

Ampliación de Matemáticas - 2^o Curso, 2021/22

Grado en Ingeniería Civil (Mención en Construcciones Civiles)

EDO con MATLAB - HOJA 3

Resolución numérica de EDO

1. Considerar el problema de Cauchy

$$y' = t + y, \quad y(0) = 1,$$

Comparar la solución exacta con la aproximada obtenida por el método de Euler para distintos tamaños del paso h .

Repetir con los métodos de Euler mejorado y Runge-Kutta.

Comparar la solución con la obtenida utilizando la función MATLAB *ode45*

2. Considerar el problema de Cauchy :

$$y' = x^2 + y^2, \quad y(0) = 1$$

Comprobar usando *dfield* que la solución no está definida en $[0, 1]$ (ver ejemplo 13 de la sección 1.7 del libro de apuntes; ver también el ejercicio 10 de la sección 1.7)

Aplicar el método de Runge-Kutta, para distintos tamaños del paso, viendo como la solución crece muy deprisa en el intervalo $[0.9, 1]$. Hacer gráficas de las soluciones.

Establecer un control de paso que nos permita tomar h tal que $y(0.9) \approx 14.27$.

Considerar el problema de Cauchy: $y' = x^2 + y^2$, $y(0.9) = 14.27$. Aplicar el método de Runge-Kutta para distintos tamaños del pasos en $[0.9, 1]$. Tomar, e.g., $h = 0.001$

Utilizando las soluciones numéricas de los apartados anteriores, dibujar la aproximación de la solución de $y' = x^2 + y^2$, $y(0) = 1$, en $[0, 0.96]$.

Utilizar la función MATLAB *ode45*, para resolver numericamente.

3. Resolver explícita o numericamente los problemas de Cauchy:

$$\begin{cases} y' = x + y - 3 \\ y(0) = 2, \end{cases} \quad \begin{cases} y' = x + y - 3 \\ y(0) = 2.001, \end{cases}$$

Comparar las soluciones mediante una gráfica en los intervalos $[0,5]$, $[0,10]$, $[0,100]$.

Comparar las soluciones en $x = 1$ y en $x = \log 10^6$.

4. Para otros errores que pueden aparecer con los métodos numéricos, como son los de redondeo, o los de propagación de los errores en los datos de un problema ver, por ejemplo, ejercicios 1 y 12 de las secciones 1.6 y 1.7 respectivamente del libro de apuntes

5. Utilizar una función MATLAB para resolver numericamente, en el intervalo $[0.5, 1.5]$ los problemas de Cauchy:

$$y' = y^2 - x^2, y(1) = 1.1, \quad / \quad y' = ye^{-x^2}, y(1.1) = 1, \quad / \quad y' = -y + 3 \cos(x), y(1) = 1$$

Cambiar de condición inicial, intervalo, método y ecuación.