Ampliación de Matemáticas - 2^0 Curso

Grado en Ingeniería Civil (Mención en Construcciones Civiles)

EDO con MATLAB - HOJA 4

Resolución numérica de EDO y sistemas

1.- Resolver numéricamente el problema de Cauchy

$$y'' = 2y^3, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$$

en el intervalo $[0, 1/2]$, utilizando las funciones MATLAB *eul*, $rk2$ y $rk4$, para distintos tamaños de paso $h = 0.1, h = 0.05, h = 0.001$.
Utilizar también $ode45$ y comparar las distintas aproximaciones con la solución exacta mediante gráficas. Comparar valores en $x = 1/2$. (solución exacta: $y = 1/(1-x)$, ver ejemplo 21, Sección 2.1 del libro de apuntes).

2.- Resolver numéricamente el problema de Cauchy relativo a la ecuación del péndulo

$$y'' + sin(y) = 0,$$

con condiciones inciales $y(0) = 0, y'(0) = 0.2$. Utilizar $ode45$ y el intervalo $[0, 6\pi]$.
Comparar la solución con con la del problema de Cauchy para la ecuación linealizada:

$$y'' + y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.2$$

Repetir usando las condiciones iniciales $y(0) = 0, \quad y'(0) = 2$.

3.- Se considera el problema de valor inicial

$$y'' - x^2 y = e^x, \qquad y(0) = 0, \quad y'(0) = \beta$$

Tomando los distintos valores de $\beta = \pm 1$, ± 0.5, ± 0.25, aproximar numéricamente la solución en [0,1] (utilizar $ode45$.)
Indicar qué valor de β es el mejor para aproximar la solución del problema de contorno

$$y'' - x^2 y = e^x, \quad x \in (0, 1) \qquad y(0) = 0, \quad y(1) = 0$$

Intentar mejorar β, y escribir el valor aproximado de la solución obtenida en $x = 1$.
Utilizar *dsolve* para comprobar que el problema de contorno dado tiene solución única.

4.- Usando la técnica del ejercicio anterior resolver

$$y'' - y = x^2, \quad x \in (0, 1), \qquad y(0) = 0, \quad y(1) = 0$$

Empezar con valores de $\beta = \pm 0.1$. Comparar con la solución exacta.

5.- Encontrar la solución exacta y numérica de un problema de Cauchy de los sistemas diferenciales (comparar soluciones)

$$a). \begin{cases} y_1' &= 3y_1 + 2y_2 + 3e^x \sin x \\ y_2' &= -2y_1 - y_2 - e^x \sin x \\ y_1(0) &= 0 \quad , y_2(0) = 0 \end{cases} \qquad b). \begin{cases} y_1' &= 4y_1 + 5y_2 + e^x \\ y_2' &= -2y_1 - 2y_2 \\ y_1(0) &= 3, \; y_2(0) = -2 \end{cases}$$

Repetir con otros ejercicios resueltos en clase.