Ampliación de Matemáticas - 2^0 Curso

Grado en Ingeniería Civil (Mención en Construcciones Civiles)

EDO con MATLAB - HOJA 2

Campos de direccciones asociados a EDO

1.- Utilizando MATLAB (*dfield*), dibujar los campos de direcciones asociados a las ecuaciones cuaciones diferenciales ordinarias de primer orden del libro de apuntes (o de las hojas de problemas de clase). En particular, dibujar los campos de direcciones asocidados a las siguientes ecuaciones:

i. La ecuación de Riccati: $y' = y^2 - t$

Utilizar el comando *ezplot* para dibujar curvas isoclinas para distintas pendientes, e.g., pendiente 0, ± 1, ± 2,

Dar un punto y dibujar la solución pasando por él en un intervalo. Elegir los distintos métodos numéricos que permite el entorno, variando tamaños de paso e intervalos de aproximación.

ii). La ecuación lineal $y' = -y + 3 + \cos(t)$, para $(t, y) \in [-2, 14] \times [-2, 6]$.

Calcular con *dsolve* y dibujar con *ezplot* la curva hacia la que tienden asintóticamente todas las soluciones cuando $t \to \infty$

iii). La ecuación homogénea $y' = \dfrac{y+t}{t-y}$. Considerar $y, t \in [-4, 4]$

Dibujar la solución del problema de Cauchy : $y' = (t + y)/(t - y), \quad y(-2) = 0$, en [-2.5, -1.5]. Ampliar el intervalo.

iv). La ecuación de Bernouilli $y' = y(1 - y^2)$ para $y \in [0, 0.1]$ y $t \in [0, 2]$.

En particular dibujar y comparar las soluciones pasando por (0, 0.01), (0, 0.001). .

v) . La ecuación de variables separadas $y' = -\frac{y}{\sin(t)}$. Considerar $(t, y) \in [-2\pi, 2\pi] \times [-4, 4]$.

Dibujar las isoclinas para las pendientes $k = 0, -2, 1/2, \infty$.

Encontrar los puntos del plano donde el campo de direcciones no está definido.

Interpretar los resultados obtenidos.

2.- Dibujar el campo de direcciones asociados a los modelos de Malthus y Verhulst para crecimiento de poblaciones:

$$\frac{dN}{dt} = \gamma N$$

$$\frac{dN}{dt} = \gamma N\left(1 - \frac{N}{N_\infty}\right)$$

(ver sección 1.6.1 del libro de apuntes). Tomar $t \in [0, 10]$, $N \in [0, 6]$, y los distintos valores de las constantes $N_\infty = 2$, $\gamma = \pm 0.3$. Interpretar los resultados en términos del comportamiento de la población.