

NOMBRE..... Número.....  
DNI.....

**2<sup>o</sup> Curso - Grado I. CIVIL - Curso 2019/20**  
**Ampliación de Matemáticas**  
**Examen Final: 17 de Enero 2020**

---

**Observación:** No utilizar calculadora ni apuntes. Todas las respuestas deben ser debidamente razonadas en el examen.

---

EJERCICIO 1.a (0.75p)

Obtener el desarrollo de Fourier de la función  $f(t) = t^2$  en el intervalo  $[-\pi, \pi]$  considerando su extensión periódica con periodo  $2\pi$ . Obtener la expresión general para los coeficientes y dar, de forma explícita, los 6 primeros términos no nulos del desarrollo.

RESOLUCIÓN Y RAZONAMIENTOS

EJERCICIO 1.b (1.75p)

Consideremos el campo vectorial de  $\mathfrak{R}^3$

$$\mathbf{F} = (x^3, 0, yz).$$

Calcular el flujo de  $\mathbf{F}$  a través de la superficie  $S$  dada por

$$x^2 + z^2 = 4, 0 < y < 10, z > 0.$$

RESOLUCIÓN Y RAZONAMIENTOS

## RESOLUCIÓN Y RAZONAMIENTOS

**EJERCICIO 2 (2p)****EJERCICIO 2.a**

Resolver la ecuación diferencial

$$x^2 y'' + xy' - \frac{1}{4}y = x\sqrt{x}.$$

Demostrar que el problema de contorno asociado

$$(PC) \begin{cases} x^2 y'' + xy' - \frac{1}{4}y = x\sqrt{x}, & x \in (1, 2) \\ y(1) = 0, & y(2) = 0 \end{cases}$$

tiene solución única y encontrarla

SOLUCIÓN GENERAL ED HOMOGÉNEA :

SOLUCIÓN GENERAL ED NO HOMOGÉNEA :

SOLUCION de (PC)

EXISTENCIA Y UNICIDAD

(razonamiento breve)

## RESOLUCIÓN Y RAZONAMIENTOS

### EJERCICIO 2.b

Resolver la ecuación diferencial

$$x^2 y'' + xy' + \left(x^2 - \frac{1}{4}\right)y = x\sqrt{x}$$

sabiendo que una solución de la ecuación homogénea es (función de Bessel de orden 1/2)

$$y_1(x) = \frac{\sin(x)}{\sqrt{x}}$$

SOLUCIÓN GENERAL ED HOMOGÉNEA :

SOLUCIÓN GENERAL ED NO HOMOGÉNEA :

RESOLUCIÓN Y RAZONAMIENTOS

## RESOLUCIÓN Y RAZONAMIENTOS

### EJERCICIO 3 (2p)

Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales

$$a). \quad y'' + 6y' + 9y = \cos(x); \quad b). \quad y^{(4)} + 6y''' + 9y'' = \cos(x)$$

Encontrar las soluciones que verifiquen las condiciones iniciales  $y(0) = 0, y'(0) = 0$ .

SOLUCION GENERAL ED. HOMOGENEA en a).:

SOLUCION PARTICULAR de a).

SOLUCION GENERAL ED. HOMOGENEA en b).

SOLUCION PARTICULAR de b).

SOLUCIONES /  $y(0) = y'(0) = 0$ .



## RESOLUCIÓN Y RAZONAMIENTOS

**EJERCICIO 4** (1.5p)

Resolver el problema de valores iniciales

$$\begin{cases} y_1' = y_1 - 2y_2 \\ y_2' = y_1 + 3y_2 + e^{2x} \end{cases}$$

$$y_1(0) = 2, \quad y_2(0) = -1.$$

SOLUCIÓN GENERAL SISTEMA HOMOGÉNEO

SOLUCIÓN PARTICULAR  
SISTEMA NO HOMOGÉNEO

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA

RESOLUCIÓN Y RAZONAMIENTOS

**EJERCICIO 5 (2p)**

a). Resolver la ecuación diferencial:

$$xy' - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2e^x}y^3 = 0$$

Encontrar la solución explícita que pasa por el punto (1, 1) así como el intervalo de definición de ésta. En caso de no poder, estudiar la existencia y unicidad de solución explícita pasando por (1, 1), indicar el intervalo y calcular la aproximación mediante los tres primeros términos del desarrollo de Taylor.

b). Dar la ecuación de las curvas isoclinas en que las soluciones de la ED pueden cambiar el crecimiento y dibujar dichas curvas isoclinas.

SOLUCION GENERAL DE LA ED.....

SOLUCIÓN /  $y(1) = 1$  .....INTERVALO.....

CURVAS ISOCLINAS.....

EXISTENCIA Y UNICIDAD DE SOLUCION  
APROXIMACIÓN

DIBUJO

## RESOLUCIÓN Y RAZONAMIENTOS