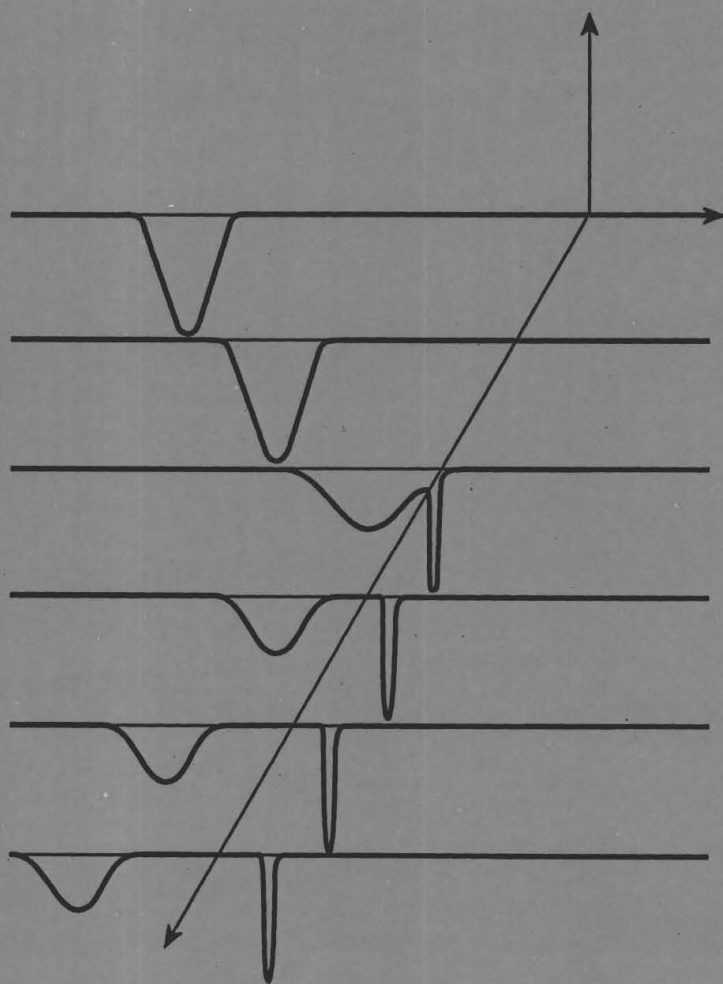


# ECUACIONES DIFERENCIALES!?.

Una introducción.

*M<sup>a</sup> Eugenia Pérez Martínez*



Universidad de Cantabria



ECUACIONES DIFERENCIALES!?.  
Una introducción.

*M<sup>a</sup> Eugenia Pérez Martínez.*

Departamento de Matemática Aplicada  
y Ciencias de La Computación.

E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos

Universidad de Cantabria

**Título:** Ecuaciones Diferenciales I?  
Una introducción

**Autor:** María Eugenia Pérez Martínez  
**Portada:** Antonio José González

**I.S.B.N.:** 84-89627-28-2  
**Depósito Legal:** SA-655-1996

**Imprime:** Servicio de Publicaciones  
E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos  
Universidad de Cantabria  
Avda. de los Castros, s/n  
39005 Santander.España

# Índice General

|                |  |               |
|----------------|--|---------------|
| <b>1</b>       | <b>Ecuaciones diferenciales de primer orden.</b>                   | <b>9</b>      |
| 1.1            | Introducción.  | 9             |
| 1.2            | Primeras definiciones y ejemplos.                                  | 10            |
| 1.3            | Significado geométrico de $y' = f(x, y)$ .                         | 15            |
| 1.4            | Ecuaciones diferenciales exactas.                                  | 22            |
| 1.4.1          | Factores integrantes.  | 24            |
| 1.5            | Ecuaciones lineales.   | 27            |
| 1.6            | Modelos diferenciales.   | 30            |
| 1.6.1          | Crecimiento de poblaciones.  | 31            |
| 1.6.2          | Caída libre de cuerpos.  | 34            |
| 1.6.3          | Paso de corriente eléctrica a través de circuitos.                 | 35            |
| 1.7            | El problema de Cauchy.   | 39            |
| 1.7.1          | Aproximación numérica de la solución.                              | 44            |
| <del>1.8</del> | <del>Ecuaciones no resueltas en <math>y'</math>.</del>             | <del>55</del> |
| <b>2</b>       | <b>Ecuaciones diferenciales de orden <math>n, n &gt; 1</math>.</b> | <b>61</b>     |
| 2.1            | Introducción.  | 61            |
| 2.2            | Primeras definiciones y ejemplos.                                  | 62            |
| 2.3            | Ecuaciones lineales de segundo orden.                              | 69            |
| 2.3.1          | Ecuación lineal homogénea.   | 70            |
| 2.3.2          | Ecuación lineal no homogénea.                                      | 75            |
| 2.4            | Ecuaciones lineales de orden $n, n > 2$ .                          | 76            |
| 2.5            | Modelos diferenciales.   | 81            |
| 2.6            | Solución por desarrollos en serie.                                 | 89            |
| 2.7            | La Transformada de Laplace.  | 99            |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| <b>3</b> | <b>Sistemas diferenciales de ecuaciones lineales.</b>                       | <b>113</b> |
| 3.1      | Introducción. . . . .   | 113        |
| 3.2      | Sistemas diferenciales lineales con $n$ ecuaciones. . . . .                 | 117        |
| 3.3      | Sistema homogéneo con coeficientes constantes. . . . .                      | 121        |
| 3.4      | Sistema no homogéneo. . . . .   | 125        |
| <b>4</b> | <b>Sistemas no lineales. Plano de fases.</b>                                | <b>133</b> |
| 4.1      | Introducción. . . . .   | 133        |
| 4.2      | Mapa de fases para un sistema autónomo. . . . .                             | 138        |
| 4.3      | Puntos críticos en el plano . . . . .                                       | 143        |
| 4.3.1    | Clasificación de los puntos críticos. . . . .                               | 145        |
| 4.3.2    | Puntos críticos para sistemas lineales con coeficientes constantes. . . . . | 146        |
| 4.3.3    | Puntos críticos para sistemas no lineales: aproximación lineal. . . . .     | 148        |
| 4.3.4    | Estabilidad de los puntos críticos: Método de Liapunov. . . . .             | 149        |
| 4.4      | Localización de ciclos en el plano. . . . .                                 | 155        |
| <b>5</b> | <b>Problemas de contorno.</b>   | <b>159</b> |
| 5.1      | Introducción. . . . .   | 159        |
| 5.2      | La Función de Green. . . . .  | 163        |
| 5.3      | Problemas de valores propios. . . . .                                       | 168        |
| <b>6</b> | <b>Ecuaciones en Derivadas Parciales.</b>                                   | <b>179</b> |
| 6.1      | Introducción. . . . .   | 179        |
| 6.2      | Clasificación de las ecuaciones lineales de segundo orden. . . . .          | 182        |
| 6.3      | Problemas bien propuestos. . . . .  | 185        |
| 6.4      | Problemas de Cauchy. . . . .  | 191        |
| 6.4.1    | Fórmula de D'Alembert. . . . .  | 192        |
| 6.4.2    | Fórmula de Poisson. . . . .   | 194        |
| 6.5      | El método de separación de variables. . . . .                               | 198        |
| <b>7</b> | <b>Problemas propuestos.</b>  | <b>213</b> |
| 7.1      | Sobre el capítulo 1. . . . .  | 213        |
| 7.2      | Sobre el capítulo 2. . . . .  | 222        |
| 7.3      | Sobre los capítulos 3 y 4. . . . .  | 229        |

|                                  |     |
|----------------------------------|-----|
| <i>Índice General</i>            | 7   |
| 7.4 Sobre el capítulo 5. . . . . | 235 |
| 7.5 Sobre el capítulo 6. . . . . | 240 |
| <b>Bibliografía</b>              | 249 |

# Bibliografía

- [1] **M. Arrate.** *Ecuaciones Diferenciales.* Facultad de Ciencias. Santander, 1995.
- [2] **JR.F. Ayres.** *Ecuaciones Diferenciales: Teoría y Problemas.* MacGraw-Hill. Serie Schaum. Bogotá, 1969.
- [3] **W.E. Boyce y R.C. DiPrima.** *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems.* John Wiley. Nueva York, 1986. (Cuarta o quinta edición).
- [4] **F. Brauer y J.A. Nohel.** *The Qualitative Theory of Ordinary Differential Equations: An Introduction.* Dover. Nueva York, 1968.
- [5] **M. Braun.** *Differential Equations and Their Applications.* Springer-Verlag. Nueva York, 1986. (Tercera edición).
- [6] **D.N. Burghes y M.S. Borrie.** *Modelling with Differential Equations.* John Wiley. Londres, 1981.
- [7] **E.A. Coddington.** *Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.* Continental. Méjico, 1979.
- [8] **E.A. Coddington y N. Levinson.** *Theory of Ordinary Differential Equations.* McGraw-Hill. Nueva York, 1955.
- [9] **L. Collatz.** *Differential Equations: An Introduction with Applications.* John Wiley. Hamburgo, 1986.
- [10] **R. Courant y D. Hilbert** *Methods of Mathematical Physics.* Interscience (2 vols.). Nueva York, 1962.

- [11] **M. Crouzeix** y **A.L. Mignot**. *Analyse Numérique des Equations Différentielles*. Masson. París, 1984.
- [12] **P. Duchateau** y **D.W. Zachmann**. *Partial Differential Equations*. MacGraw-Hill, Serie Schaum. Nueva York, 1986.
- [13] **L. Elsgoltz**. *Ecuaciones Diferenciales y Cálculo de Variaciones*. Mir. Moscú, 1977.
- [14] **E. Garbayo**. *Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*. Umbon. Madrid, 1985.
- [15] **M. de Guzman**. *Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Teoría de la Estabilidad y Control*. Alambra. Madrid, 1975.
- [16] **W. Hurewicz**. *Lectures on Ordinary Differential Equations*. Dover. Nueva York, 1990.
- [17] **E. Isaacson** y **H.B. Keller**. *Analysis of Numerical Methods*. John Wiley. Nueva York, 1966.
- [18] **P.W. Jordan** y **P. Smith**. *Nonlinear Ordinary Differential Equations*. Calderon Press. Oxford, 1976.
- [19] **R. Kent Nagle** y **E.B. Saff**. *Fundamentos de Ecuaciones Diferenciales*. Addison-Wesley Iberoamericana. Nueva York, 1992. (Segunda edición).
- [20] **A. Kiseliiov** , **M. Krasnov** y **G. Makarenko**. *Problemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*. Mir. Moscú, 1979.
- [21] **J.C. Lucena** y **J.L. Nuñez**. *Problemas de Ecuaciones Diferenciales*. Alexa. Madrid, 1972.
- [22] **F. Marcellan**, **L. Casasús** y **A. Zarzo**. *Ecuaciones Diferenciales: Problemas Lineales y Aplicaciones*. McGraw-Hill. Madrid, 1990.
- [23] **S.G. Mikhlin**. *Mathematical Physics, an Advanced Course*. North-Holland. Leningrado, 1969.



- [24] **T. Myint-U.** *Ordinary Differential Equations.* North-Holland. Nueva York, 1987.
- [25] **T. Myint-U.** *Partial Differential Equations for Scientist and Engineers.* North-Holland. Nueva York, 1987.
- [26] **S. Novo, R. Obaya y J. Rojo.** *Ecuaciones Diferenciales y Sistemas Diferenciales.* McGraw-Hill. Madrid, 1995.
- [27] **I. Petrovsky.** *Théorie des Equations Différentielles Ordinaires et des Equations Intégrales.* Mir. Moscú, 1988.
- [28] **P.A. Raviart y J.M. Thomas.** *Introduction à l'Analyse Numérique des Equations aux Dérivées Partielles.* Masson. París, 1988.
- [29] **J. Ray Hanna y J.H. Rowland.** *Fourier Series, Transforms and Boundary Value Problems.* John Wiley. Nueva York, 1990.
- [30] **E. de la Rosa.** *Ecuaciones en Derivadas Parciales.* E.T.S. Ingenieros de Caminos. Madrid, 1985.
- [31] **F. Simmons.** *Ecuaciones Diferenciales con aplicaciones y notas históricas.* McGraw-Hill. Méjico, 1993. (Segunda edición).
- [32] **I.N. Sneddon.** *Fourier Transforms.* McGraw-Hill. Nueva York, 1951.
- [33] **I.N. Sneddon.** *The Use of Integral Transform.* McGraw-Hill. Nueva York, 1972.
- [34] **M.R. Spiegel.** *Transformada de Laplace: Teoría y Problemas.* MacGraw-Hill, Serie Schaum. Madrid, 1970.
- [35] **H.F. Weinberger.** *Ecuaciones Direrenciales en Derivadas Parciales.* Reverté. Barcelona, 1970.
- [36] **H.K. Wilson.** *Ordinary Differential Equations.* Addison Wesley. Edwardsville, 1971.