NOMBRE.. **Número**.........
DNI..............................

2^0 Curso - Grado I. CIVIL - Curso 2014/15
Ampliación de Matemáticas
Examen : 9- Septiembre - 2015

Observación: No utilizar calculadora ni apuntes. Todas las respuestas deben ser debidamente razonadas en el examen.

EJERCICIO 1 (2,5p) Calcular el volumen común al elipsoide y al paraboloide elíptico, cuyas respectivas ecuaciones son:

$$\mathbf{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1}, \qquad \mathbf{\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = \frac{y}{b}}, \ \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} > \mathbf{0}.$$

RESOLUCIÓN Y RAZONAMIENTOS

NOMBRE.. **Número**.........
DNI..............................

2^0 Curso - Grado I. CIVIL - Curso 2014/15
Ampliación de Matemáticas
Examen : 9- Septiembre - 2015

Observación: No utilizar calculadora ni apuntes. Todas las respuestas deben ser debidamente razonadas en el examen. Escribir de forma precisa la solución donde se pida, e indicar si se cambia de hoja en una resolución.

EJERCICIO 2 (1,4p) Utilizar el método de desarrollo en serie de potencias para obtener los 4 primeros términos **no nulos** de las soluciones de la siguiente ecuación diferencial

$$y'' - xy = 0$$

que satisfacen las siguientes condiciones iniciales:

- a) $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.
- b) $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

SOLUCIÓN GENERAL DE LA ECUACIÓN..

SOLUCIÓN QUE SATISFACE $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ ....
(4 primeros términos no nulos)

SOLUCIÓN QUE SATISFACE $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$ ....
(4 primeros términos no nulos)

EJERCICIO 3 (1,4p)
Resolver el problema de valores iniciales

$$\left\{ \begin{array}{rcl} y_1' & = & -5y_1 + y_2 + 6e^{2x} \\ y_2' & = & 4y_1 - 2y_2 - e^{2x} \end{array} \right.$$

$$y_1(0) = 0, \;\; y_2(0) = 1.$$

SOLUCIÓN DEL SISTEMA HOMOGÉNEO..

SOLUCIÓN GENERAL DEL SISTEMA NO HOMOGENÉO..

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE VALORES INICIALES..

RESOLUCIÓN Y RAZONAMIENTOS

NOMBRE.. **Número**.........
DNI..............................

2^0 Curso - Grado I. CIVIL - Curso 2014/15
Ampliación de Matemáticas
Examen : 9- Septiembre - 2015

Observación: No utilizar calculadora ni apuntes. Todas las respuestas deben ser debidamente razonadas en el examen. Escribir de forma precisa la solución donde se pida, e indicar si se cambia de hoja en una resolución.

EJERCICIO 4 (1,3p)
Resolver la ecuación diferencial, sabiendo que la ecuación homogénea tiene una solución de la forma $e^{\alpha x}$ para alguna constante α.

$$xy'' + (2x-1)y' - 2y = x^2 e^{-2x}$$

SOLUCIÓN GENERAL DE LA ED HOMOGÉNEA...

SOLUCIÓN DE LA ED NO HOMOGÉNEA...

RESOLUCIÓN Y RAZONAMIENTOS

EJERCICIO 5 (1,8p)
Resolver las dos ecuciones diferenciales.

$$a). \quad y'' - y' = x$$
$$b). \quad xy'' - y' = x$$

ESCRIBIR LA SOLUCIÓN GENERAL DE:

LA ED HOMOGÉNEA a)..

LA ED NO HOMOGÉNEA a)..

LA ED HOMOGÉNEA b)..

LA ED NO HOMOGÉNEA b)..

RESOLUCIÓN Y RAZONAMIENTOS

EJERCICIO 6 (1,6p)
Resolver la ecuación diferencial:

$$xy' - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2e^x}y^3 = 0$$

Estudiar la existencia y unicidad de solución explícita pasando por cada punto del plano (x_0, y_0), y encontrar las soluciones expplícitas que pasan por los puntos $(1,1)$ y $(1,2)$ así como el intervalo de definición de dichas soluciones.

SOLUCION GENERAL DE LA ED...

SOLUCIÓN pasando por $(1,1)$...INTERVALO...........

SOLUCIÓN pasando por $(1,2)$...INTERVALO...........

RAZONAMIENTO sobre EXISTENCIA Y UNICIDAD
DE SOLUCION PASANDO POR CADA PUNTO DEL PLANO

Ecuaciones Diferenciales
Formulario

-Método de variación de parámetros: cálculo de soluciones particulares

- E.D.O. de primer orden: $k(x) = \int q(x)\, \exp(\int p(x)dx)\, dx$

- E.D.O. de segundo orden:

$$K_1(x) = \int \frac{-r(x)y_2(x)}{W[y_1,y_2](x)}dx \quad , \quad K_2(x) = \int \frac{r(x)y_1(x)}{W[y_1,y_2](x)}dx.$$

- Sistemas de E.D.O.: $\bar{k}(x) = \int \Phi(x)^{-1}.\bar{b}(x)dx)$

-Reducción de orden para E.D.O. de segundo orden:

$$c(x) = \int \frac{\exp(-\int p(x)dx)}{y_1(x)^2}dx$$

- Método de coeficientes indeterminados cálculo de soluciones particulares:

- Si $r(x) = p_k(x)e^{\alpha x}$, se busca $y_p(x) = x^s P_k(x)e^{\alpha x}$
- Si $r(x) = p_k(x)e^{\alpha x}\cos\beta x$ ó $r(x) = p_k(x)e^{\alpha x}\sin\beta x$,
  se busca $y_p(x) = x^s P_k(x)e^{\alpha x}\cos\beta x + x^s Q_k(x)e^{\alpha x}\sin\beta x$.

donde p_k, P_k, Q_k son polinomios de grado k,
$s = 0$ si $\alpha + i\beta$ no es raíz del polinomio característico, $s = n_i$ si $\alpha + i\beta$ es raíz del polinomio característico de multiplicidad n_i.
-Método de Euler para el problema $\bar{y}' = \bar{F}(t,\bar{y})$, $\bar{y}(t_0) = \bar{y}_0$:

$$t_{i+1} = t_i + h\,, \quad \bar{y}_{i+1} = \bar{y}_i + h\bar{F}(t_i,\bar{y}_i)$$

- Funciones "escalón" (" Heaviside") y "Delta de Dirac"

$$u(t-a) = \begin{cases} 0 & si \quad t < a \\ 1 & si \quad t \geq a. \end{cases}$$

$$\delta(t-a) = \begin{cases} \infty & si \quad t = a \\ 0 & si \quad t \neq a. \end{cases} \quad , \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-a)dt = 1$$

- Algunas relaciones trigonométricas:

$$2\sin a\,\sin b = \cos(a-b) - \cos(a+b)$$

$$2\sin a\,\cos b = \sin(a-b) + \sin(a+b)$$

$$2\cos a\,\cos b = \cos(a-b) + \cos(a+b)$$

- Angulo α de corte de dos rectas de pendientes m_1 y m_2: $\tan\alpha = \frac{m_2-m_1}{1+m_1m_2}$