Ampliación de Matemáticas - 2^0 Curso, 2021/22

Grado en Ingeniería Civil (Mención en Construcciones Civiles)

EDO con MATLAB - HOJA 5

Modelos Matemáticos y Transformada de Laplace

1.- Estudiar el comportamiento de las vibraciones del modelo de resorte lineal

$$my'' + ky' + cy = p(t)$$

dependiendo de la relación entre las constantes masa m, recuperación c y amortiguación k (ver sección 2.5 del libro de apuntes).
Tomando $p(t) = 0$, y las ecuaciones

$$y'' + 3y' + 2y = 0, \quad y'' + 2y' + 2y = 0, \quad y'' + 4y' + 4y = 0, \quad y'' + 4y = 0$$

hacer una gráfica de las soluciones para distintas condiciones iniciales $y(0) = y_0$, $y'(0) = z_0$ indicando cuándo el movimiento es débilmente amortiguado, fuertemente amortiguado o periódico.
En ausencia de amortiguación, comparar los distintos comportamientos para distintas fuerzas actuando sobre el sistema resorte-masa: e.g., tomar $k = 0$, $m = 1$, $c = 4$, $p(t) = cos(t)$ y $p(t) = cos(2t)$

2.- Utilizar la transformada de Laplace para resolver los problemas que se enuncian a continuación. Si se pueden resolver con el comando *dsolve*, comprobar que la solución que se obtiene es la misma. Hacer una gráfica de la solución en un intervalo que contenga puntos de discontinuidad de los datos.

i). $y' - y = 1, \qquad y(0) = A$, siendo A una constante

ii). $y'' - 3y' + 2y = 4te^{3t}, \qquad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1$

iii). Ejercicio 7, sección 2.7 del libro de apuntes, relativo a modelos de resortes o circuitos

$$y'' + 2y' + 2y = 3\delta(t - pi), \qquad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

iv). Ejercicio 16, sección 7.2 del libro de apuntes, relativo a modelos de resortes lineales.

$$y'' + y = -u(t) + u(t - 1), \qquad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

v). Problema de contorno relativo a un modelo de vigas, sección 2.7 del libro de apuntes.

$$y^{iv} = \delta(x - 1), \quad x \in (0, 2)$$

$$y(0) = y'(0) = 0, \quad y''(2) = y'''(2) = 0$$

vi). Problema de Cauchy para un sistema diferencial lineal de primer orden (ejercicio 10-a, sección 2.7 del libro de apuntes.)

$$\left\{ \begin{array}{rcl} y + z' & = & e^{-t} \\ 3y + y' & = & z - 3z' \\ y(0) = 1 & , & z(0) = 1. \end{array} \right.$$