# ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES CON 2 VARIABLES INDEPENDIENTES *

$$F(x, t, u, u_x, u_t, u_{xx}, u_{xt}, u_{tt}) = 0$$

$x$, $t$ **variables independientes;**

$u(x,t)$ **función incógnita** $(t \equiv y)$

## ▶ EDP de primer orden

$$u_t - cu_x = 0\,, \qquad u(x,0) = f(x)$$

Soluciones: *ondas* $u(x,t) = f(x+ct)$

## ▶ EDP de segundo orden

Ecuación de ondas: $u_{tt} - a^2 u_{xx} = f(t,x)$

Ecuación del calor: $u_t - a^2 u_{xx} = f(t,x)$

Ecuación de Laplace: $u_{xx} + u_{yy} = f(x,y)$

SOLUCIÓN: Buscar u(x,t) que admita derivadas parciales segundas "verificando la ecuación"

SEPARACIÓN DE VARIABLES:

Buscar u(x,t)=X(x).T(t) y llegar a una ecuación diferencial ordinaria en la variable independiente $x$ y otra en la variable independiente $t$

**En general, nos lleva al cálculo de valores propios y funciones propias para problemas de contorno en EDO, y a los desarrollos en serie de Fourier de funciones**

* **Resúmenes / Capítulo 6 / Ecuaciones Diferenciales!?. Una introducción. UC, Mª Eugenia Pérez Martínez**

**Ejemplos**

- Propagación de ondas en una cuerda, de logitud infinita, (*problema de Cauchy / valores iniciales* )

$$\left\{\begin{array}{rcl} u_{tt} - u_{xx} & = & 0\,, \quad x \in (-\infty, \infty), \quad t > 0 \\ u(x,0) = \sin(x) & , & u_t(x,0) = 0\,,\ x \in (-\infty, \infty)\,. \end{array}\right.$$

$u(x,t) = \sin(x)\cos(t)$

- Propagación del calor en una barra conductora de longitud infinita, (*problema de Cauchy*)

$$\left\{\begin{array}{rcl} u_t - u_{xx} & = & 0\,, \quad x \in (-\infty, \infty), \quad t > 0 \\ u(x,0) & = & \cos(x),\ x \in (-\infty, \infty)\,. \end{array}\right.$$

$u(x,t) = e^{-t}\cos(x)$

- Modelo de calor estacionario:*problema de contorno*

$$\left\{\begin{array}{rll} u_{xx} + u_{yy} = 0, & \text{en} & x^2 + y^2 < 1 \\ u(x,y) = 1, & \text{en} & x^2 + y^2 = 1\,. \end{array}\right.$$

$u(x,y) = 1$

- Modelo de vibraciones de una viga, con extremos simplemente soportados (*problema mixto* )

$$\left\{\begin{array}{rcl} u_{tt} + u_{xxxx} & = & 0\,, x \in (0,\pi), t > 0\,, \\ u(x,0) & = & \sin 2x\,,\ x \in [0,\pi]\,, \\ u_t(x,0) & = & 3\sin 2x\,,\ x \in [0,\pi] \\ u(0,t) = u(\pi,t) & = & 0\,, t \geq 0\,, \\ u_{xx}(0,t) = u_{xx}(\pi,t) & = & 0\,, t \geq 0\,. \end{array}\right.$$

$u(x,t) = \sin(2x)(\cos(4t) + \frac{3}{4}\sin(4t))$