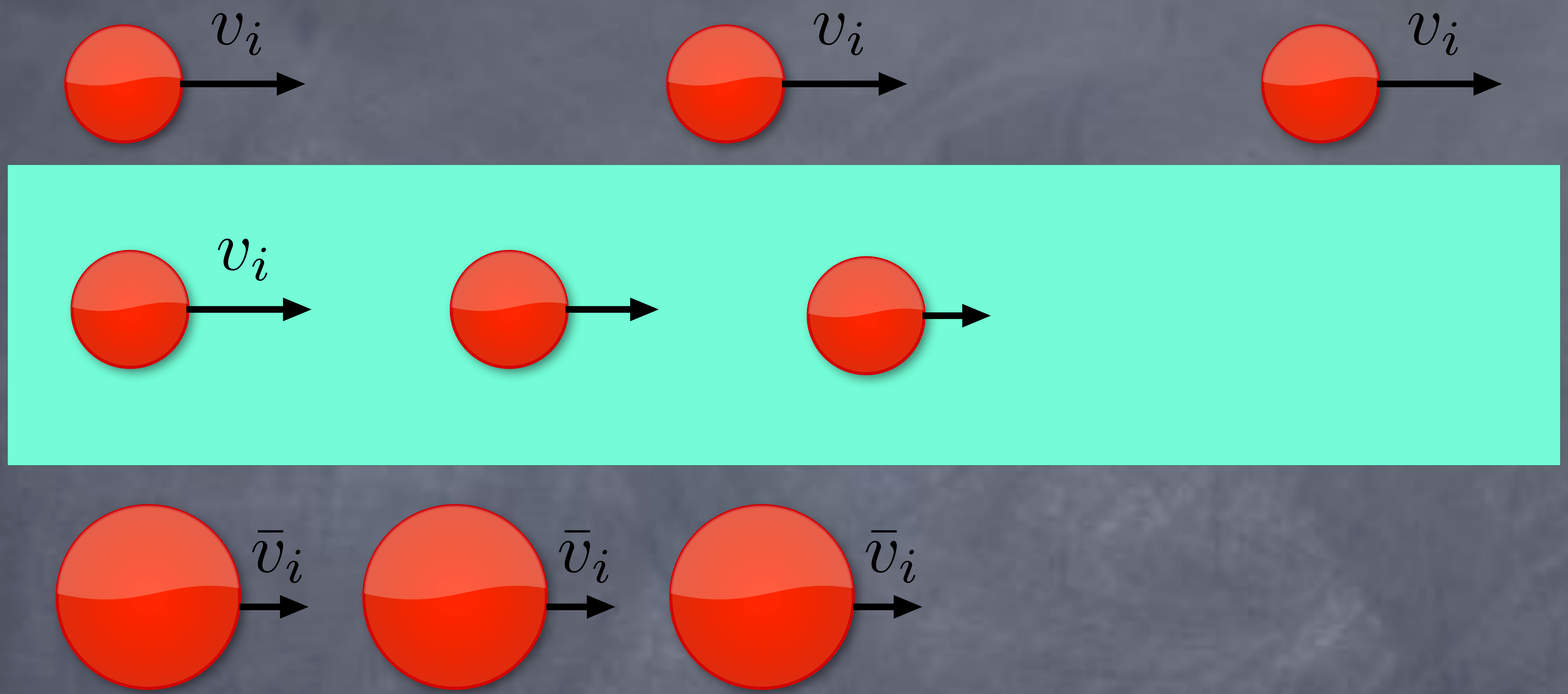
Teoría del Impetus

Cuando un cuerpo es lanzado, adquiere un cierto impetus.
El impetus se conserva, a menos que aparezca alguna resistencia.

El impetus es proporcional a la masa del cuerpo y a la velocidad que ha adquirido.

Los cuerpos celestes recibieron su impetus durante la creación, manteniéndolo constante.

Teoría del Impetus



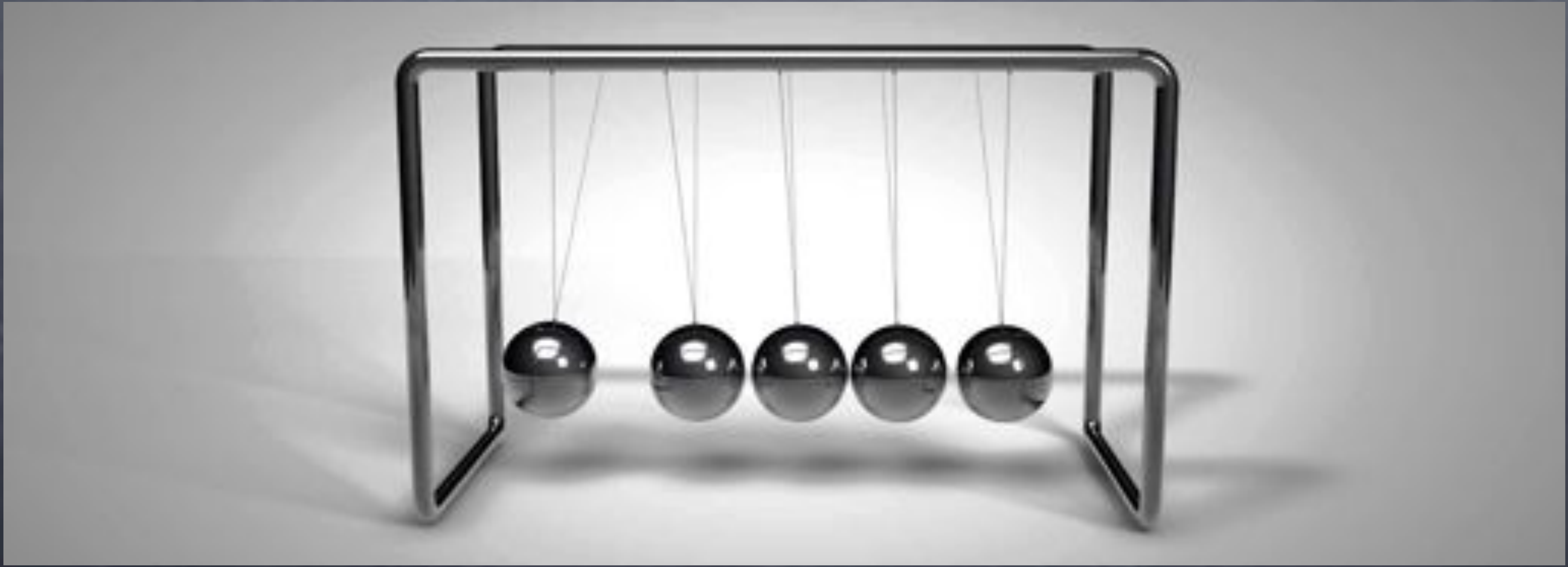
Cuando un cuerpo es lanzado, adquiere un cierto impetus.
El impetus se conserva, a menos que aparezca alguna resistencia.
El impetus es proporcional a la masa y a la velocidad.

Se deben empezar eligiendo procesos muy sencillos, que sirvan para hacer experimentos, desarrollar las herramientas explicativas, encontrar leyes, etc.

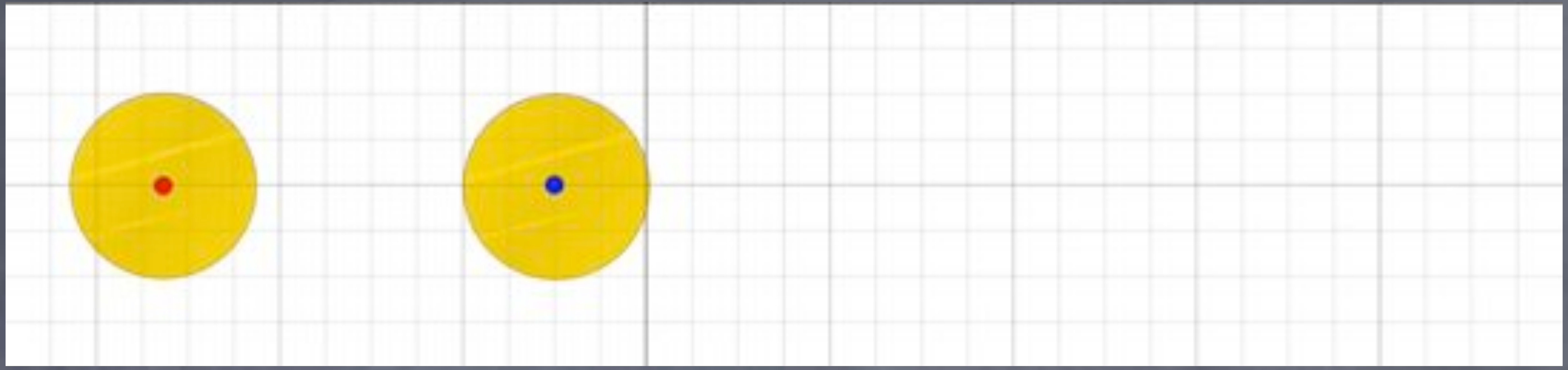
Choques

Se deben empezar eligiendo procesos muy sencillos, que sirvan para hacer experimentos, desarrollar las herramientas explicativas, encontrar leyes, etc.

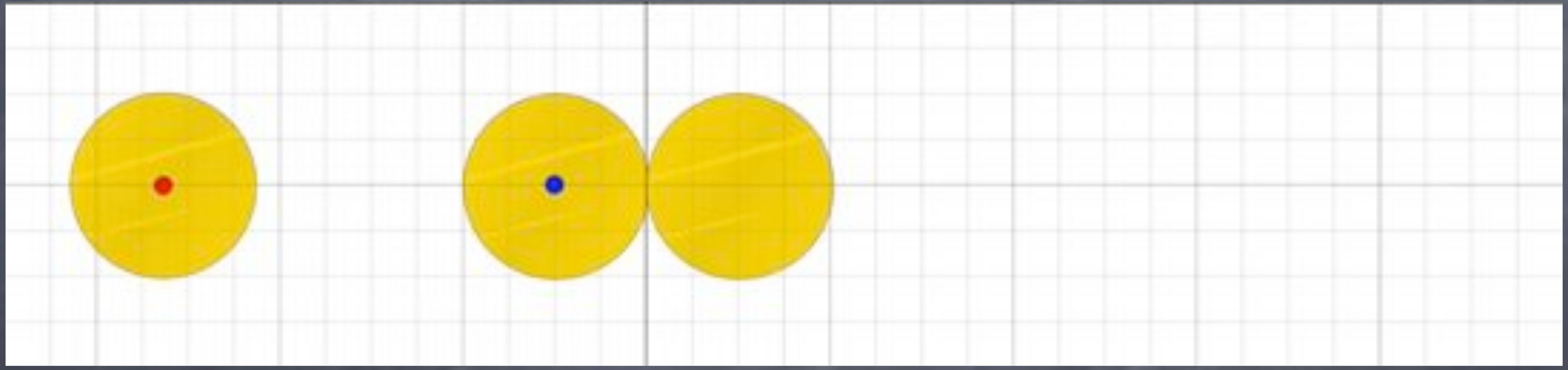
Choques



$v_1 = 1$ $v_2 = 0$ Inercia



$u_1 = 0$ $u_2 = 1$

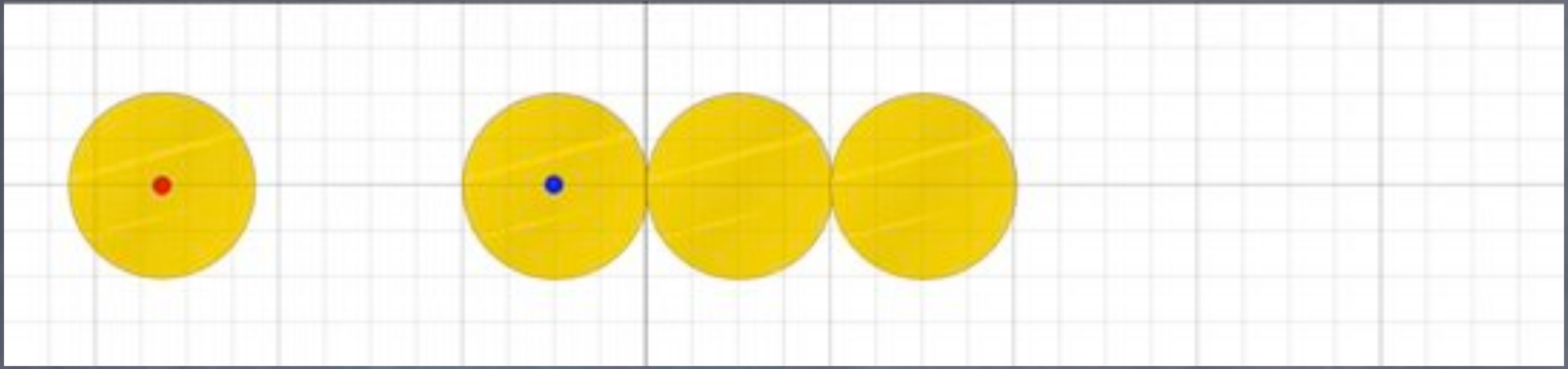


$u_1 = -1/3$ $u_2 = 2/3$

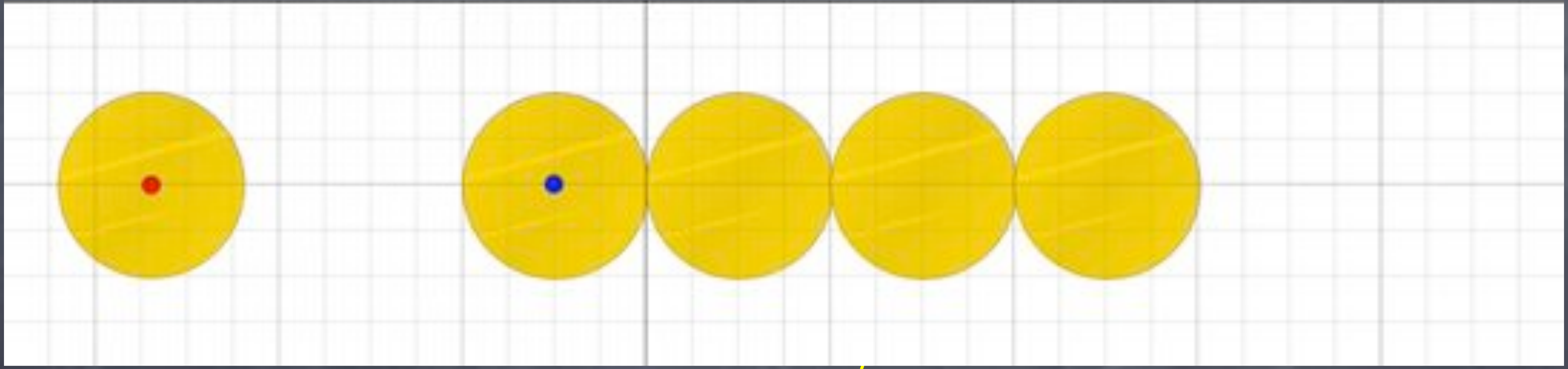
Mover un cuerpo pesado es más costoso que mover un cuerpo ligero.

Inercia

$v_1 = 1$ $v_2 = 0$



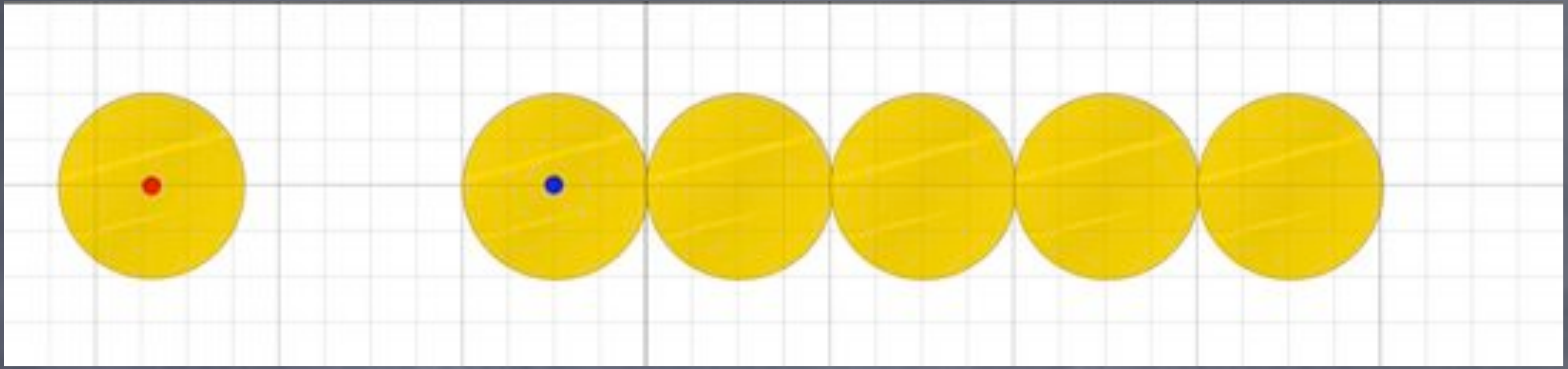
$u_1 = -1/2$ $u_2 = 1/2$



$u_1 = -3/5$ $u_2 = 2/5$

Mover un cuerpo pesado es más costoso que mover un cuerpo ligero.

Inercia



Mover un cuerpo pesado es más costoso que mover un cuerpo ligero.

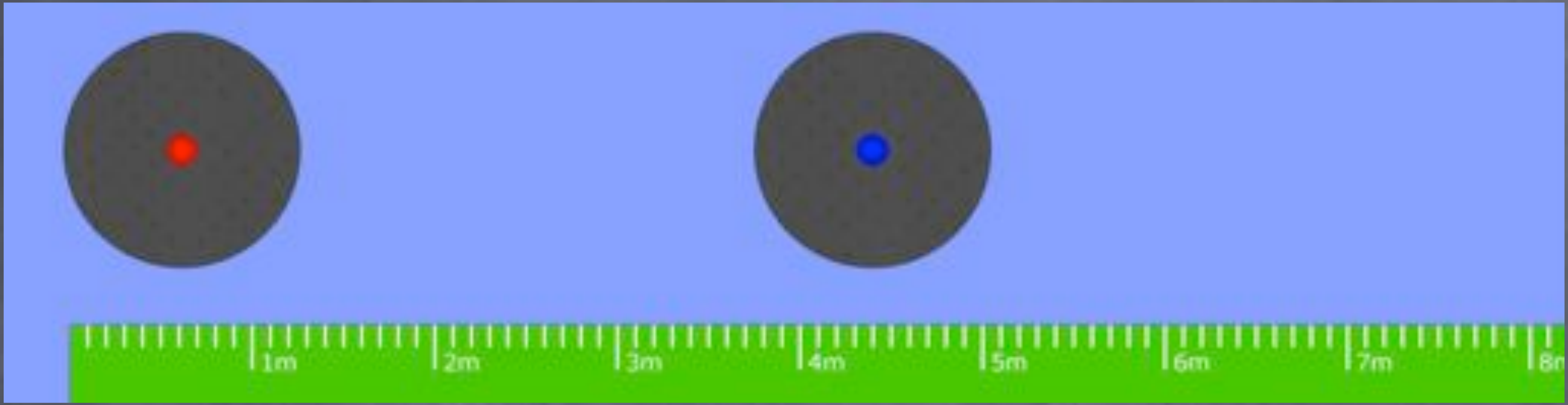
René Descartes

Las siete reglas sobre colisiones

John Wallis

Colisiones inelásticas. Conservación del momentum

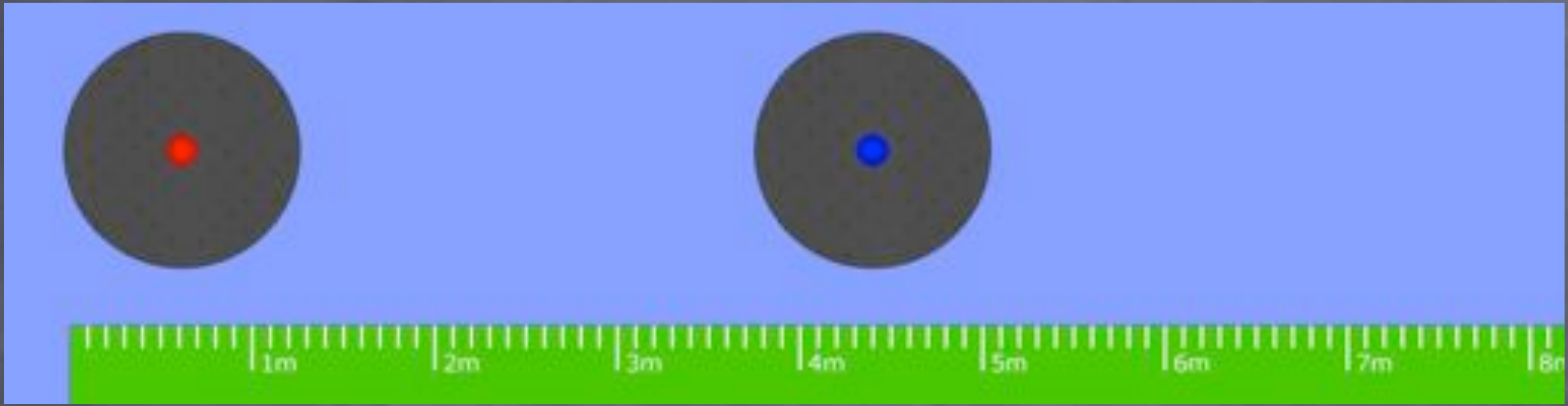
Colisiones inelásticas



Cuerpo 1 igual al cuerpo 2. Cuerpo 2 en reposo

El grupo se mueve con la mitad de la velocidad inicial

Colisiones inelásticas



Cuerpo 1 mucho menos pesado que el cuerpo 2.
Cuerpo 2 en reposo

El grupo se mueve con muy poca velocidad

Colisión inelástica

Hipótesis: conservación del momento lineal

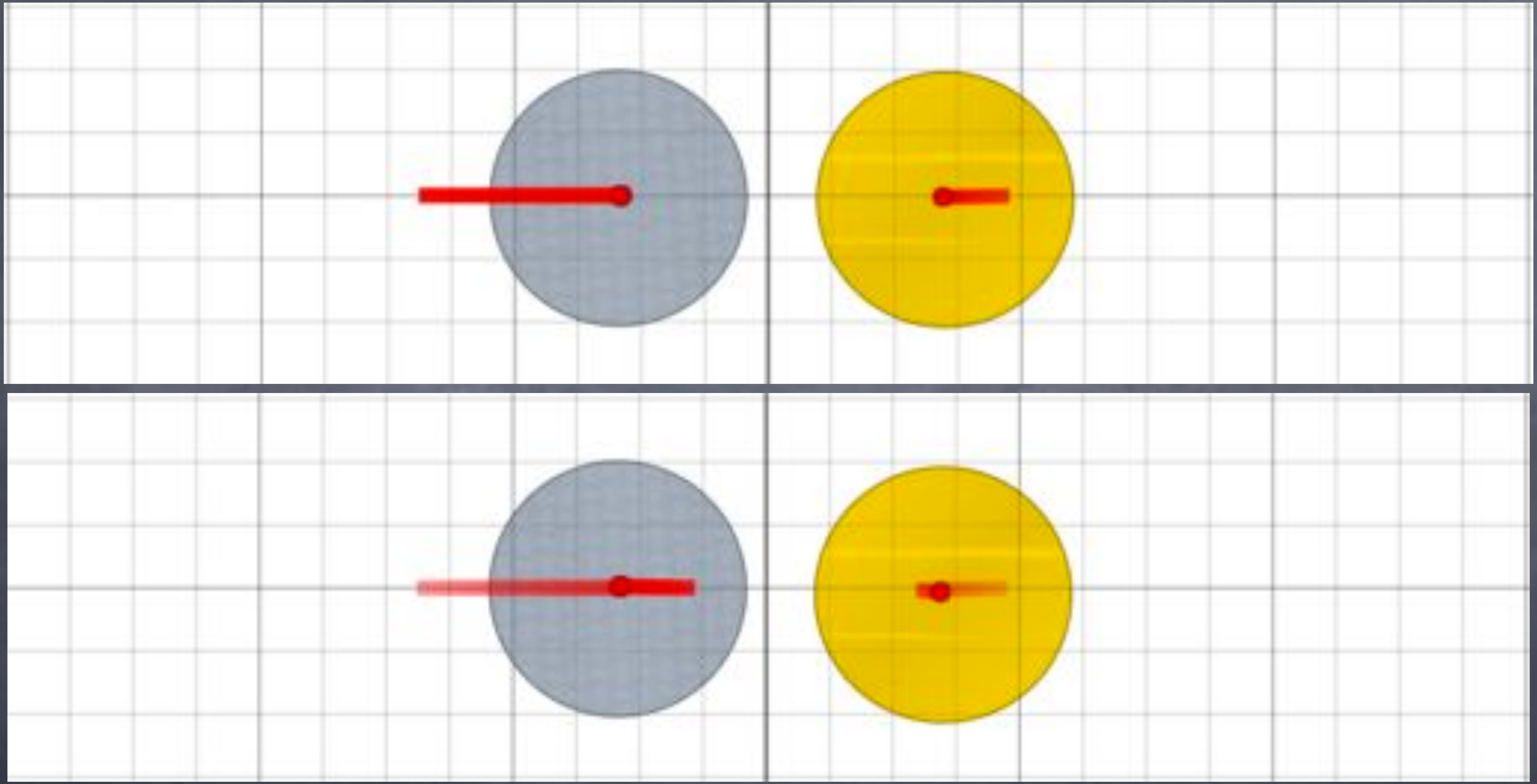
$$m_1 v + 0 = (m_1 + m_2)\bar{v}$$

$$\bar{v} = \frac{v}{1 + r^{-1}} \qquad (r+1)\bar{v} = rv$$

$r = 1$	$\bar{v} = \frac{1}{2}v$	$(1+1)\frac{1}{2} = 1$
$r = 3$	$\bar{v} = \frac{3}{4}v$	$(3+1)\frac{3}{4} = 3$
$r = \frac{1}{3}$	$\bar{v} = \frac{1}{4}v$	$(\frac{1}{3}+1)\frac{1}{4} = \frac{1}{3}$

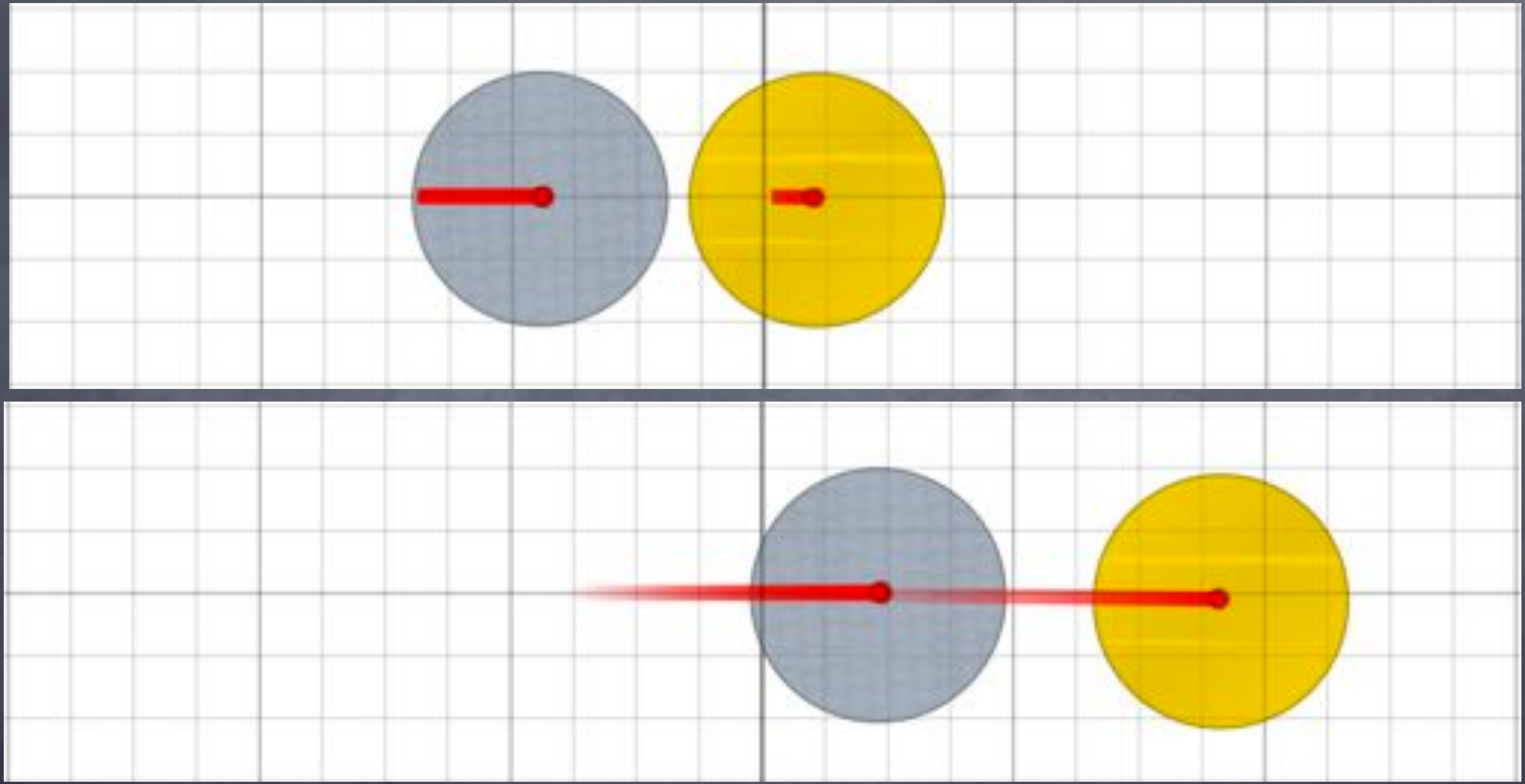
Capacidad explicativa y predictiva

Colisión inelástica



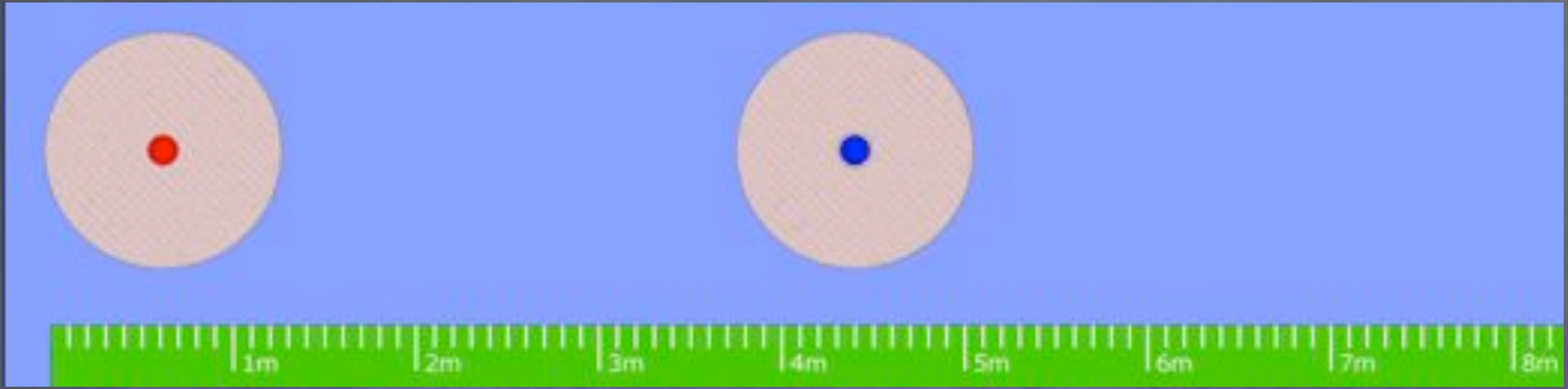
Si se mueven en direcciones opuestas, se restan sus momentos

Colisión inelástica



Si se mueven en la misma dirección, se suman sus momentos

Colisiones elásticas

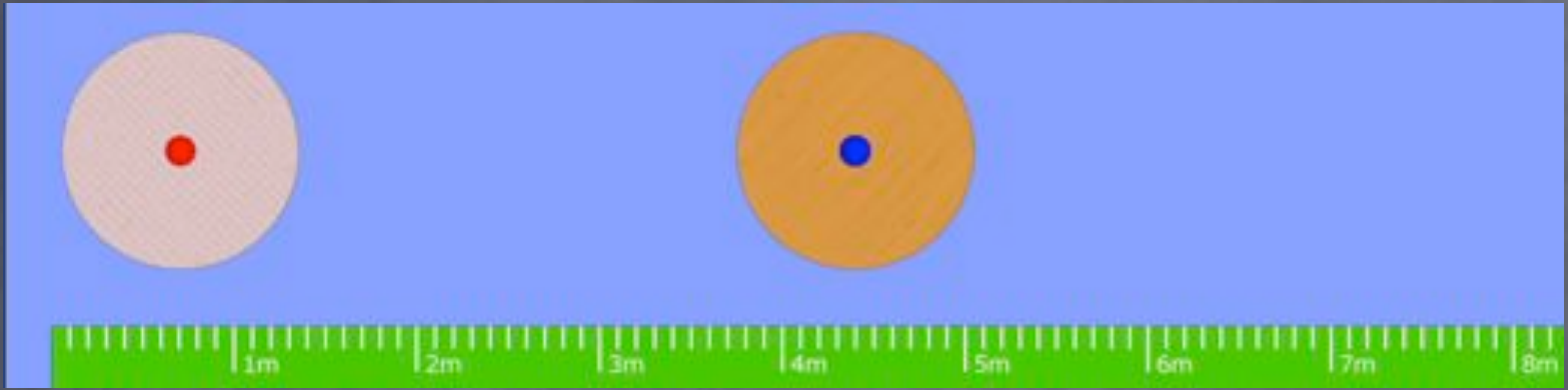


Cuerpo 1 igual a cuerpo 2. Cuerpo 2 en reposo

$$r = \frac{m_1}{m_2} = 1$$

Cuerpo 1 se detiene. Cuerpo 2 se mueve con la velocidad inicial del 1

Colisiones elásticas

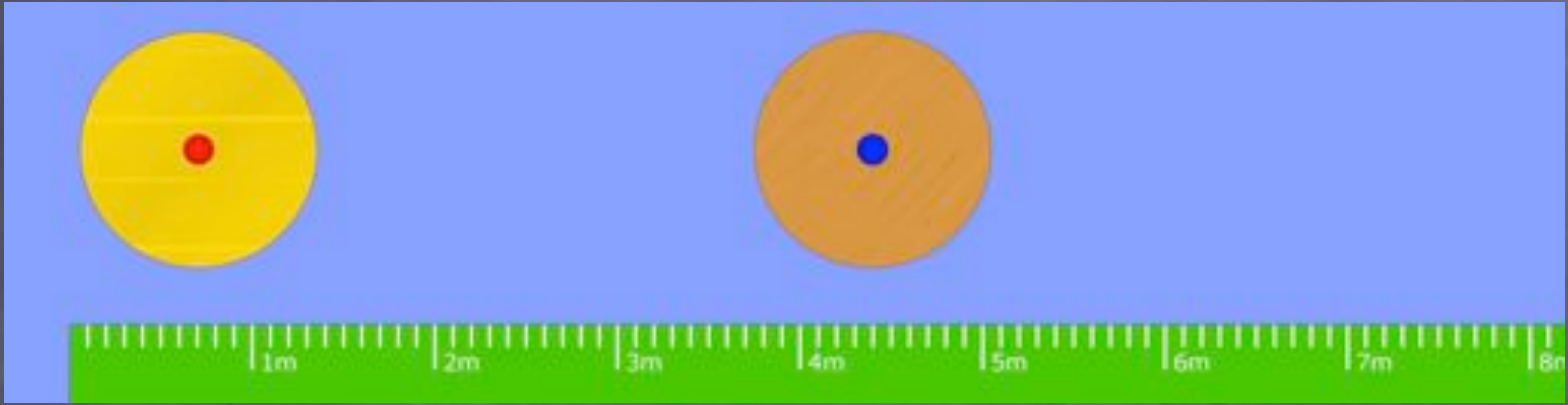


Cuerpo 1 más pesado que el cuerpo 2. Cuerpo 2 en reposo

$$r = \frac{m_1}{m_2} > 1$$

Cuerpo 1 no se detiene. Cuerpo 2 se mueve con velocidad final

Colisiones elásticas



Cuerpo 1 mucho más pesado que el cuerpo 2. Cuerpo 2 en reposo

$$r = \frac{m_1}{m_2} = 20$$

Cuerpo 1 no se detiene. Cuerpo 2 se mueve con el doble de velocidad que el 1

Explicación de los fenómenos

Colisiones

Colisiones elásticas

Hay que asignar propiedades a los cuerpos

En una colisión influye la masa del cuerpo que se lanza

En una colisión influye la velocidad del cuerpo que se lanza

Al cuerpo se le asocia un momento lineal

$$p = mv$$

Se lanza un cuerpo con velocidad inicial contra un cuerpo en reposo

$$r = \frac{m_1}{m_2} \qquad v_1 = v$$

Hipótesis

$$r\bar{v}_1 + \bar{v}_2 = rv$$

$r = 1$	$\bar{v}_1 = 0$	$\bar{v}_2 = v$	$1 \cdot 0 + v = 1 \cdot v$
$r = 2$	$\bar{v}_1 = \frac{1}{3}v$	$\bar{v}_2 = \frac{4}{3}v$	$2 \cdot \frac{1}{3} + \frac{4}{3} = 2 \cdot 1$
$r = 3$	$\bar{v}_1 = \frac{1}{2}v$	$\bar{v}_2 = \frac{3}{2}v$	$3 \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 3 \cdot 1$
$r = 10$	$\bar{v}_1 = \frac{9}{11}v$	$\bar{v}_2 = \frac{20}{11}v$	$10 \cdot \frac{9}{11} + \frac{20}{11} = 10$
$r = \infty$	$\bar{v}_1 = v$	$\bar{v}_2 = 2v$	

$$r = 2 \qquad \bar{v}_1 = \frac{1}{3}v \qquad \bar{v}_2 = \frac{4}{3}v$$

$$2v \qquad 2\frac{1}{3}v + \frac{4}{3}v = 2v$$

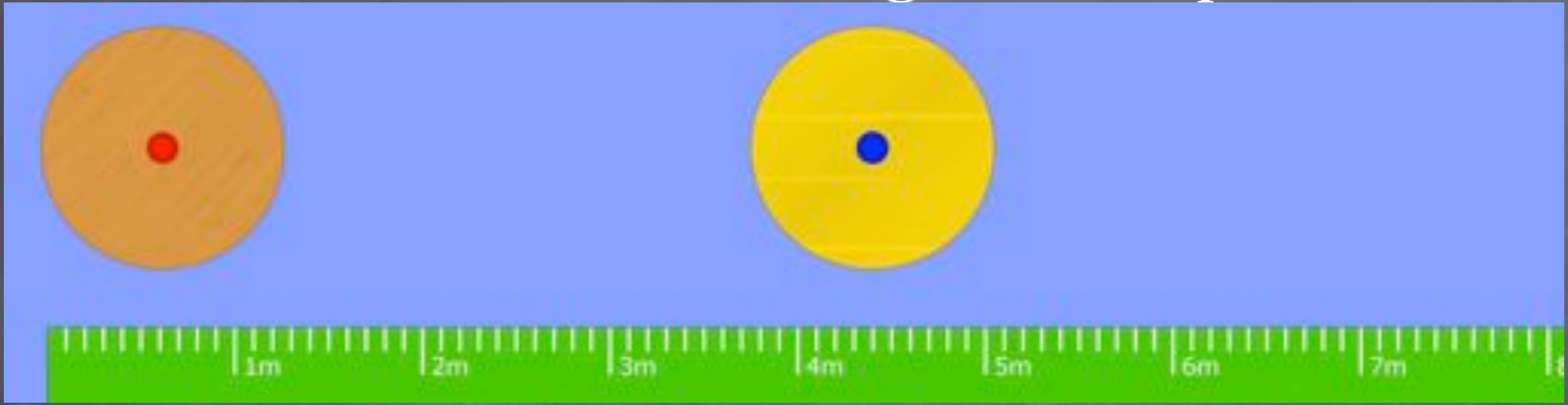
$$r = 10 \qquad \bar{v}_1 = \frac{9}{11}v \qquad \bar{v}_2 = \frac{20}{11}v$$

$$10v \qquad 10\frac{9}{11}v + \frac{20}{11}v = 10v$$

Se comprueba numéricamente que se conserva el momento lineal.

El momento lineal inicial es igual al momento lineal final.

Colisión elástica bola ligera-bola pesada



Cuerpo 1 menos pesado que el cuerpo 2.
Cuerpo 2 en reposo

$$r = \frac{m_1}{m_2} < 1$$

Cuerpo 1 velocidad negativa. Cuerpo 2 se mueve con velocidad final.

Para que se conserve el momento lineal en un choque elástico entre un cuerpo ligero y uno más pesado en reposo, es necesario asignar signo a la velocidad, positivo o negativo.

La velocidad es una magnitud vectorial.

Al cuerpo se le asocia un momento lineal

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

El momento lineal es una magnitud vectorial.

Hipótesis (ampliada, con signos)

$$r\bar{v}_1 + \bar{v}_2 = rv$$

$r = \frac{1}{2}$	$\bar{v}_1 = -\frac{1}{3}v$	$\bar{v}_2 = \frac{2}{3}v$	$-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \cdot 1$
$r = \frac{1}{3}$	$\bar{v}_1 = -\frac{1}{2}v$	$\bar{v}_2 = \frac{1}{2}v$	$-\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \cdot 1$
$r = \frac{1}{5}$	$\bar{v}_1 = -\frac{2}{3}v$	$\bar{v}_2 = \frac{1}{3}v$	$-\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{5} \cdot 1$
$r = \frac{1}{10}$	$\bar{v}_1 = -\frac{9}{11}v$	$\bar{v}_2 = \frac{2}{11}v$	$-\frac{1}{10} \cdot \frac{9}{11} + \frac{2}{11} = \frac{1}{10} \cdot 1$
$r = 0$	$\bar{v}_1 = -v$	$\bar{v}_2 = 0$	

Se lanza un cuerpo con velocidad inicial contra un cuerpo en reposo

---

$$r = \frac{1}{3} \qquad \bar{v}_1 = -\frac{1}{2}v \qquad \bar{v}_2 = \frac{1}{2}v$$

$$\frac{1}{3}v \qquad -\frac{1}{3}\frac{1}{2}v + \frac{1}{2}v = \frac{1}{3}v$$

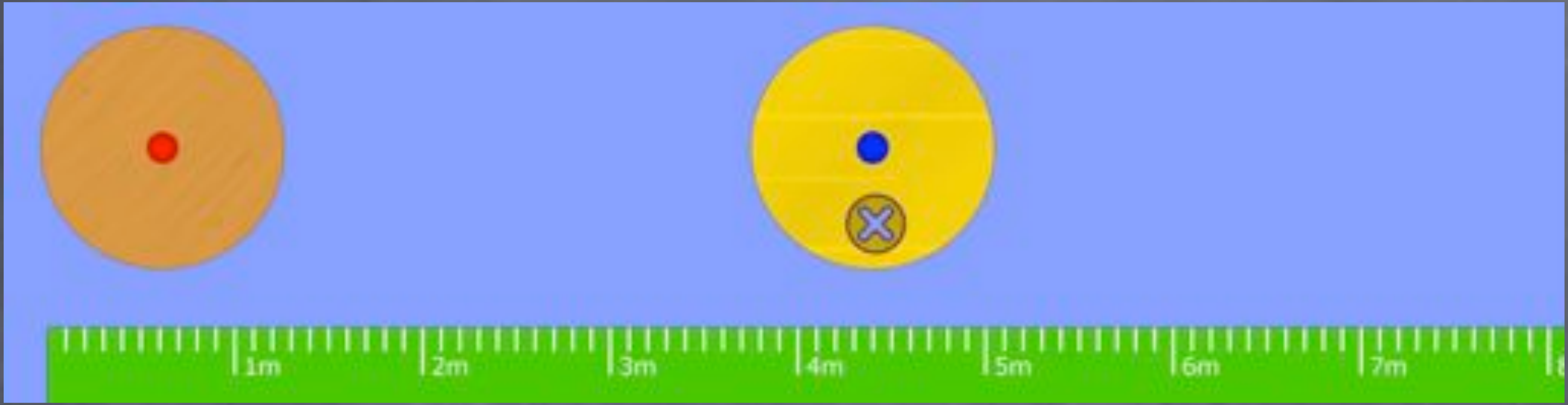
$$r = \frac{1}{10} \qquad \bar{v}_1 = -\frac{9}{11}v \qquad \bar{v}_2 = \frac{2}{11}v$$

$$\frac{1}{10}v \qquad -\frac{1}{10}\frac{9}{11}v + \frac{2}{11}v = \frac{1}{10}v$$

Se comprueba que se conserva el momento lineal.

El momento lineal inicial es igual al momento lineal final.

Choque elástico bola-pared



Cuerpo 2 es una pared.

$$r = \frac{m_1}{m_2} = 0$$

Cuerpo 1 invierte su velocidad

Cuando un cuerpo ligero choca elásticamente contra una pared, su momento lineal varía

$$\Delta\vec{p} = -2m\vec{v}$$

Aparentemente, el momento lineal de la pared no varía. Por tanto, parece que no se conserva el momento lineal en este choque

Newton resuelve la contradicción admitiendo que el efecto de la pared sobre la bola es ejercer un impulso (fuerza por tiempo) sobre ella tal que

$$\vec{\vec{F}}\Delta t = \Delta\vec{p}$$

Hipótesis

Principio de conservación del momento lineal

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$m_1 v + 0 = m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2$$

$$\sum_i \vec{p}_i = \sum_j \vec{p}_j$$

Capacidad explicativa (se explican las velocidades finales obtenidas), pero no predictiva (no se pueden obtener previamente las velocidades finales)

Colisiones elásticas

Principio de conservación del momento lineal

$$\sum_i \vec{p}_i = \sum_j \vec{p}_j$$

Se necesita una hipótesis adicional para poder predecir las velocidades finales de los cuerpos.

Colisiones elásticas. Huygens

Principio de conservación de la energía cinética

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \qquad \sum_i K_i = \sum_j K_j$$

Colisiones elásticas
Referencial de momento lineal nulo

Solución 1

$$\bar{v}_1 = -v_1$$

$$\bar{v}_2 = -v_2$$

$$-(\bar{v}_1 - \bar{v}_2) = (v_1 - v_2)$$

Colisiones elásticas
Referencial de momento lineal nulo

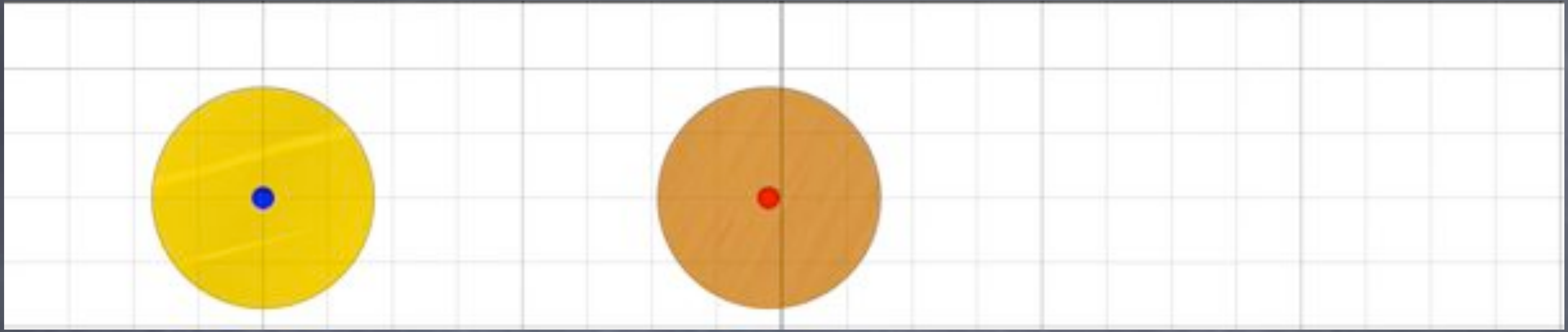
Solución 1

$$\bar{v}_1 = -v_1$$
$$\bar{v}_2 = -v_2$$
$$-(\bar{v}_1 - \bar{v}_2) = (v_1 - v_2)$$

Transformación de Galileo

$$\bar{v}_1 - V = -v_1 - V$$
$$\bar{v}_2 - V = -v_2 - V$$
$$-(\bar{v}_1 - \bar{v}_2) = (v_1 - v_2)$$

Cuerpo 1 mucho más pesado que el cuerpo 2. Cuerpo 2 en reposo



Cuerpo 1 no se detiene. Cuerpo 2 se mueve con el doble de velocidad que el 1

Referencial con

$$v_1 = 0 \qquad v_2 = -v$$

$$\bar{v}_1 = 0 \qquad \bar{v}_2 = v$$

$$\bar{v}_2 - v_2 = 2v$$

Se lanza un cuerpo con velocidad inicial contra un cuerpo en reposo

Hipótesis

$r = \dfrac{m_1}{m_2}$	$v_1 = v$		$(v_1 - v_2)$	$-(\bar{v}_1 - \bar{v}_2)$
$r = 1$	$\bar{v}_1 = 0$	$\bar{v}_2 = v$	v	$-(0 - v) = v$
$r = 2$	$\bar{v}_1 = \dfrac{1}{3}v$	$\bar{v}_2 = \dfrac{4}{3}v$	v	$-(\dfrac{1}{3} - \dfrac{4}{3})v = v$
$r = 3$	$\bar{v}_1 = \dfrac{1}{2}v$	$\bar{v}_2 = \dfrac{3}{2}v$	v	$-(\dfrac{1}{2} - \dfrac{3}{2})v = v$
$r = 10$	$\bar{v}_1 = \dfrac{9}{11}v$	$\bar{v}_2 = \dfrac{20}{11}v$	v	$-(\dfrac{9}{11} - \dfrac{20}{11})v = v$
$r = \infty$	$\bar{v}_1 = v$	$\bar{v}_2 = 2v$	v	$-(1 - 2)v = v$

Se lanza un cuerpo con velocidad inicial contra un cuerpo en reposo

Hipótesis

$r = \dfrac{m_1}{m_2}$	$v_1 = v$		$(v_1 - v_2)$	$-(\bar{v}_1 - \bar{v}_2)$
$r = 1$	$\bar{v}_1 = 0$	$\bar{v}_2 = v$	v	$-(0 - v) = v$
$r = 1/2$	$\bar{v}_1 = -\dfrac{1}{3}v$	$\bar{v}_2 = \dfrac{2}{3}v$	v	$-(-\dfrac{1}{3} - \dfrac{2}{3})v = v$
$r = 1/3$	$\bar{v}_1 = -\dfrac{1}{2}v$	$\bar{v}_2 = \dfrac{1}{2}v$	v	$-(-\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2})v = v$
$r = 1/4$	$\bar{v}_1 = -\dfrac{3}{5}v$	$\bar{v}_2 = \dfrac{2}{5}v$	v	$-(-\dfrac{3}{5} - \dfrac{2}{5})v = v$
$r = 0$	$\bar{v}_1 = -v$	$\bar{v}_2 = 0$	v	$-(-1 - 0)v = v$

Colisiones elásticas

Principio de conservación del momento lineal
Relación de velocidades

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$
$$u_1 - u_2 = -(v_1 - v_2)$$

$$m_1(u_1 - v_1) = m_2(u_2 - v_2)$$
$$u_1 + v_1 = u_2 + v_2$$
$$m_1(u_1 - v_1)(u_1 + v_1) = m_2(u_2 - v_2)(u_2 + v_2)$$

Nueva condición para las colisiones elásticas

$$m_1(u_1^2 - v_1^2) = m_2(u_2^2 - v_2^2)$$

Colisiones elásticas

Se cumple que

$$m_1(u_1^2 - v_1^2) = m_2(u_2^2 - v_2^2)$$

$$m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2$$

$$(m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2)$$

Nueva propiedad. Energía cinética.

Conservación de la energía cinética

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$$

Colisiones elásticas

Principio de conservación del momento lineal

$$\sum_i \vec{p}_i = \sum_j \vec{p}_j$$

Principio de conservación de la energía cinética

$$\sum_i K_i = \sum_j K_j$$

Capacidad de predicción, capacidad de explicación

$$m_1 v + 0 = m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 v^2 + 0 = \frac{1}{2} m_1 \bar{v}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \bar{v}_2^2$$

Colisiones elásticas

$$m_1 v + 0 = m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 v^2 + 0 = \frac{1}{2} m_1 \bar{v}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \bar{v}_2^2$$

$$r = \frac{m_1}{m_2}$$

$$\bar{v}_1 = \frac{r-1}{r+1} v$$

$$\bar{v}_2 = \frac{2r}{r+1} v$$

Capacidad explicativa y predictiva

Colisiones elásticas. Principio de relatividad

Cambio del sistema de referencia

$$m_1(v - V) + m_2(0 - V) = m_1(\bar{v}_1 - V) + m_2(\bar{v}_2 - V)$$
$$\downarrow$$
$$m_1 v + 0 = m_1\bar{v}_1 + m_2\bar{v}_2$$
$$+$$
$$-V(m_1 + m_2 = m_1 + m_2)$$

Principio de conservación de la masa.

Si en un proceso se conserva el momento lineal del sistema, se conserva la masa del mismo. Pero no a la inversa.

Colisiones elásticas. Principio de relatividad

$$\frac{1}{2}m_1(v-V)^2+\frac{1}{2}m_2(0-V)^2=\frac{1}{2}m_1(\bar{v}_1-V)^2+\frac{1}{2}m_2(\bar{v}_2-V)^2$$

$$\downarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1v^2+0=\frac{1}{2}m_1\bar{v}_1^2+\frac{1}{2}m_2\bar{v}_2^2$$

$$+$$

$$-V\left(m_1v+0=m_1\bar{v}_1+m_2\bar{v}_2\right)$$

$$+$$

$$\frac{1}{2}V^2(m_1+m_2=m_1+m_2)$$

Si en un proceso se conserva la energía cinética deñ sistema, se conserva el momento lineal, y la masa, del mismo. Pero no a la inversa.

Colisiones elásticas arbitrarias

$$r = \frac{m_1}{m_2}$$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 \bar{u}_1 + m_2 \bar{u}_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_1 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 \bar{u}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \bar{u}_2^2$$

Cambio de sistema de referencia

$$m_1(u_1 - u_2) + m_2(u_2 - u_2) = m_1(\bar{u}_1 - u_2) + m_2(\bar{u}_2 - u_2)$$

$$\bar{u}_1 - u_2 = \frac{r-1}{r+1}(u_1 - u_2) \quad \Rightarrow \quad \bar{u}_1 = \frac{(r-1)u_1 + 2u_2}{r+1}$$

$$\bar{u}_2 - u_2 = \frac{2r}{r+1}(u_1 - u_2) \quad \Rightarrow \quad \bar{u}_2 = \frac{2ru_1 - (r-1)u_2}{r+1}$$

Capacidad explicativa y predictiva

Colisones inelásticas

Referencial de momento lineal nulo

Solución 2

$$\bar{v}_1 = 0$$
$$\bar{v}_2 = 0$$

$$-(\bar{v}_1 - \bar{v}_2) \neq (v_1 - v_2)$$

Colisiones inelásticas

$$\bar{v} = \frac{v}{1 + r^{-1}}$$

$$r = 3 \qquad \bar{v} = \frac{3}{4}v$$

$$K_i = \frac{3}{2}v^2 \qquad K_f = \frac{1}{2}4\frac{9}{16}v^2 = \frac{9}{8}v^2 \qquad \Delta K = -\frac{3}{8}v^2$$

$$r = \frac{1}{3} \qquad \bar{v} = \frac{1}{4}v$$

$$K_i = \frac{1}{6}v^2 \qquad K_f = \frac{1}{2}\frac{4}{3}\frac{1}{16}v^2 = \frac{1}{24}v^2 \qquad \Delta K = -\frac{1}{8}v^2$$

Colisiones inelásticas

$$\bar{v} = \frac{v}{1 + r^{-1}}$$

Capacidad predictiva pero no explicativa

Se conserva el momento lineal, pero se destruye energía cinética