

Ampliación de Matemáticas - 2^o Curso, 2021/22

Grado en Ingeniería Civil (Mención en Construcciones Civiles) EDO con MATLAB - HOJA 6

Series de Potencias y Series de Fourier

- 1.1 Encontrar los n primeros términos del desarrollo en serie de potencias de la solución de problemas de Cauchy para las ecuaciones de tipo Schrödinger

$$y'' + (3 - x^2)y = 0 \quad \text{y} \quad y'' + (3^2 - x^{-2})y = 0,$$

y para

$$y'' + e^x y' + (1 + x^2)y = 0,$$

en función de los datos iniciales a_0 y a_1 , i.e., para $y(0) = a_0$, $y'(0) = a_1$.

Crear una función MATLAB que nos permita leer las condiciones iniciales a_0 , a_1 y el número de términos del desarrollo n , y nos de la aproximación de la solución de los problemas anteriores con los n primeros términos del desarrollo en serie de potencias.

- 1.2 Hacer una gráfica de la solución del problema de Cauchy

$$y'' + (3 - x^2)y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1,$$

comparando la solución explícita con la aproximada por el desarrollo en serie de potencias, para distintos n , y en distintos intervalos $[0, A]$, $\forall A > 0$.

- 2.1 Encontrar los valores propios y las funciones propias del problema de Sturm-Liouville

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & x \in (0, 1) \\ y(0) = 0, & y(1) = 0 \end{cases}$$

Desarrollar las funciones $f(x) = 1$, $f(x) = e^x$ y $f(x) = x$, en serie de Fourier de dichas funciones propias. Encontrar el coeficiente de Fourier n -ésimo para distintos valores de n .

- 2.2 Crear una función MATLAB que lea n y nos de los n primeros términos del desarrollo en serie de Fourier, relativa a las funciones propias de 2.1), de una función f continua a trozos en $[0, 1]$. Hacer la gráfica de la función f y de las sumas parciales de la serie comparando la aproximación.

Tomar para esto las funciones $f(x) = x(x - 1)$, $f(x) = x$, y f definida como:

$$f(x) = x \text{ si } x \in [0, 1/2], \quad f(x) = 0 \text{ si } x \in (1/2, 1].$$