

Problemas propuestos

- 1.1. Razonar en base a los postulados y teoremas del álgebra de Boole si es posible o no definir un álgebra de Boole para $B = \{0, a, 1\}$ o $B = \{0, a, b, 1\}$
- 1.2. Demostrar los teoremas de Boole T6 y T8 por perfecta inducción sobre el álgebra de conmutación.
- 1.3. Demostrar los teoremas T1, T2, T7 y T9 mediante los postulados y los teoremas anteriores del álgebra de Boole.
- 1.4. Demostrar, utilizando únicamente postulados y teoremas del álgebra de conmutación, que se cumple que:

$$AB + \overline{A}C = (A + C)(\overline{A} + B)$$

2.1. Simplificar las siguientes expresiones lógicas

a) $\overline{A} \overline{B} + \overline{A} \overline{C} + A \overline{B} C$

b) $\overline{\overline{A + B}(\overline{A + C})}$

c) $A B \overline{C} + (A B \overline{C} + \overline{A} C) [B(A + C) + \overline{B} C + A \overline{B} \overline{C}]$

d) $(A + B + C)(A + \overline{B}) + \overline{\overline{A} B} (\overline{A} B + \overline{C})$

e) $\overline{\overline{\overline{A B + C} B \overline{C} B \overline{C}} (A B + C)}$

f) $[(A + B \overline{C}) \oplus \overline{A} C] + \overline{(B + C) \oplus \overline{A + B}}$

g) $\overline{\overline{A(C + \overline{D})} \oplus \overline{B} \cdot \overline{\overline{A + C + \overline{D} + \overline{B} C}} \cdot A}$

2.2. Se define la diferencia booleana de una función $F(x_1, x_2, \dots, x_k, \dots, x_n)$, $dF/d(x_k)$ como $F(x_1, x_2, \dots, 0, \dots, x_n) \oplus F(x_1, x_2, \dots, 1, \dots, x_n)$.

Calcular la diferencia booleana dF/dx_4 , donde

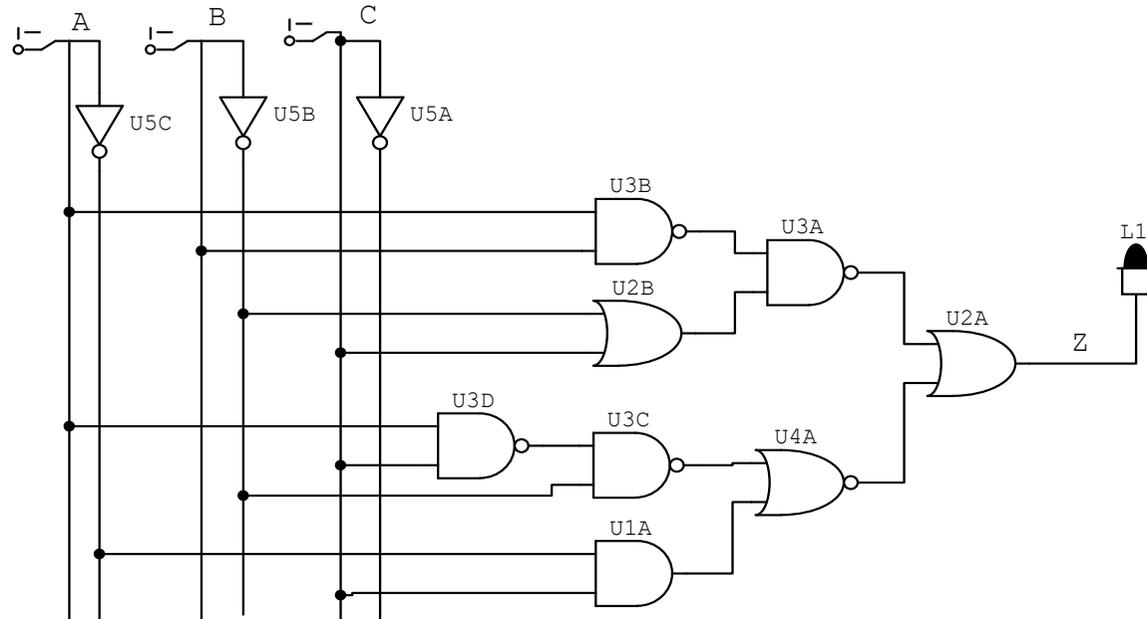
$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + \overline{(x_2 + x_3) x_4} + [x_4 \oplus (x_2 + x_3 x_4)]$$

3.1. Representar las siguientes funciones lógicas mediante puertas lógicas. Simplificarlas y representar el circuito reducido.

$$a) \overline{\overline{A + \overline{B} (A \oplus \overline{C}) + \overline{B} C + A \overline{C}}}$$

$$b) \overline{\overline{A B + C \overline{C D} \overline{A} (D + \overline{B D} + A)}}$$

3.2. Encontrar la función lógica que realiza el siguiente circuito. Simplificarla y construir un nuevo circuito reducido.



4.1. Una bombilla (B) en un panel de control se enciende si: el sistema (S) está ON y, el modo (M) de funcionamiento es automático, o bien el modo de funcionamiento es manual y el control (C) está en situación de espera.

Representar este enunciado por una función lógica y su correspondiente circuito lógico. Simplificar la función lógica si es posible y realizar el circuito lógico.

4.2. A, B y C coleccionan muebles.

A está interesado en muebles de salón excepto mesas inglesas, o muebles ingleses que no sean mesas.

B está interesado en muebles que no sean mesas, y que sean ingleses o sean muebles de salón no ingleses.

C está interesado en muebles de salón ingleses, o en mesas no inglesas.

Determinar la tabla de verdad y una función lógica reducida para los muebles buscados por separado por A, por B, y por C y los muebles buscados por dos o más coleccionistas.

5.1. Una corporación financiera debe resolver un problema trascendente para su futuro. Para ello su presidente pide opinión a sus tres mejores economistas A, B y C, y conociendo como razonan decide que se tomará una decisión positiva si A y B están a favor, o no lo están ni A ni C, o si lo está B pero no C. Los economistas utilizan el siguiente proceso de decisión:

- A está a favor si hace buen tiempo y, es antes del mediodía siendo el día del mes par o es después del mediodía.

- B está en contra si el día del mes es impar o hace buen tiempo y, es antes del mediodía o hace mal tiempo.

- C está en contra si es antes del mediodía, hace mal tiempo y el día del mes es par.

a) Encontrar las ecuaciones lógicas que definen el sistema e implementarlas con puertas lógicas.

Utilizar el álgebra de conmutación para resolver simplificando al máximo posible el resultado de la decisión en función de los factores ambientales, e implementarla con puertas lógicas.

b) Encontrar el resultado de la decisión usando únicamente tablas de verdad.

6.1. La representación de números con signo puede hacerse mediante un código de dígitos con signo, en el que cada dígito binario puede tomar tres valores: +1, 0 y -1. El valor +1 añade el peso positivo en binario natural (2^i : 1, 2, 4, 8, 16, ...) del dígito al valor final del número, el valor -1 añade el peso negativo, y el valor 0 no añade peso. Cada dígito D_i se representa en binario por dos bits ($S_i R_i$), y el valor del dígito $D_i = S_i - R_i$: (1 0) es +1, (0 1) es -1; (0 0) y (1 1) son 0.

Un número N en código de dígitos con signo se puede pasar a un número X en complemento-2 en tres pasos:

- Para cada dígito D_i , Y_i es 1, si el dígito i es +1 ó -1, y 0 si el dígito es 0.
- Para cada dígito D_i , Z_i se obtiene del dígito menos significativo (D_0) al más significativo (D_n). $Z_0 = 0$; para el resto de los dígitos Z_i es 1 si el dígito $D_{(i-1)}$ toma el valor -1, si el dígito $D_{(i-1)}$ toma el valor +1 Z_i es 0, y $Z_i = Z_{(i-1)}$ si el dígito $D_{(i-1)}$ toma el valor 0.
- X_i es 1 si Y_i y Z_i son distintos, y X_i es 0 si Y_i y Z_i son iguales.

Siguiendo el enunciado, indicar las funciones lógicas que definen un circuito que realiza la conversión de código de dígitos con signo de 4 dígitos a complemento-2, e implementarlas con puertas lógicas.

7.1. Se quiere diseñar un circuito que, dado un número N de 4 bits ($N_3 N_2 N_1 N_0$), genere como salida un número C de 4 bits ($C_3 C_2 C_1 C_0$) que sea el complemento a 2 de N.

El circuito debe realizar la transformación siguiendo este algoritmo: sea N_k el bit a valor 1 de N de menor índice k, entonces para cada bit i de C, $C_i = N_i$ si $i \leq k$, y $C_i = \bar{N}_i$ si $i > k$. El circuito debe diseñarse mediante un circuito formado por dos bloques B1 y B2:

B1. Lee los bits de entrada de N y genera una señal intermedia Z de 4 bits ($Z_3 Z_2 Z_1 Z_0$). Siguiendo el algoritmo Z_i es 0 si $i \leq k$, y Z_i es 1, si $i > k$.

B2. $C_i = N_i$ si Z_i es 0; $C_i = \bar{N}_i$, si $Z_i = 1$.

Mostrar en tablas de verdad la operación de los bloques B1 y B2, encontrar las ecuaciones lógicas reducidas que permiten definir sus salidas, y diseñar el circuito utilizando puertas lógicas de dos entradas.

8.1. Encontrar las formas canónicas SOP y POS de las siguientes funciones lógicas:

a) $F(A, B, C) = \sum(0, 5, 6, 7)$

b) $F(A, B, C) = \sum(2, 3, 4, 6, 7)$

c) $F(A, B, C) = \prod(1, 2, 4, 5, 6, 7)$

d) $F(A, B, C, D) = \sum(3, 4, 6, 7, 9, 11, 12, 14, 15)$

e) $F(A, B, C, D) = \sum(0, 2, 3, 5, 7, 8, 12, 13)$

f) $F(A, B, C, D) = \prod(1, 2, 4, 5, 6, 7, 12, 15)$

g) $F(A, B, C, D) = \sum(0, 4, 5, 8, 9, 10, 13, 14, 15)$

9.1. Encontrar las tablas de verdad y las funciones lógicas en notación decimal de los siguientes enunciados:

a) Se quiere obtener si un número está en unos intervalos dados, produciendo 1 lógico en los intervalos $[2, 4]$ y $[6, 8]$, y 0 lógico en los intervalos $[0]$ y $[9, 13]$. Dichos números están codificados mediante el código Gray.

b) Se quiere calcular cuando, para dos números binarios A y B de dos bits, el resultado de la operación $A/B + B/A$ es entero. Los resultados sólo tienen importancia cuando la operación matemática no es indeterminada.

c) Se quiere obtener en Z (Z_1Z_0) el valor máximo de en binario de dos números A (A_1A_0) y B (B_1B_0) binarios de 2 bits, sabiendo que la suma de A y B no puede ser 3.