EXAMEN FINAL DE AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS
BLOQUE DE CÁLCULO INTEGRAL Y SERIES DE FOURIER
24 DE ENERO DE 2013

Apellidos y nombre:..
DNI:..
Número de orden:..

Instrucciones y comentarios:

1. La duración de este bloque es de 1h 30'.
2. No se permite el uso de calculadora, libros y/o apuntes de ningún tipo.
3. No se permitirá la utilización de teléfonos móviles durante el examen.
4. **Se ha de contestar, separadamente, cada ejercicio en su hoja de enunciados. Hay que indicar, por tanto, nombre, apellidos, DNI y número de orden en las hojas de enunciados que se repartan y hay que entregar todas, aunque no se conteste nada.**
5. La puntuación indicada en las preguntas de este bloque está expresada sobre un valor total de 10 puntos. En la calificación global del examen, dicha puntuación será multiplicada por un factor 1/3.

1.- (3 ptos.) Calcular $\int\int_D (y-x)\;dxdy$, siendo D la región del plano limitada por las rectas $y = x+1$, $y = x-3$, $y = (7-x)/3$ e $y = 5 - x/3$.

EXAMEN FINAL DE AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS
BLOQUE DE CÁLCULO INTEGRAL Y SERIES DE FOURIER
24 DE ENERO DE 2013

Apellidos y nombre:..
DNI:..
Número de orden:..

Instrucciones y comentarios:

1. La duración de este bloque es de 1h 30'.
2. No se permite el uso de calculadora, libros y/o apuntes de ningún tipo.
3. No se permitirá la utilización de teléfonos móviles durante el examen.
4. **Se ha de contestar, separadamente, cada ejercicio en su hoja de enunciados. Hay que indicar, por tanto, nombre, apellidos, DNI y número de orden en las hojas de enunciados que se repartan y hay que entregar todas, aunque no se conteste nada.**
5. La puntuación indicada en las preguntas de este bloque está expresada sobre un valor total de 10 puntos. En la calificación global del examen, dicha puntuación será multiplicada por un factor 1/3.

2.- (4 ptos.) Sea X el campo vectorial cuyas componentes son $X = (az^2, 0, -b)$, $a, b \in \Re^+$ y sea

$$A = \left\{ (x,y,z) \in \Re^3 : \left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}c\right)^2 + \left(y - \frac{c}{2}\right)^2 = 3c^2,\ -\frac{\sqrt{3}}{2}c \leq x \leq 0,\ -c \leq y \leq \frac{c}{2},\ 5c \leq z \leq 9c \right\}$$

a) 2 ptos. Calcular el flujo de X a través de A.

b) 2 ptos. Calcular la circulación de X a lo largo de la frontera de A.

EXAMEN FINAL DE AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS
BLOQUE DE CÁLCULO INTEGRAL Y SERIES DE FOURIER
24 DE ENERO DE 2013

Apellidos y nombre:..
DNI:...
Número de orden:...

Instrucciones y comentarios:

1. La duración de este bloque es de 1h 30'.
2. No se permite el uso de calculadora, libros y/o apuntes de ningún tipo.
3. No se permitirá la utilización de teléfonos móviles durante el examen.
4. **Se ha de contestar, separadamente, cada ejercicio en su hoja de enunciados. Hay que indicar, por tanto, nombre, apellidos, DNI y número de orden en las hojas de enunciados que se repartan y hay que entregar todas, aunque no se conteste nada.**
5. La puntuación indicada en las preguntas de este bloque está expresada sobre un valor total de 10 puntos. En la calificación global del examen, dicha puntuación será multiplicada por un factor 1/3.

3.- (3 ptos.) Se considera la función $f(x) = \cos(\pi x)$ en el intervalo $[0, 1]$. Se pide determinar: **a) 1.5 ptos.** su serie de Fourier coseno; **b) 1.5 ptos.** su serie de Fourier seno.

NOMBRE.. Número........

2^0 Curso - Grado I. CIVIL - Curso 2012/13

Ampliación de Matemáticas: ECUACIONES DIFERENCIALES

Examen final: 24- Enero - 2013– Bloque ED

Observación: No utilizar calculadora ni apuntes. Todas las respuestas deben ser debidamente razonadas en el examen. Contestar separadamente cada ejercicio en su hoja de enunciados. Escribir de forma precisa la solución donde se pida, e indicar si se cambia de hoja en una resolución. Entregar todas las hojas de enunciados con nombre y número.

EJERCICIO 1

Se consideran las ecuaciones de Riccati

$$(a). \qquad y' + 2e^{x}y - y^2 = e^{2x} + e^{x}$$

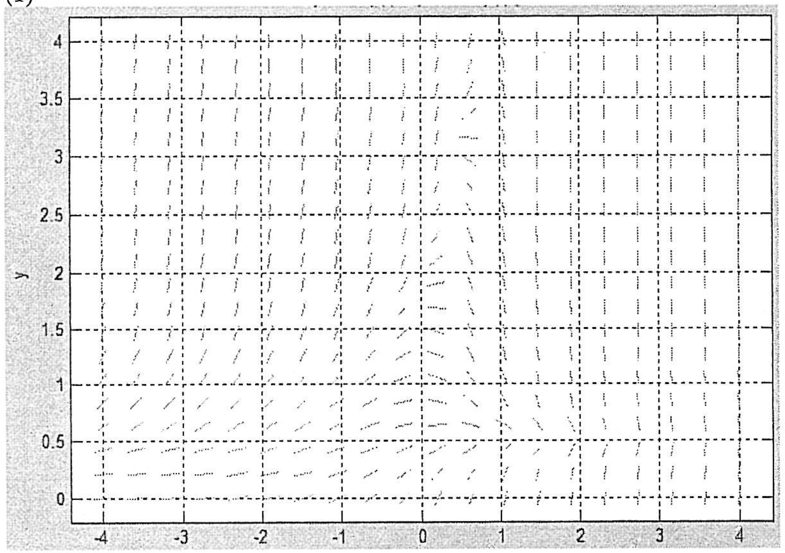
$$(b). \qquad y' + 2e^{-x}y - y^2 = e^{-2x} - e^{-x}$$

que tienen una solución particular del tipo $y = e^{\alpha x}$ para $\alpha = \pm 1$. Determinar el valor de α para cada ecuación, y encontrar las solución general.

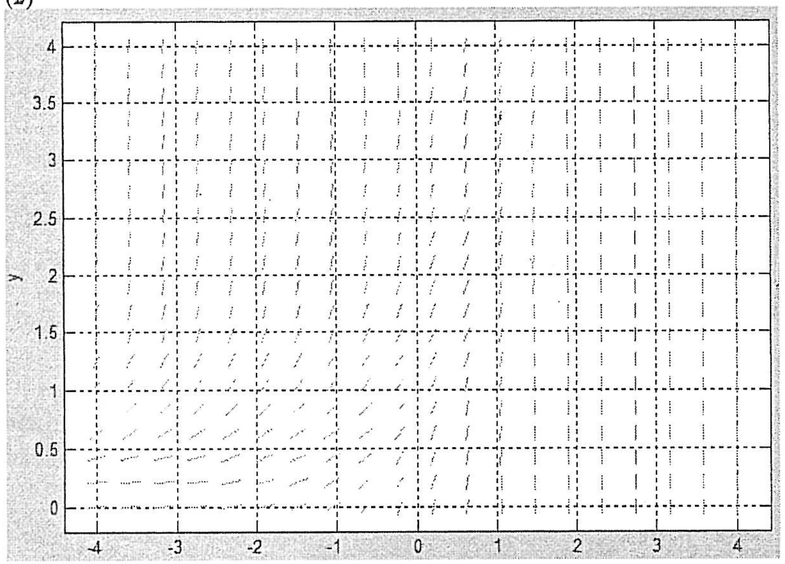
Para (a), calcular la solución que pasa por $(0, 1)$ y el intervalo de definición de ésta. Para (b) calcular la solución que pasa por $(0, 2)$ y el intervalo de definición de ésta. En caso de no saber resolver estudiar la existencia y unicidad de solución pasando por estos puntos. Razonar qué campo de direcciones está asociado a cada ecuación.

RESOLUCION Y RAZONAMIENTOS

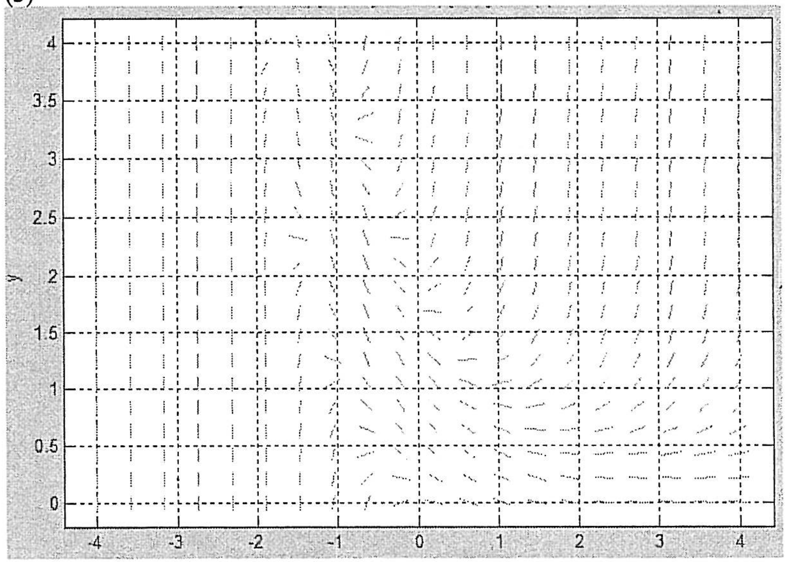
(1)


y
4
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4

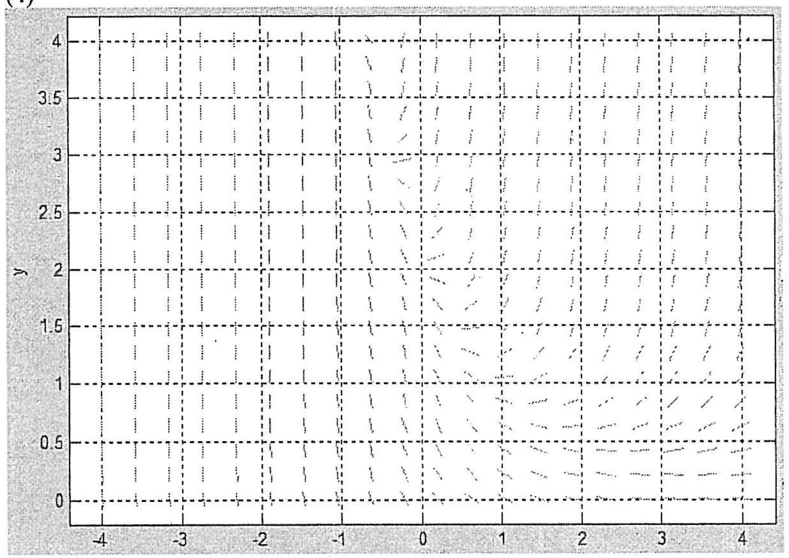
(2)


y
4
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4

(3)


y
4
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4

(4)


y
4
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4

(a).

SOLUCIÓN PARTICULAR: .... SOLUCIÓN GENERAL......................

SOLUCION / $y(0) = 1$ ....INTERVALO...............

CAMPO DE DIRECCIONES (1) / (2)/ (3)/ (4) (tachar lo que no proceda)

RAZÓN BREVE

(b).

SOLUCIÓN PARTICULAR: .... SOLUCIÓN GENERAL......................

SOLUCION / $y(0) = 2$ ....INTERVALO...............

CAMPO DE DIRECCIONES (1) / (2)/ (3)/ (4) (tachar lo que no proceda)

RAZÓN BREVE

EJERCICIO 2

Resolver el problema (asociado a la ecuación del calor):

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = 0\,, \quad x \in (0,1),\ t > 0\,, \\ u(x,0) = \sin(\pi x)\,, \quad x \in [0,1]\,, \\ u(0,t) = 0 \quad , \quad u(1,t) = 0, \quad t \geq 0\,, \end{cases}$$

SOLUCIÓN:

RESOLUCION Y RAZONAMIENTOS

NOMBRE.. Número.........

2^0 Curso - Grado I. CIVIL - Curso 2012/13

Ampliación de Matemáticas: ECUACIONES DIFERENCIALES

Examen final: 24- Enero - 2013– Bloque ED

Observación: No utilizar calculadora ni apuntes. Todas las respuestas deben ser debidamente razonadas en el examen. Contestar separadamente cada ejercicio en su hoja de enunciados. Escribir de forma precisa la solución donde se pida, e indicar si se cambia de hoja en una resolución. Entregar todas las hojas de enunciados con nombre y número.

EJERCICIO 3

Resolver el problema de valores iniciales:

$$\left\{\begin{array}{rcl} y_1' & = & 2y_1 + y_2 + 2e^{2x} \\ y_2' & = & -4y_1 + 2y_2 \end{array}\right.$$

$$y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = -4$$

SOLUCION GENERAL DEL SISTEMA HOMOGENEO

SOLUCION GENERAL DEL SISTEMA NO HOMOGENEO

SOLUCION DEL PROBLEMA DADO

NOMBRE.. Número.........

2^0 Curso - Grado I. CIVIL - Curso 2012/13

Ampliación de Matemáticas: ECUACIONES DIFERENCIALES

Examen final: 24- Enero - 2013– Bloque ED

Observación: No utilizar calculadora ni apuntes. Todas las respuestas deben ser debidamente razonadas en el examen. Contestar separadamente cada ejercicio en su hoja de enunciados. Escribir de forma precisa la solución donde se pida, e indicar si se cambia de hoja en una resolución. Entregar todas las hojas de enunciados con nombre y número.

EJERCICIO 4
Se considera la ecuación diferencial

$$y'' - ay' - (1+a)y = xe^{-x}.$$

Resolverla según los valores de a (parámetro real).

RESOLUCION Y RAZONAMIENTOS

Ecuaciones Diferenciales
Formulario

-Método de variación de parámetros: cálculo de soluciones particulares

- E.D.O. de primer orden: $k(x) = \int q(x)\, \exp(\int p(x)dx)\, dx$

- E.D.O. de segundo orden:

$$K_1(x) = \int \frac{-r(x)y_2(x)}{W[y_1,y_2](x)}dx \quad , \quad K_2(x) = \int \frac{r(x)y_1(x)}{W[y_1,y_2](x)}dx.$$

- Sistemas de E.D.O.: $\bar{k}(x) = \int \Phi(x)^{-1}.\bar{b}(x)dx)$

-Reducción de orden para E.D.O. de segundo orden:

$$c(x) = \int \frac{\exp(-\int p(x)dx)}{y_1(x)^2}dx$$

- Método de coeficientes indeterminados cálculo de soluciones particulares:

- Si $r(x) = p_k(x)e^{\alpha x}$, se busca $y_p(x) = x^s P_k(x)e^{\alpha x}$
- Si $r(x) = p_k(x)e^{\alpha x}\cos\beta x$ ó $r(x) = p_k(x)e^{\alpha x}\sin\beta x$,
  se busca $y_p(x) = x^s P_k(x)e^{\alpha x}\cos\beta x + x^s Q_k(x)e^{\alpha x}\sin\beta x$.

donde p_k, P_k, Q_k son polinomios de grado k,
$s = 0$ si $\alpha + i\beta$ no es raíz del polinomio característico, $s = n_i$ si $\alpha + i\beta$ es raíz del polinomio característico de multiplicidad n_i.

-Método de Euler para el problema $\bar{y}' = \bar{F}(t,\bar{y})$, $\bar{y}(t_0) = \bar{y}_0$:

$$t_{i+1} = t_i + h\,, \quad \bar{y}_{i+1} = \bar{y}_i + h\bar{F}(t_i,\bar{y}_i)$$

- Funciones "escalón" (" Heaviside") y "Delta de Dirac"

$$u(t-a) = \begin{cases} 0 & si \quad t < a \\ 1 & si \quad t \geq a. \end{cases}$$

$$\delta(t-a) = \begin{cases} \infty & si \quad t = a \\ 0 & si \quad t \neq a. \end{cases} \quad , \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-a)dt = 1$$

- Algunas relaciones trigonométricas:

$$2\sin a\, \sin b = \cos(a-b) - \cos(a+b)$$

$$2\sin a\, \cos b = \sin(a-b) + \sin(a+b)$$

$$2\cos a\, \cos b = \cos(a-b) + \cos(a+b)$$

- Angulo α de corte de dos rectas de pendientes m_1 y m_2: $\tan\alpha = \frac{m_2-m_1}{1+m_1m_2}$