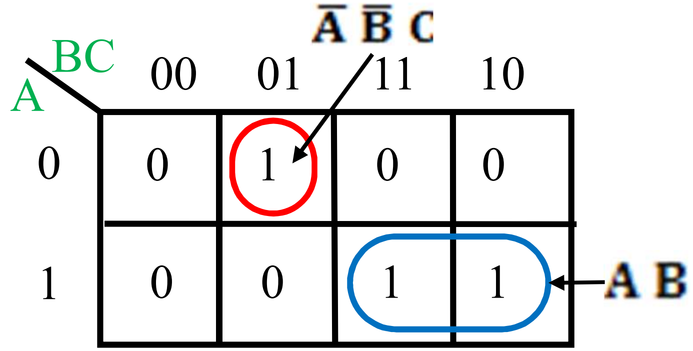
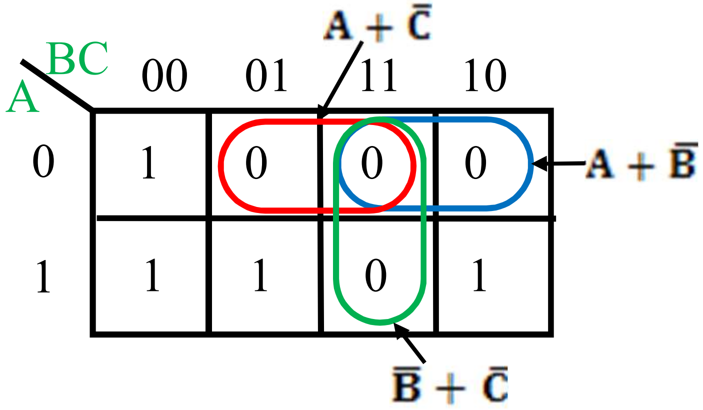
1.1. Representar las siguientes funciones en Mapas de Karnaugh

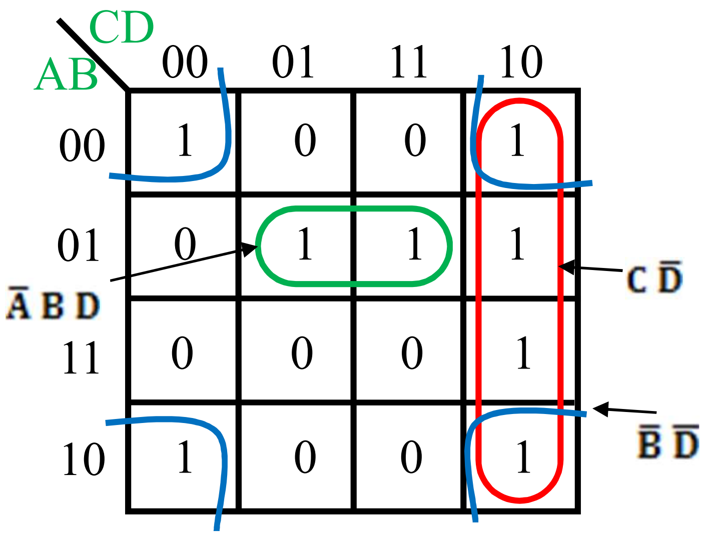


a) $F(A, B, C) = AB + \bar{A}\,\bar{B}\,C$



b) $F(A, B, C) = (A + \bar{B})\,(A + \bar{C})\,(\bar{B} + \bar{C})$

c) $F(A, B, C, D) = \bar{B}\,\bar{D} + C\,\bar{D} + \bar{A}\,B\,D$



1.1. Representar las siguientes funciones en Mapas de Karnaugh

d) $F(A, B, C, D) = A + \bar{B}\,C + B\,\bar{C}\,\bar{D}$

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	1	0	0	0
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

$\bar{B}\,C$

$B\,\bar{C}\,\bar{D}$

A

e) $F(A, B, C, D) = \bar{C}\,(A + \bar{D})\,(\bar{A} + \bar{B} + D)$

$A + \bar{D}$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	0	0	0
11	0	1	0	0
10	1	1	0	0

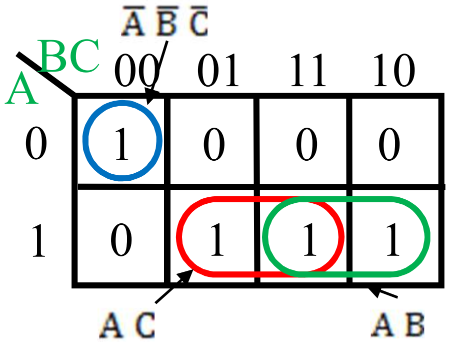
$\bar{C}$

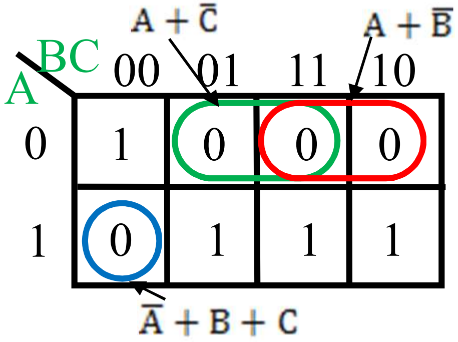
$\bar{A} + \bar{B} + D$

2.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS): 3 ENTRADAS

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

a) $F(A, B, C) = \sum(0, 5, 6, 7)$

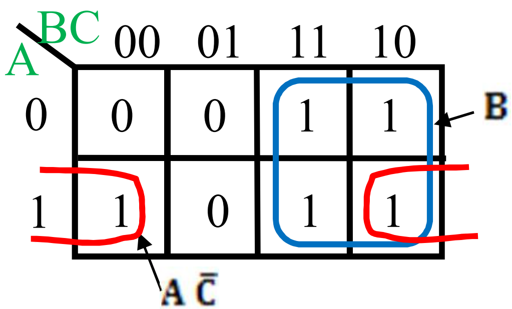


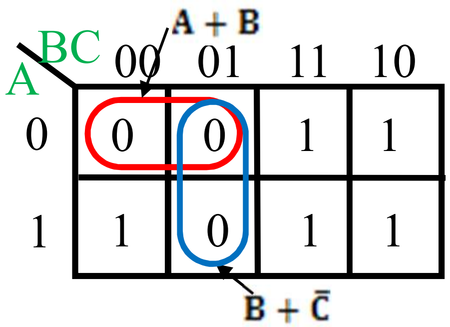


SOP. $F(A, B, C) = \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C} + A\,C + A\,B$

POS. $F(A, B, C) = (\bar{A} + B + C)(A + \bar{B})(A + \bar{C})$

b) $F(A, B, C) = \sum(2, 3, 4, 6, 7)$





SOP. $F(A, B, C) = B + A\,\bar{C}$

POS. $F(A, B, C) = (B + \bar{C})(A + B)$

2.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS): 3 ENTRADAS

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

c) $F(A, B, C) = \prod(1, 2, 4, 5, 6, 7)$

$\bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}$ $\bar{A}\,B\,C$

A \ BC	00	01	11	10
0	1	0	1	0
1	0	0	0	0

$B + \bar{C}$ $\bar{B} + C$ $\bar{A}$

A \ BC	00	01	11	10
0	1	0	1	0
1	0	0	0	0

SOP. $F(A, B, C) = \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C} + \bar{A}\,B\,C$

POS. $F(A, B, C) = \bar{A}\,(B + \bar{C})(\bar{B} + C)$

2.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS): 4 ENTRADAS

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

d) $F(A, B, C, D) = \sum(3, 4, 6, 7, 9, 11, 12, 14, 15)$

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	0	1	1
11	1	0	1	1
10	0	1	1	0

$C\,D$

$B\,\overline{D}$

$A\,\overline{B}\,D$

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	0	1	1
11	1	0	1	1
10	0	1	1	0

$A + B + C$

$B + D$

$\overline{B} + C + \overline{D}$

SOP. $F(A, B, C, D) = C\,D + B\,\overline{D} + A\,\overline{B}\,D$

POS. $F(A, B, C, D) = (B + D)(\overline{B} + C + \overline{D})(A + B + C)$

-- Hay otra solución mínima POS

2.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS): 4 ENTRADAS

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

e) $F(A, B, C, D) = \sum(0, 2, 3, 5, 7, 8, 12, 13)$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	0	1	1	0
11	1	1	0	0
10	1	0	0	0

$\bar{A}\,C\,D$ — $\bar{A}\,\bar{B}\,\bar{D}$ — $A\,\bar{C}\,\bar{D}$ — $B\,\bar{C}\,D$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	0	1	1	0
11	1	1	0	0
10	1	0	0	0

$B + C + \bar{D}$ — $A + \bar{B} + D$ — $\bar{A} + \bar{C}$

SOP. $F(A, B, C, D) = \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{D} + A\,\bar{C}\,\bar{D} + B\,\bar{C}\,D + \bar{A}\,C\,D$

-- Hay otra solución mínima SOP

POS. $F(A, B, C, D) = (\bar{A} + \bar{C})(B + C + \bar{D})(A + \bar{B} + D)$

2.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS): 4 ENTRADAS

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

f) $F(A, B, C, D) = \prod(1, 2, 4, 5, 6, 7, 12, 15)$

$\bar{B}\,\bar{C}\,\bar{D}$ $\bar{B}\,C\,D$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	1	0
01	0	0	0	0
11	0	1	0	1
10	1	1	1	1

$A\,\bar{C}\,D$ $A\,C\,\bar{D}$

$A + C + \bar{D}$

$\bar{B} + C + D$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	1	0
01	0	0	0	0
11	0	1	0	1
10	1	1	1	1

$A + \bar{C} + D$

$\bar{B} + \bar{C} + \bar{D}$

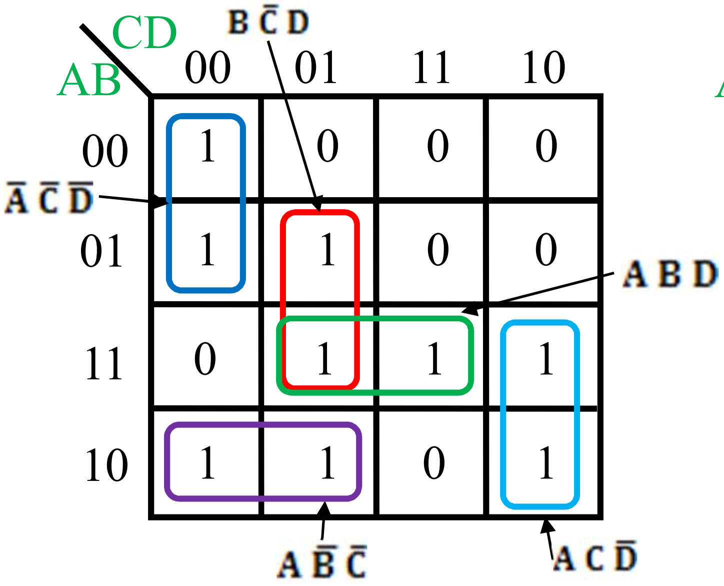
SOP. $F(A, B, C, D) = \bar{B}\,\bar{C}\,\bar{D} + A\,\bar{C}\,D + \bar{B}\,C\,D + A\,C\,\bar{D}$

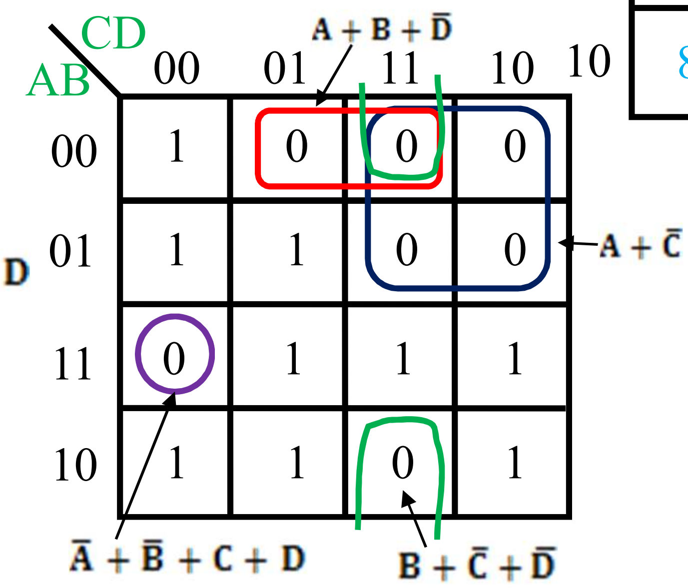
POS. $F(A, B, C, D) = (\bar{B} + C + D)(A + C + \bar{D})(\bar{B} + \bar{C} + \bar{D})(A + \bar{C} + D)$

2.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS): 4 ENTRADAS.

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

g) $F(A, B, C, D) = \sum(0, 4, 5, 8, 9, 10, 13, 14, 15)$





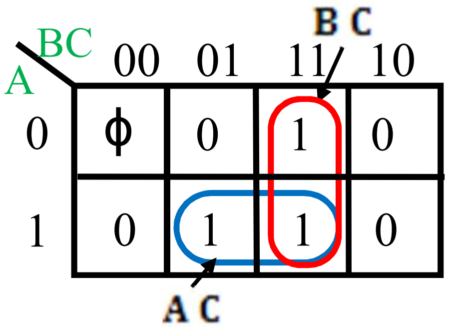
-- Hay varias funciones SOP mínimas

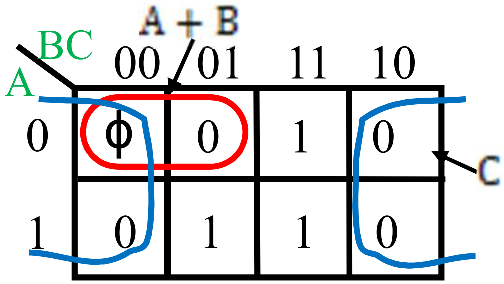
SOP. $F(A, B, C, D) = \bar{A}\,\bar{C}\,\bar{D} + B\,\bar{C}\,D + A\,B\,D + A\,\bar{B}\,\bar{C} + A\,C\,\bar{D}$

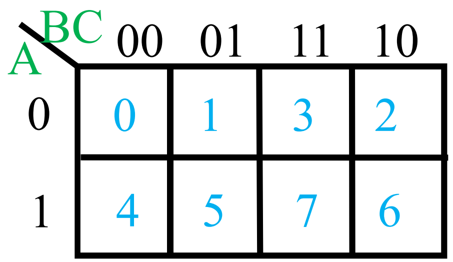
POS. $F(A, B, C, D) = (A+\bar{C})(A+B+\bar{D})(B+\bar{C}+\bar{D})$
$(\bar{A}+\bar{B}+C+D)$

2.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS): 3 ENTRADAS

h) $F(A, B, C) = \sum(3, 5, 7) + \sum_{\varnothing}(0)$



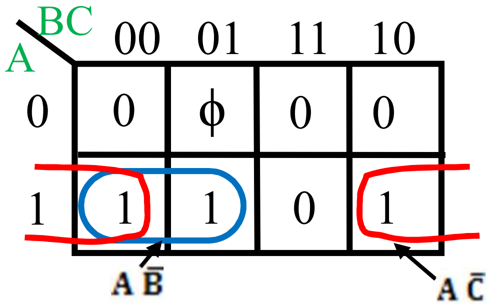


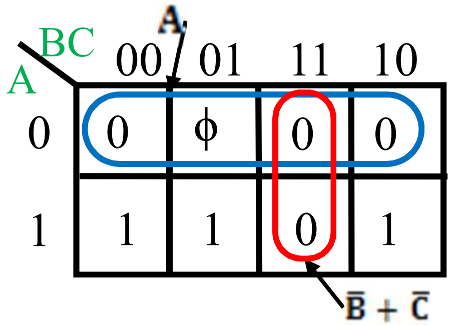


SOP. $F(A, B, C) = A\,C + B\,C$

POS. $F(A, B, C) = C\,(A + B)$

i) $F(A, B, C) = \prod(0, 2, 3, 7) \bullet \prod_{\varnothing}(1)$





SOP. $F(A, B, C) = A\,\overline{B} + A\,\overline{C}$

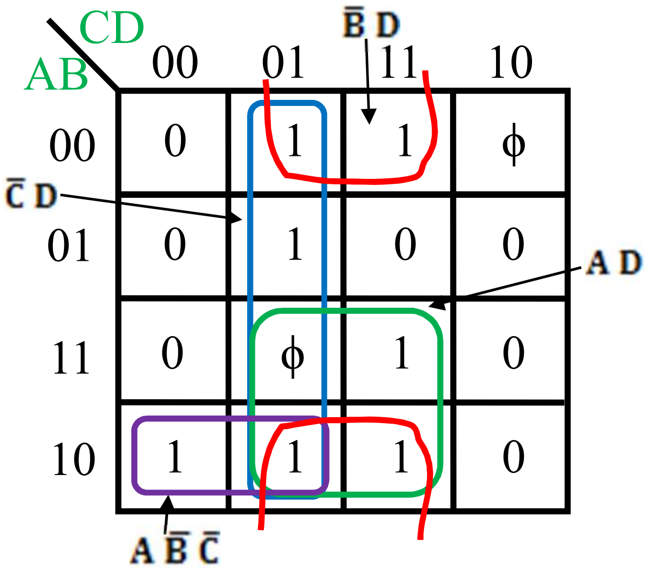
-- Hay otra función SOP mínima

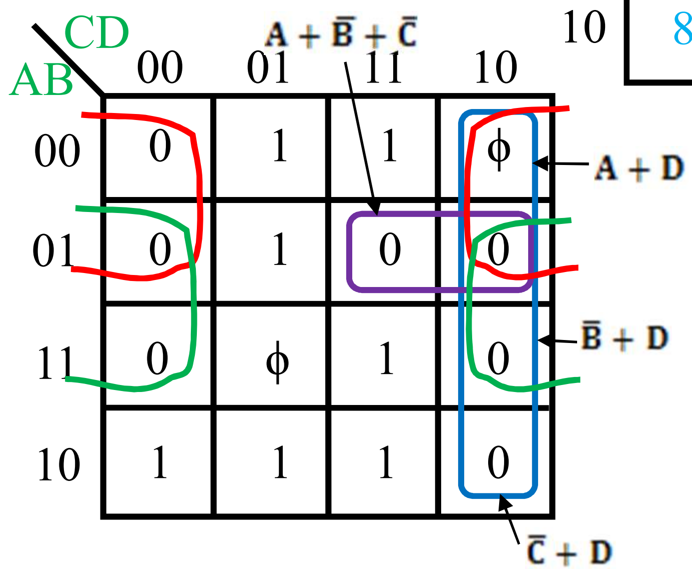
POS. $F(A, B, C) = A\,(\overline{B} + \overline{C})$

2.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS): 4 ENTRADAS

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

j) $F(A, B, C, D) = \sum(1, 3, 5, 8, 9, 11, 15) + \sum_{\varnothing}(2, 13)$





SOP. $F(A, B, C, D) = \bar{C}\,D + \bar{B}\,D + A\,D + A\,\bar{B}\,\bar{C}$

POS. $F(A, B, C, D) = (\bar{C} + D)(A + D)(\bar{B} + D)(A + \bar{B} + \bar{C})$

2.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS): 4 ENTRADAS

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

k) $F(A, B, C, D) = \prod(0, 4, 5, 6, 7) \bullet \prod_{\varnothing}(12, 14)$

$\overline{B}\,D$ $\quad \overline{B}\,C$

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	0	0	0
11	ϕ	1	1	ϕ
10	1	1	1	1

A

$A + C + D$

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	0	0	0
11	ϕ	1	1	ϕ
10	1	1	1	1

$A + \overline{B}$

SOP. $F(A, B, C, D) = A + \overline{B}\,D + \overline{B}\,C$

POS. $F(A, B, C, D) = (A + \overline{B})(A + C + D)$

3.1. Se dispone de un código con pesos (7, 4, -1, -2). Calcular la función lógica mínima en dos niveles que permite indicar cuando el dígito BCD es potencia de 2.

D	7	4	-1	-2	Z	Decimal
0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	7
2	0	1	0	1	1	5
3	0	1	1	0	0	6
4	0	1	0	0	1	4
5	1	0	0	1	0	9
6	1	0	1	0	0	10
7	1	0	0	0	0	8
8	1	1	1	1	1	15
9	1	1	0	1	0	13

Hay dos posibilidades para 4, pero elijo la de la tabla.
Los decimales que no están en la tabla generan ϕs

$$Z = F(A, B, C, D) = \sum(4, 5, 7, 15) + \sum_{\phi}(1, 2, 3, 11, 12, 14)$$

3.1. Se dispone de un código con pesos (7, 4, -1, -2). Calcular la función lógica mínima en dos niveles que permite indicar cuando el dígito BCD es potencia de 2.

$$Z = F(A, B, C, D) = \sum(4, 5, 7, 15) + \sum_{\phi}(1, 2, 3, 11, 12, 14)$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

$\bar{A} B \bar{C}$ $C D$

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	ϕ	ϕ	ϕ
01	1	1	1	0
11	ϕ	0	1	ϕ
10	0	0	ϕ	0

$$F(A, B, C, D) = C D + \bar{A} B \bar{C}$$

3.2. Obtener la expresión lógica mínima que permite obtener si un número está en unos intervalos dados, produciendo 1 lógico en los intervalos [2, 4] y [6, 8], y 0 lógico en los intervalos [0] y [9, 13]. Dichos números están codificados mediante el código Gray.

Gray	G3	G2	G1	G0	Decimal	Z
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	ϕ
2	0	0	1	1	3	1
3	0	0	1	0	2	1
4	0	1	1	0	6	1
5	0	1	1	1	7	ϕ
6	0	1	0	1	5	1
7	0	1	0	0	4	1
8	1	1	0	0	12	1
9	1	1	0	1	13	0
10	1	1	1	1	15	0
11	1	1	1	0	14	0
12	1	0	1	0	10	0
13	1	0	1	1	11	0
14	1	0	0	1	9	ϕ
15	1	0	0	0	8	ϕ

Valores entre 0 y 13. Se necesitan 4 bits (G3, G2, G1, G0) para codificar en código Gray

$Z = F(G3, G2, G1, G0) =$
$= \sum(2, 3, 4, 5, 6, 12) +$
$+ \sum_{\phi}(1, 7, 8, 9)$

3.2. Obtener la expresión lógica mínima que permite obtener si un número está en unos intervalos dados, produciendo 1 lógico en los intervalos [2, 4] y [6, 8], y 0 lógico en los intervalos [0] y [9, 13]. Dichos números están codificados mediante el código Gray.

$$Z = F(G3, G2, G1, G0) = \sum(2, 3, 4, 5, 6, 12) + \sum_{\phi}(1, 7, 8, 9)$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

G3G2 \ G1G0	00	01	11	10
00	0	ϕ	1	1
01	1	1	ϕ	1
11	1	0	0	0
10	ϕ	ϕ	0	0

$\overline{G3}\,G1$

$\overline{G3}\,G2$

$G2\,\overline{G1}\,\overline{G0}$

$$F(G3, G2, G1, G0) = \overline{G3}\,G1 + \overline{G3}\,G2 + G2\,\overline{G1}\,\overline{G0}$$

3.3. Se dispone de un número de 4 bits en complemento-2. Teniendo en cuenta que el intervalo de números válidos está entre [-6,+5] se quiere saber cuando el número es múltiplo de 2 o de 3. Indicar la tabla de verdad del problema en notación decimal y encontrar una forma SOP mínima.

	A	B	C	D
Pesos	-8	4	2	1

$N = -8 * A + 4 * B + 2 * C + 1 * D$

	AB \ CD	00 (0)	01 (1)	11 (3)	10 (2)
0	00	0	1	3	2
4	01	4	5	7	6
-4	11	-4	-3	-1	-2
-8	10	-8	-7	-5	-6

N

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	1	0	ϕ	ϕ
11	1	1	0	1
10	ϕ	ϕ	0	1

$\bar{A}\,C$

$\bar{D}$

$A\,\bar{C}$

$F(A, B, C, D) = \bar{D} + A\,\bar{C} + \bar{A}\,C$

4.1. Encontrar las funciones lógicas SOP mínimas que definen un circuito digital que muestra en sus salidas en binario el valor máximo de dos números A y B binarios de 2 bits, sabiendo que la suma de A y B no puede ser 3.

A (A1, A0)
B (B1, B0)
son de 2 bits =>
valores entre 0 y 3

Z (Z1, Z0)
toma valores entre 0 y 3 => 2 bits

Decimal	A1	A0	B1	B0	A	B	A+B	MAX	Z1	Z0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1
2	0	0	1	0	0	2	2	2	1	0
3	0	0	1	1	0	3	3	-	ϕ	ϕ
4	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1
5	0	1	0	1	1	1	2	1	0	1
6	0	1	1	0	1	2	3	-	ϕ	ϕ
7	0	1	1	1	1	3	4	3	1	1
8	1	0	0	0	2	0	2	2	1	0
9	1	0	0	1	2	1	3	-	ϕ	ϕ
10	1	0	1	0	2	2	4	2	1	0
11	1	0	1	1	2	3	5	3	1	1
12	1	1	0	0	3	0	3	-	ϕ	ϕ
13	1	1	0	1	3	1	4	3	1	1
14	1	1	1	0	3	2	5	3	1	1
15	1	1	1	1	3	3	6	3	1	1

$Z1 = F(A1, A0, B1, B0) = \sum(2, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 15) + \sum_{\phi}(3, 6, 9, 12)$

$Z0 = F(A1, A0, B1, B0) = \sum(1, 4, 5, 7, 11, 13, 14, 15) + \sum_{\phi}(3, 6, 9, 12)$

4.1. Encontrar las funciones lógicas SOP mínimas que definen un circuito digital que muestra en sus salidas en binario el valor máximo de dos números A y B binarios de 2 bits, sabiendo que la suma de A y B no puede ser 3.

$$Z1 = F(A1, A0, B1, B0) = \sum(2, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 15) + \sum_{\phi}(3, 6, 9, 12)$$
$$Z0 = F(A1, A0, B1, B0) = \sum(1, 4, 5, 7, 11, 13, 14, 15) + \sum_{\phi}(3, 6, 9, 12)$$

A1A0 \ B1B0	00	01	11 (B1)	10 (B1)
00	0	0	ϕ	1
01	0	0	1	ϕ
11 (A1)	ϕ	1	1	1
10 (A1)	1	ϕ	1	1

Z1

A1A0 \ B1B0	00	01 (B0)	11 (B0)	10
00	0	1	ϕ	0
01 (A0)	1	1	1	ϕ
11 (A0)	ϕ	1	1	1
10	0	ϕ	1	0

Z0

$$Z1 = F1(A1, A0, B1, B0) = A1 + B1$$
$$Z0 = F0(A1, A0, B1, B0) = A0 + B0$$

4.2. Encontrar las funciones lógicas mínimas en dos niveles SOP que definen las salidas de un circuito que calcula la operación aritmética Z = 2 * A + B, donde A y B son números binarios positivos de 2 bits con la condición adicional de que ninguna de las dos entradas puede tener el valor 0.

A (A1, A0), B (B1, B0) son de 2 bits => valores entre 0 y 3

Zmax = 2 * 3 + 3 = 9. Z requiere 4 bits (Z3, Z2, Z1, Z0)

	A1A0 \ B1B0	0 00	1 01	3 11	2 10
0	00	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
1	01	ϕ	3	5	4
3	11	ϕ	7	9	8
2	10	ϕ	5	7	6

Z = 2 * A + B

A1A0 \ B1B0	00 (0)	01 (1)	11 (3)	10 (2)
0 — 00	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
1 — 01	ϕ	3	5	4
3 — 11	ϕ	7	9	8
2 — 10	ϕ	5	7	6

Z = 2 * A + B

A1A0 \ B1B0	00	01	11	10
00	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
01	ϕ	0	0	0
11	ϕ	0	1	1
10	ϕ	0	0	0

A1 A0 B1

Z3

A1A0 \ B1B0	00	01	11	10
00	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
01	ϕ	0	1	1
11	ϕ	1	0	0
10	ϕ	1	1	1

$\overline{A1}$ B1, A1 $\overline{B1}$, $\overline{A0}$

Z2

A1A0 \ B1B0	00	01	11	10
00	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
01	ϕ	1	0	0
11	ϕ	1	0	0
10	ϕ	0	1	1

$\overline{A0}$ B1, A0 $\overline{B1}$

Z1

A1A0 \ B1B0	00	01	11	10
00	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
01	ϕ	1	1	0
11	ϕ	1	1	0
10	ϕ	1	1	0

B0

Z0

Z3 = F3(A1, A0, B1, B0) = A1 A0 B1

Z2 = F2(A1, A0, B1, B0) = $\overline{A1}\,B1 + A1\,\overline{B1} + \overline{A0}$

Z1 = F1(A1, A0, B1, B0) = $A0\,\overline{B1} + \overline{A0}\,B1$

Z0 = F0(A1, A0, B1, B0) = B0

4.3. Encontrar las función lógicas que definen un sistema que genera la división A/B de dos números positivos binarios A (a1a0) y B (b1b0) de dos bits (sabiendo que B no puede ser 0), encontrando el cociente de la división Q (q1q0) y el resto R (r1r0), también como números positivos binarios de 2 bits.

A (A1, A0), B (B1, B0) son de 2 bits => valores entre 0 y 3.

Qmax = 3 (3/1); Rmax = 2 (2/3). Q (Q1Q0) y R (R1R0) requieren 2 bits.

Si B es 0 la división es indeterminada => Q1, Q0, R1, R0 son ϕs.

	B1B0	0	1	3	2
	A1A0	00	01	11	10
0	00	ϕ	0/0	0/0	0/0
1	01	ϕ	1/0	0/1	0/1
3	11	ϕ	3/0	1/0	1/1
2	10	ϕ	2/0	0/2	1/0

Q/R

A1A0 \ B1B0	00 (0)	01 (1)	11 (3)	10 (2)
0 — 00	ϕ	0/0	0/0	0/0
1 — 01	ϕ	1/0	0/1	0/1
3 — 11	ϕ	3/0	1/0	1/1
2 — 10	ϕ	2/0	0/2	1/0

Q/R

A1A0 \ B1B0	00	01	11	10
00	ϕ	0	0	0
01	ϕ	0	0	0
11	ϕ	1	0	0
10	ϕ	1	0	0

A1 $\overline{B1}$

Q1

A1A0 \ B1B0	00	01	11	10
00	ϕ	0	0	0
01	ϕ	1	0	0
11	ϕ	1	1	1
10	ϕ	0	0	1

A0 $\overline{B1}$

A1 $\overline{B0}$

A1 A0

Q0

A1A0 \ B1B0	00	01	11	10
00	ϕ	0	0	0
01	ϕ	0	0	0
11	ϕ	0	0	0
10	ϕ	0	1	0

R1

A1 $\overline{A0}$ B1 B0

A1A0 \ B1B0	00	01	11	10
00	ϕ	0	0	0
01	ϕ	0	1	1
11	ϕ	0	0	1
10	ϕ	0	0	0

$\overline{A1}$ A0 B1

A0 $\overline{B0}$

R0

Q1 = F3(A1, A0, B1, B0) = A1 $\overline{B1}$

Q0 = F2(A1, A0, B1, B0) = A0 $\overline{B1}$ + A1 $\overline{B0}$ + A1 A0

R1 = F1(A1, A0, B1, B0) = A1 $\overline{A0}$ B1 B0

R0 = F0(A1, A0, B1, B0) = A0 $\overline{B0}$ + $\overline{A1}$ A0 B1

5.1. Dado un dígito D (entre 0 y 9) en código BCD con pesos (8, 7, -2, -4) encontrar las funciones lógicas SOP mínimas que permiten encontrar el resto de la división D/5 en ese mismo código.

Código BCD con peso 4 bits de entrada (A3, A2 , A1, A0)
Resto máximo 4 (4/5) pero codificado en BCD con peso => R requiere cuatro bits (R3, R2, R1, R0)

	8	7	-2	-4		8	7	-2	-4
D	A3	A2	A1	A0	D mod 5	R3	R2	R1	R0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
2	1	0	1	1	2	1	0	1	1
3	0	1	0	1	3	0	1	0	1
4	1	0	0	1	4	1	0	0	1
5	0	1	1	0	0	0	0	0	0
6	1	0	1	0	1	0	1	1	1
7	0	1	0	0	2	1	0	1	1
8	1	0	0	0	3	0	1	0	1
9	1	1	1	1	4	1	0	0	1

A3A2 \ A1A0	00	01	11	10
00	0/0	ϕ	ϕ	ϕ
01	7/2	3/3	1/1	5/0
11	ϕ	ϕ	9/4	ϕ
10	8/3	4/4	2/2	6/1

D/R

A3A2 \ A1A0	00	01	11	10
00	0/0	ϕ	ϕ	ϕ
01	7/2	3/3	1/1	5/0
11	ϕ	ϕ	9/4	ϕ
10	8/3	4/4	2/2	6/1

D/R

A3A2 \ A1A0	00	01	11	10
00	0	ϕ	ϕ	ϕ
01	1	0	0	0
11	ϕ	ϕ	1	ϕ
10	0	1	1	0

$A2\ \overline{A1}\ \overline{A0}$ R3 $A3\ A0$

A3A2 \ A1A0	00	01	11	10
00	0	ϕ	ϕ	ϕ
01	0	1	1	0
11	ϕ	ϕ	0	ϕ
10	1	0	0	1

$\overline{A3}\ A0$

$A3\ \overline{A0}$ R2

A3A2 \ A1A0	00	01	11	10
00	0	ϕ	ϕ	ϕ
01	1	0	1	0
11	ϕ	ϕ	0	ϕ
10	0	0	1	1

$\overline{A3}\ A1\ A0$

$A2\ \overline{A1}\ \overline{A0}$ R1 $\overline{A2}\ A1$

A3A2 \ A1A0	00	01	11	10
00	0	ϕ	ϕ	ϕ
01	1	1	1	0
11	ϕ	ϕ	1	ϕ
10	1	1	1	1

$A0$

$A2\ \overline{A1}$

$A3$ R0

$R3 = F3(A3, A2, A1, A0) = A3\ A0 + A2\ \overline{A1}\ \overline{A0}$

$R2 = F2(A3, A2, A1, A0) = A3\ \overline{A0} + \overline{A3}\ A0$

$R1 = F1(A3, A2, A1, A0) = \overline{A3}\ A1\ A0 + A2\ \overline{A1}\ \overline{A0} + \overline{A2}\ A1$

$R0 = F0(A3, A2, A1, A0) = A3 + A0 + A2\ \overline{A1}$

5.2. Dadas las entradas A (a3 a2 a1 a0) correspondientes a los bits del código BCD con pesos (6, 4, 3, -2), hay que encontrar las funciones mínimas en dos niveles que generen para cada dígito de entrada la distancia de Hamming (entre 0 y 4) en binario con la codificación del mismo dígito en el código BCD con pesos (7, 3, 2, -1). En el caso de que un dígito se pueda codificar de varias formas hay que elegir solo una de ellas, indicando cuál es.

Hasta 4 dígitos de A y B se pueden codificar de varias formas.
El problema tiene varias soluciones. Elijo una.

Entrada A (A3, A2, A1, A0) de 4 bits.
Salida Hmax = 4. H puede tener hasta 3 bits (H2, H1, H0).

	6	4	3	-2	7	3	2	-1		4	2	1
D	A3	A2	A1	A0	B3	B2	B1	B0	DH	H2	H1	H0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	1	0	0	1	0	3	0	1	1
3	0	0	1	0	0	1	0	0	2	0	1	0
4	0	1	0	0	0	1	1	1	2	0	1	0
5	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1
6	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1
7	0	1	1	0	1	0	0	0	3	0	1	1
8	1	1	0	1	1	0	1	1	2	0	1	0
9	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0

H2 = 0

5.2. Dadas las entradas A (a3 a2 a1 a0) correspondientes a los bits del código BCD con pesos (6, 4, 3, -2), hay que encontrar las funciones mínimas en dos niveles que generen para cada dígito de entrada la distancia de Hamming (entre 0 y 4) en binario con la codificación del mismo dígito en el código BCD con pesos (7, 3, 2, -1). En el caso de que un dígito se pueda codificar de varias formas hay que elegir solo una de ellas, indicando cuál es.

Ningún DH es 4. H2 = 0.

A3A2 \ A1A0	00	01	11	10
00	0/0	ϕ	1/0	3/2
01	4/2	2/3	5/1	7/3
11	ϕ	8/2	ϕ	ϕ
10	6/1	ϕ	ϕ	9/0

A/DH

A3A2 \ A1A0	00	01	11	10
00	0	ϕ	0	1
01	1	1	0	1
11	ϕ	1	ϕ	ϕ
10	0	ϕ	ϕ	0

$\overline{A3}$ A1 $\overline{A0}$

A2 $\overline{A1}$

H1

A3A2 \ A1A0	00	01	11	10
00	0	ϕ	0	0
01	0	1	1	1
11	ϕ	0	ϕ	ϕ
10	1	ϕ	ϕ	0

A2 A1

$\overline{A3}$ A2 A0

A3 $\overline{A1}$ $\overline{A0}$

H0

H2 = F2(A3, A2, A1, A0) = 0

H1 = F1(A3, A2, A1, A0) = $A2\,\overline{A1} + \overline{A3}\,A1\,\overline{A0}$

H0 = F0(A3, A2, A1, A0) = $A2\,A1 + A3\,\overline{A1}\,\overline{A0} + \overline{A3}\,A2\,A0$

-- Hay más funciones mínimas para H0

6.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS):

a) $F(A, B, C, D, E) = \sum(3, 4, 7, 9, 11, 12, 15, 16, 18, 19, 20, 23, 24, 26, 27, 28, 31)$

BC \ DE	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

A = 0

BC \ DE	00	01	11	10
00	16	17	19	18
01	20	21	23	22
11	28	29	31	30
10	24	25	27	26

A = 1

SOP

$D\,E$

$C\,\bar{D}\,\bar{E}$

BC \ DE	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	0	1	0
11	1	0	1	0
10	0	1	1	0

$\bar{A}\,B\,\bar{C}\,E$

A = 0

$A\,\bar{C}\,\bar{E}$

BC \ DE	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	1	0	1	0
11	1	0	1	0
10	1	0	1	1

A = 1

$$F(A, B, C, D, E) = D\,E + C\,\bar{D}\,\bar{E} + \bar{A}\,B\,\bar{C}\,E + A\,\bar{C}\,\bar{E}$$

6.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS):

a) $F(A, B, C, D, E) = \sum(3, 4, 7, 9, 11, 12, 15, 16, 18, 19, 20, 23, 24, 26, 27, 28, 31)$

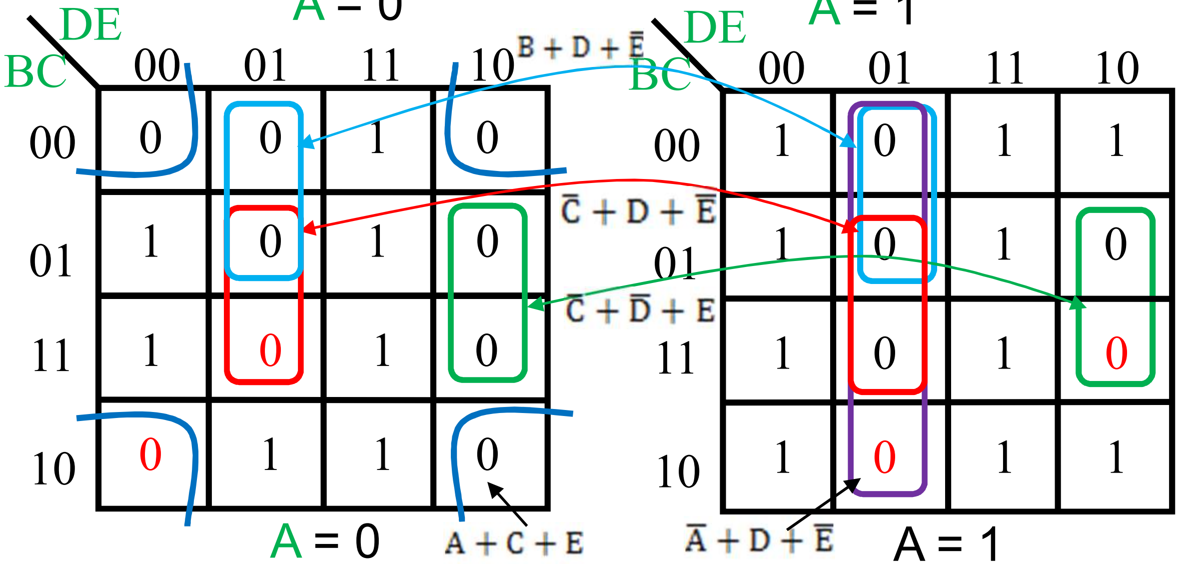
A = 0

BC \ DE	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

A = 1

BC \ DE	00	01	11	10
00	16	17	19	18
01	20	21	23	22
11	28	29	31	30
10	24	25	27	26

POS



$F(A, B, C, D, E) = (A + C + E)\,(\bar{C} + D + \bar{E})\,(\bar{C} + \bar{D} + E)\,(\bar{A} + D + \bar{E})\,(B + D + \bar{E})$

6.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS):

b) $F(A, B, C, D, E) = \sum(0, 1, 3, 8, 9, 11, 15, 16, 17, 19, 24, 25, 29, 30, 31)$

A = 0

BC \ DE	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

A = 1

BC \ DE	00	01	11	10
00	16	17	19	18
01	20	21	23	22
11	28	29	31	30
10	24	25	27	26

SOP

A = 0

BC \ DE	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	0	0	0	0
11	0	0	1	0
10	1	1	1	0

A = 1

BC \ DE	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	0	0	0	0
11	0	1	1	1
10	1	1	0	0

$\bar{B}\,\bar{C}\,E$

$\bar{A}\,B\,D\,E$

$\bar{C}\,\bar{D}$

$A\,B\,C\,E$

$A\,B\,C\,D$

$F(A, B, C, D, E) = \bar{C}\,\bar{D} + \bar{B}\,\bar{C}\,E + A\,B\,C\,D + \bar{A}\,B\,D\,E + A\,B\,C\,E$

6.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS):

b) $F(A, B, C, D, E) = \sum(0, 1, 3, 8, 9, 11, 15, 16, 17, 19, 24, 25, 29, 30, 31)$

BC \ DE	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

A = 0

BC \ DE	00	01	11	10
00	16	17	19	18
01	20	21	23	22
11	28	29	31	30
10	24	25	27	26

A = 1

POS

BC \ DE	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	0	0	0	0
11	0	0	1	0
10	1	1	1	0

A = 0

BC \ DE	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	0	0	0	0
11	0	1	1	1
10	1	1	0	0

A = 1

$B + \bar{D} + E$

$B + \bar{C}$

$\bar{C} + D + E$

$A + \bar{C} + D$

$A + \bar{D} + E$

$\bar{A} + \bar{B} + C + \bar{D}$

$$F(A, B, C, D, E) = (B + \bar{C})(A + \bar{C} + D)(\bar{A} + \bar{B} + C + \bar{D})(\bar{C} + D + E)(A + \bar{D} + E)(B + \bar{D} + E)$$

6.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS):

c) $F(A, B, C, D, E) = \sum(7,8,9,12,13,14,19,23,24,27,29,30) + \sum_{\varnothing}(1,10,17,26,28,31)$

BC \ DE	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

A = 0

BC \ DE	00	01	11	10
00	16	17	19	18
01	20	21	23	22
11	28	29	31	30
10	24	25	27	26

A = 1

SOP

BC \ DE	00	01	11	10
00	0	ϕ	0	0
01	0	0	1	0
11	1	1	0	1
10	1	1	0	ϕ

$\bar{A}\,B\,\bar{D}$ A = 0

$\bar{B}\,C\,D\,E$

$B\,\bar{E}$

$A\,D\,E$

BC \ DE	00	01	11	10
00	0	ϕ	1	0
01	0	0	1	0
11	ϕ	1	ϕ	1
10	1	0	1	ϕ

$A\,B\,C$ A = 1

$$F(A, B, C, D, E) = \bar{B}\,C\,D\,E + B\,\bar{E} + \bar{A}\,B\,\bar{D} + A\,D\,E + A\,B\,C$$

6.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS):

c) $F(A, B, C, D, E) = \sum(7,8,9,12,13,14,19,23,24,27,29,30) + \sum_{\varnothing}(1,10,17,26,28,31)$

BC \ DE	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

A = 0

BC \ DE	00	01	11	10
00	16	17	19	18
01	20	21	23	22
11	28	29	31	30
10	24	25	27	26

A = 1

POS

BC \ DE	00	01	11	10
00	0	ϕ	0	0
01	0	0	1	0
11	1	1	0	1
10	1	1	0	ϕ

$A + \overline{B} + \overline{D} + \overline{E}$ A = 0 $A + C + \overline{D}$

$B + D$

$B + E$

BC \ DE	00	01	11	10
00	0	ϕ	1	0
01	0	0	1	0
11	ϕ	1	ϕ	1
10	1	0	1	ϕ

A = 1 $\overline{A} + C + D + \overline{E}$

$$F(A, B, C, D, E) = (B + D)(B + E)(\overline{A} + C + D + \overline{E})(A + C + \overline{D})(A + \overline{B} + \overline{D} + \overline{E})$$

6.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS):

d) $F(A, B, C, D, E) = \sum(1,5,12,13,14,16,17,21,23,24,30,31) + \sum_{\varnothing}(0,2,3,4)$

$A = 0$

BC \ DE	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

$A = 1$

BC \ DE	00	01	11	10
00	16	17	19	18
01	20	21	23	22
11	28	29	31	30
10	24	25	27	26

SOP

$A = 0$

BC \ DE	00	01	11	10
00	ϕ	1	ϕ	ϕ
01	ϕ	1	0	0
11	1	1	0	1
10	0	0	0	0

$\bar{A}\,C\,\bar{D}$

$\bar{B}\,\bar{D}\,E$

$B\,C\,D\,\bar{E}$

$A = 1$

BC \ DE	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	0	1	1	0
11	0	0	1	1
10	1	0	0	0

$A\,\bar{C}\,\bar{D}\,\bar{E}$ $\quad$ $A\,C\,D\,E$

$$F(A, B, C, D, E) = \bar{A}\,C\,\bar{D} + A\,\bar{C}\,\bar{D}\,\bar{E} + \bar{B}\,\bar{D}\,E + A\,C\,D\,E + B\,C\,D\,\bar{E}$$

6.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS):

d) $F(A, B, C, D, E) = \sum(1,5,12,13,14,16,17,21,23,24,30,31) + \sum_{\varnothing}(0,2,3,4)$

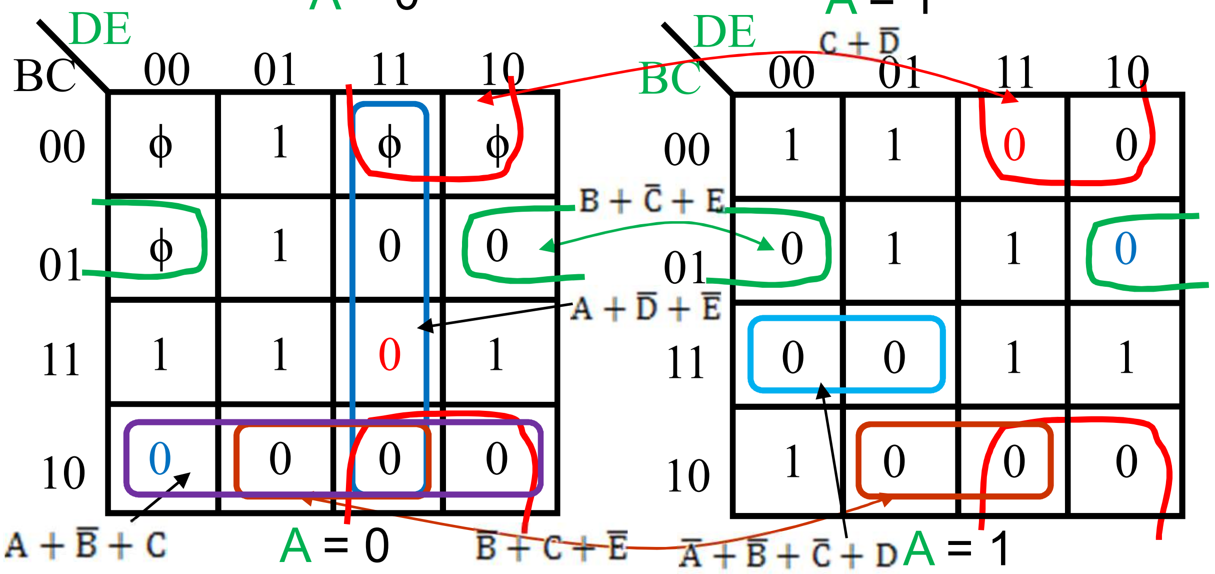
A = 0

BC \ DE	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

A = 1

BC \ DE	00	01	11	10
00	16	17	19	18
01	20	21	23	22
11	28	29	31	30
10	24	25	27	26

POS



$$F(A, B, C, D, E) = (A + \overline{D} + \overline{E})(C + \overline{D})(B + \overline{C} + E)(A + \overline{B} + C)$$
$$(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + D)(\overline{B} + C + \overline{E})$$

6.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS):

6 ENTRADAS

CD \ EF	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

AB = 00

CD \ EF	00	01	11	10
00	16	17	19	18
01	20	21	23	22
11	28	29	31	30
10	24	25	27	26

AB = 01

CD \ EF	00	01	11	10
00	32	33	35	34
01	36	37	39	38
11	44	45	47	46
10	40	41	43	42

AB = 10

CD \ EF	00	01	11	10
00	48	49	51	50
01	52	53	55	54
11	60	61	63	62
10	56	57	59	58

AB = 11

6.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS):

e) $Z(A, B, C, D, E, F) = \sum(2, 3, 6, 7, 10, 14, 18, 19, 22, 23, 27, 37, 42, 43, 45, 46)$

AB = 00

CD \ EF	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	1
10	0	0	0	1

AB = 01

CD \ EF	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	0
10	0	0	1	0

AB = 10

CD \ EF	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	0
11	0	1	0	1
10	0	0	1	1

AB = 11

CD \ EF	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	0	0	0	0

$\bar{A}\,\bar{C}\,E$

$\bar{A}\,B\,\bar{D}\,E\,F$

$\bar{B}\,C\,E\,\bar{F}$

$A\,\bar{B}\,D\,\bar{E}\,F$

$A\,\bar{B}\,C\,\bar{D}\,E$

$$Z(A, B, C, D, E, F) = \bar{A}\,\bar{C}\,E + \bar{A}\,B\,\bar{D}\,E\,F + A\,\bar{B}\,D\,\bar{E}\,F + A\,\bar{B}\,C\,\bar{D}\,E + \bar{B}\,C\,E\,\bar{F}$$

6.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS):

e) $Z(A, B, C, D, E, F) = \sum(2, 3, 6, 7, 10, 14, 18, 19, 22, 23, 27, 37, 42, 43, 45, 46)$

$A + E$

CD \ EF	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	1
10	0	0	0	1

AB = 00 $\quad A + B + \bar{C} + \bar{F}$

CD \ EF	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	0
10	0	0	1	0

AB = 01 $\quad \bar{B} + \bar{C} + F$

$\bar{A} + C + \bar{E}$

CD \ EF	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	0
11	0	1	0	1
10	0	0	1	1

$E + F \quad$ AB = 10 $\quad D + E$

$\bar{C} + \bar{D} + \bar{E} + \bar{F}$

CD \ EF	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	0	0	0	0

$\bar{B} + E \quad$ AB = 11 $\quad \bar{A} + \bar{B}$

$$Z(A, B, C, D, E, F) = (A + E)(A + B + \bar{C} + \bar{F})(\bar{B} + \bar{C} + F)(D + E)(E + F)(\bar{A} + \bar{B})(\bar{A} + C + \bar{E})(\bar{C} + \bar{D} + \bar{E} + \bar{F})$$

f) $Z(A, B, C, D, E, F) = \sum(0, 4, 5, 7, 15, 16, 17, 21, 22, 23, 25, 29, 31, 39, 45, 47, 48, 54, 55, 57, 61) + \sum_{\varnothing}(1, 10, 13, 20, 37, 43, 63)$

$\bar{A}\,\bar{C}\,\bar{E}$ $\quad D\,E\,F$

CD \ EF	00	01	11	10
00	1	ϕ	0	0
01	1	1	1	0
11	0	ϕ	1	0
10	0	0	0	ϕ

AB = 00

$B\,\bar{C}\,\bar{D}\,\bar{E}\,\bar{F}$

CD \ EF	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	ϕ	1	1	1
11	0	1	1	0
10	0	1	0	0

AB = 01

CD \ EF	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	ϕ	1	0
11	0	1	1	0
10	0	0	ϕ	0

$C\,D\,F$

AB = 10

$B\,\bar{C}\,D\,E$

CD \ EF	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	0	0	1	1
11	0	1	ϕ	0
10	0	1	0	0

$B\,C\,\bar{E}\,F$

AB = 11

$$Z(A, B, C, D, E, F) = \bar{A}\,\bar{C}\,\bar{E} + B\,\bar{C}\,\bar{D}\,\bar{E}\,\bar{F} + B\,\bar{C}\,D\,E + B\,C\,\bar{E}\,F + C\,D\,F + D\,E\,F$$

f) $Z(A, B, C, D, E, F) = \sum(0, 4, 5, 7, 15, 16, 17, 21, 22, 23, 25, 29, 31, 39, 45, 47, 48, 54, 55, 57, 61) + \sum_{\varnothing}(1, 10, 13, 20, 37, 43, 63)$

$B + D + \overline{F}$ $\quad B + \overline{E} + F$

AB = 00

CD \ EF	00	01	11	10
00	1	ϕ	0	0
01	1	1	1	0
11	0	ϕ	1	0
10	0	0	0	ϕ

$D + \overline{E}$ $\quad \overline{C} + F$

AB = 01

CD \ EF	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	ϕ	1	1	1
11	0	1	1	0
10	0	1	0	0

$\overline{A} + B + F$ $\quad \overline{A} + C + \overline{D} + E$

AB = 10

CD \ EF	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	ϕ	1	0
11	0	1	1	0
10	0	0	ϕ	0

$\overline{A} + C + E + \overline{F}$

AB = 11

CD \ EF	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	0	0	1	1
11	0	1	ϕ	0
10	0	1	0	0

$$Z(A, B, C, D, E, F) = (B + \overline{E} + F)(D + \overline{E})(\overline{C} + F)(B + D + \overline{F})(\overline{A} + B + F)(\overline{A} + C + \overline{D} + E)(\overline{A} + C + E + \overline{F})$$

6.2. Un circuito tiene cinco señales lógicas A, B, C, D, E que bajo una serie de condiciones activan una señal de salida F. Se sabe que existen ciertas relaciones entre las señales de entrada que no se producen nunca:

- Que A sea distinto de B, y que C sea igual a D simultáneamente.
- Que A sea igual a C, y que B, D y E sean iguales simultáneamente.

La salida F se activa con las siguientes especificaciones (en el resto de los casos F permanece inactiva):

- B es distinto de D, y A, B y E son iguales, simultáneamente.
- C es igual a D, y A es distinto de E, simultáneamente.
- B es distinto de C, y D es distinto de E, simultáneamente.

Encontrar una forma mínima SOP para F.

Condiciones que no se producen => F = ϕ

A distinto de B, y C igual a D

16	8	4	2	1	
A	B	C	D	E	minterms
0	1	0	0	X	8, 9
0	1	1	1	X	14, 15
1	0	0	0	X	16, 17
1	0	1	1	X	22, 23

A igual a C, y B, D y E iguales

16	8	4	2	1	
A	B	C	D	E	minterms
0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	11
1	0	1	0	0	20
1	1	1	1	1	31

ϕs en 0, 8, 9, 11, 14, 15, 16, 17, 20, 22, 23, 31

Condiciones que activan F => F = 1

B distinto de D, y A, B y E iguales

16	8	4	2	1	
A	B	C	D	E	minterms
0	0	X	1	0	2, 6
1	1	X	0	1	25, 29

C igual a D, y A distinto de E

16	8	4	2	1	
A	B	C	D	E	minterms
0	X	0	0	1	1, 9
1	X	0	0	0	16, 24
0	X	1	1	1	7, 15
1	X	1	1	0	22, 30

B distinto de C, y D distinto de E

16	8	4	2	1	
A	B	C	D	E	minterms
X	0	1	0	1	5, 21
X	0	1	1	0	6, 22
X	1	0	0	1	9, 25
X	1	0	1	0	10, 26

1s en (1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 21, 22, 24, 25, 26, 29, 30, 31)

Si F es ϕ y 1 a la vez en una casilla la condición ϕ prevalece, ya que si la condición no se produce el valor no puede ser 1.

$$F(A, B, C, D, E) = \sum(1, 2, 5, 6, 7, 10, 21, 24, 25, 26, 29, 30) + \\ + \sum_{\phi}(0, 8, 9, 11, 14, 15, 16, 17, 20, 22, 23, 31)$$

$F(A, B, C, D, E) = \sum(1, 2, 5, 6, 7, 10, 21, 24, 25, 26, 29, 30) +$
$+ \sum_{\phi}(0, 8, 9, 11, 14, 15, 16, 17, 20, 22, 23, 31)$

$\bar{A} D \bar{E}$ $\quad$ $A \bar{D} E$

BC \ DE	00	01	11	10
00	ϕ	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	0	ϕ	ϕ
10	ϕ	ϕ	ϕ	1

A = 0 $\quad \bar{C} \bar{D}$

$B \bar{C} E$

BC \ DE	00	01	11	10
00	ϕ	ϕ	0	0
01	ϕ	1	ϕ	ϕ
11	0	1	ϕ	1
10	1	1	0	1

$B D \bar{E}$ $\quad$ A = 1

Regla 3.
Elijo $\bar{C}\,\bar{D}$ para (1).

$F(A, B, C, D, E) = \bar{A} D \bar{E} + A \bar{D} E + \bar{C} \bar{D} + B \bar{C} E + B D \bar{E}$

BC \ DE	00	01	11	10
00	ϕ	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	0	ϕ	ϕ
10	ϕ	ϕ	ϕ	1

A = 0 $\quad \bar{C} \bar{D}$

BC \ DE	00	01	11	10
00	ϕ	ϕ	0	0
01	ϕ	1	ϕ	ϕ
11	0	1	ϕ	1
10	1	1	0	1

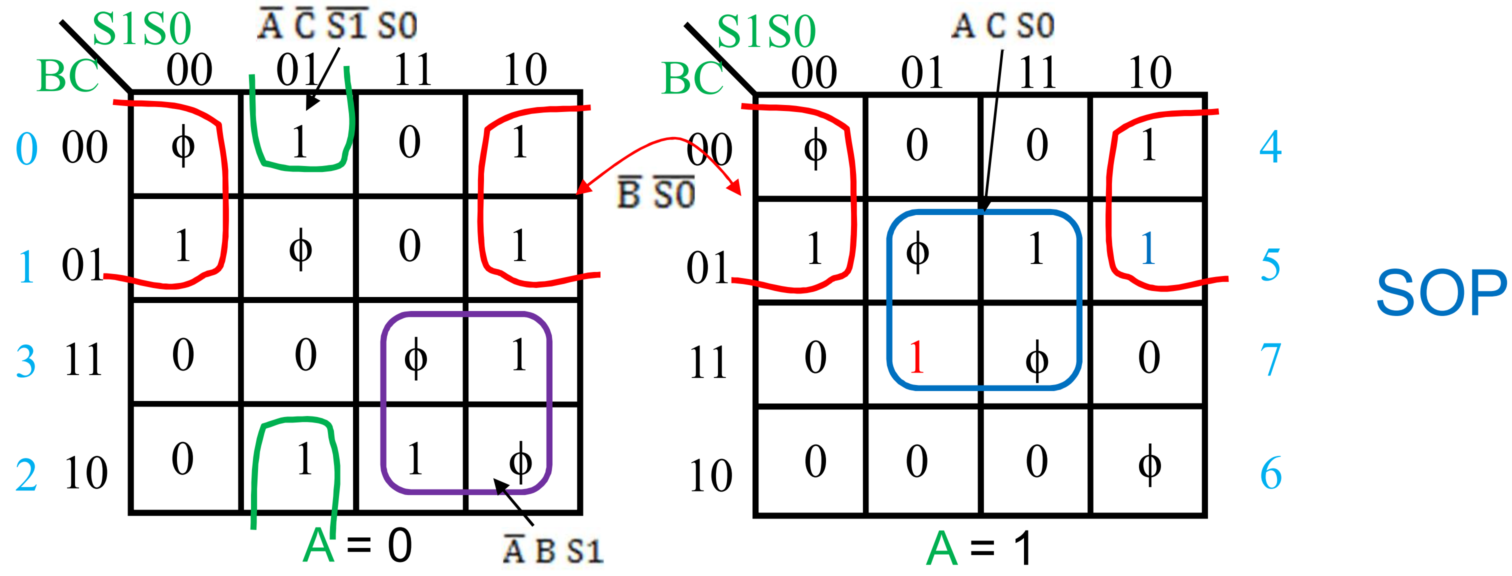
A = 1

Otra opción:
$\bar{B}\,\bar{D}\,E$ para (1).
Mismo tamaño

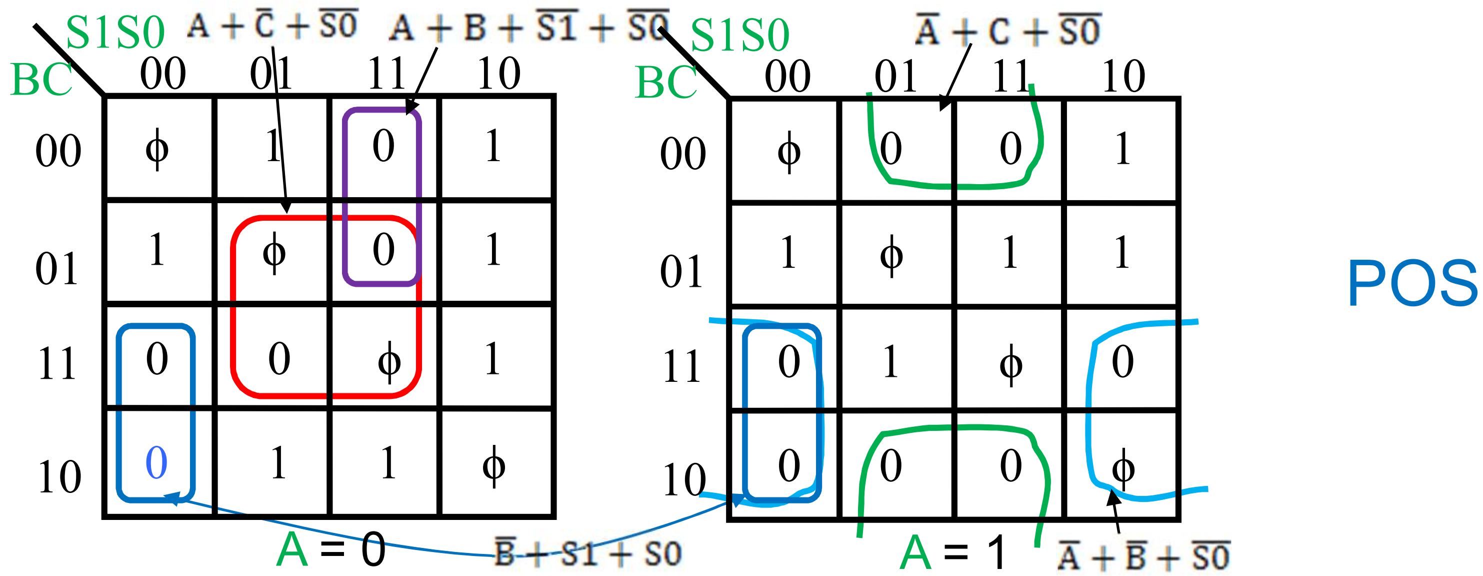
7.1. Se quiere diseñar una pequeña ALU (unidad aritmética lógica) para una aplicación que realice cuatro operaciones lógicas para tres operandos de datos A, B y C de 1 bit. Las operaciones que deben realizar se muestran en la siguiente tabla en función de dos señales de control S1 y S0. Además, se sabe que los valores lógicos del par de entradas (BC) no coinciden nunca con los valores del par (S1S0). Encontrar la formas SOP y POS mínimas.

S1 S0	Función
00	$\overline{B}\,C$
01	$\overline{A \oplus C}$
10	$\overline{A} + \overline{B}$
11	$A\,C + \overline{A}\,B\,\overline{C}$

Decimal	A	B	C	00	01	10	11
0	0	0	0	ϕ	1	1	0
1	0	0	1	1	ϕ	1	0
2	0	1	0	0	1	ϕ	1
3	0	1	1	0	0	1	ϕ
4	1	0	0	ϕ	0	1	0
5	1	0	1	1	ϕ	1	1
6	1	1	0	0	0	ϕ	0
7	1	1	1	0	1	0	ϕ



F(A, B, C, S1, S0) = $A\,C\,S0 + \bar{B}\,\bar{S0} + \bar{A}\,B\,S1 + \bar{A}\,\bar{C}\,\bar{S1}\,S0$



F(A, B, C, S1, S0) = $(\bar{B} + S1 + S0)(A + \bar{C} + \bar{S0})(\bar{A} + C + \bar{S0})$
$(A + B + \bar{S1} + \bar{S0})(\bar{B} + S1 + S0)$

7.2. Un sistema de valoración tiene 5 entradas A, B, C, D y E que pueden tomar dos valores 1 y 0.

A las entradas (A, B, C, D y E) se le asigna respectivamente una puntuación (5, 3, 1, 4, -2) cuando la entrada está a 1 y (1, 0, 3, -1, 4), cuando la entrada está a 0.

La salida lógica Z del sistema se tiene en cuenta solo cuando la suma S de la puntuación de las entradas está entre 4 y 14, ambas inclusive, y Z es 1 cuando S es 4, 5, 7, 8, 11 o 13 y Z es 0 en el resto de los valores del intervalo. Encontrar una forma SOP mínima para Z.

A = 0, PA = 1

PB+PC	BC \ DE	00 (3)	01 (-3)	11 (2)	10 (8)
3	00	7	1	6	12
1	01	5	-1	4	10
4	11	8	2	7	13
6	10	10	4	9	15

A = 1, PA = 5

BC \ DE (PD+PE)	00 (3)	01 (-3)	11 (2)	10 (8)
00	11	5	10	16
01	9	3	8	14
11	12	6	11	17
10	14	8	13	19

PB+PC	BC \ DE	00 (3)	01 (-3)	11 (2)	10 (8)
3	00	7	1	6	12
1	01	5	-1	4	10
4	11	8	2	7	13
6	10	10	4	9	15

A = 0 PA = 1

BC \ DE (PD+PE)	00 (3)	01 (-3)	11 (2)	10 (8)
00	11	5	10	16
01	9	3	8	14
11	12	6	11	17
10	14	8	13	19

A = 1 PA = 5

S menor de 4 o mayor de 14 => Z = ϕ

S es 4, 5, 7, 8, 11 o 13 => Z = 1

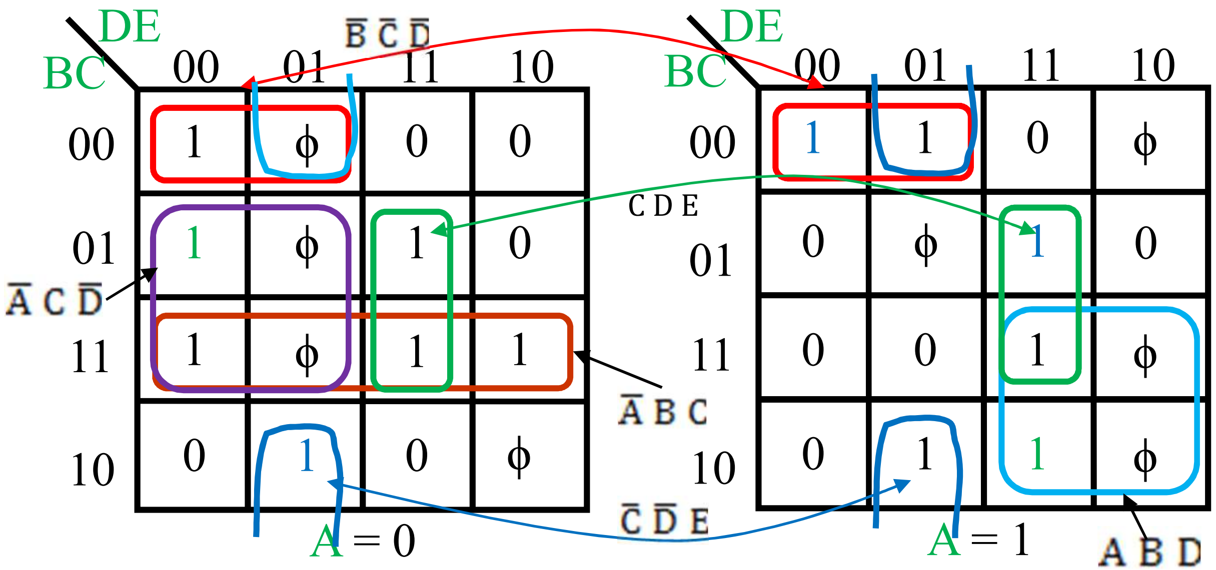
Resto S => Z = 0

BC \ DE	00	01	11	10
00	1	ϕ	0	0
01	1	ϕ	1	0
11	1	ϕ	1	1
10	0	1	0	ϕ

A = 0

BC \ DE	00	01	11	10
00	1	1	0	ϕ
01	0	ϕ	1	0
11	0	0	1	ϕ
10	0	1	1	ϕ

A = 1



$Z(A, B, C, D, E) = \bar{C}\,\bar{D}\,E + \bar{B}\,\bar{C}\,\bar{D} + C\,D\,E + \bar{A}\,C\,\bar{D} + A\,B\,D + \bar{A}\,B\,C$

8.1. Una señal X analógica ha sido digitalizada en cinco señales binarias A, B, C, D y E de forma que se sabe que el valor de X entre 0 y 1, cuantificado en rangos de 0.05, puede calcularse mediante: $X = 0.30\ A + 0.25\ B + 0.20\ C + 0.15\ D + 0.10\ E$. Se quiere obtener una señal binaria Z que indique cuando el valor de X está en los intervalos [0.20-0.30] (valores 0.20, 0.25 o 0.30), [0.50-0.60] (valores 0.50, 0.55 o 0.60) o [0.75-0.85] (valores 0.75, 0.80 o 0.85), sabiendo además que X nunca toma los valores [0] ni [0.45]. Encontrar la forma mínima de tipo SOP que resuelve el problema.

	BC \ DE	0 00	10 01	25 11	15 10
0	00	0	10	25	15
20	01	20	30	45	35
45	11	45	55	70	60
25	10	25	35	50	40

0 A = 0

BC \ DE	0 00	10 01	25 11	15 10
00	30	40	55	45
01	50	60	75	65
11	75	85	100	90
10	55	65	80	70

30 A = 1

Mapas => 0.30 A

Filas B C => 0.25 B + 0.20 C

Columnas D E => 0.15 D + 0.10 E

BC \ DE	0 00	10 01	25 11	15 10
0 00	0	10	25	15
20 01	20	30	45	35
45 11	45	55	70	60
25 10	25	35	50	40

0 A = 0

BC \ DE	0 00	10 01	25 11	15 10
00	30	40	55	45
01	50	60	75	65
11	75	85	100	90
10	55	65	80	70

30 A = 1

X es 0 o 45 => Z = ϕ

X es 20, 25, 30, 50, 55, 60, 75, 80, 85 => Z = 1

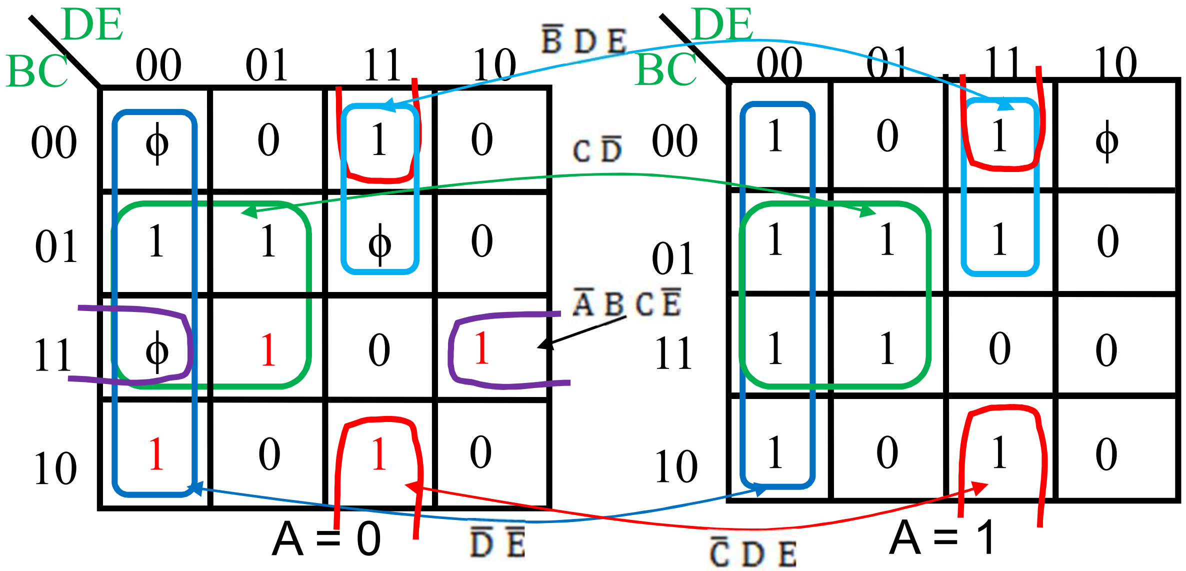
Resto X => Z = 0

BC \ DE	00	01	11	10
00	ϕ	0	1	0
01	1	1	ϕ	0
11	ϕ	1	0	1
10	1	0	1	0

A = 0

BC \ DE	00	01	11	10
00	1	0	1	ϕ
01	1	1	1	0
11	1	1	0	0
10	1	0	1	0

A = 1



$$Z(A, B, C, D, E) = \bar{D}\,\bar{E} + \bar{C}DE + C\bar{D} + \bar{A}BC\bar{E} + \bar{B}DE$$

8.2. Un sistema horario controla la apertura de una caja de seguridad durante el horario en el que un comercio permanece abierto. La apertura o el cierre de la caja sólo hay que controlarla mientras el comercio esté abierto, y se realiza en función de la hora del día H (valor numérico entre 0 y 11), codificado en binario, y una señal AP que indica si es antes (AM) o después del mediodía (PM). El comercio cierra de 3 a 5 AM (3 y 4 AM), y de 7 a 9 PM (7 y 8 PM). Dentro del horario de apertura del comercio la caja debe estar abierta de 1 a 2 (1) AM y PM; de 5 a 7 (5 y 6) AM; de 3 a 5 (3 y 4) PM; de 9 a 10 (9) AM y PM, el resto del tiempo de apertura del comercio la caja debe permanecer cerrada. Encontrar la forma SOP mínima F que indiquen cuando la caja está abierta dentro del horario de apertura del comercio.

H3H2 \ H1H0	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
10	8	9	11	10

AM AP = 0

H3H2 \ H1H0	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
10	8	9	11	10

PM AP = 1

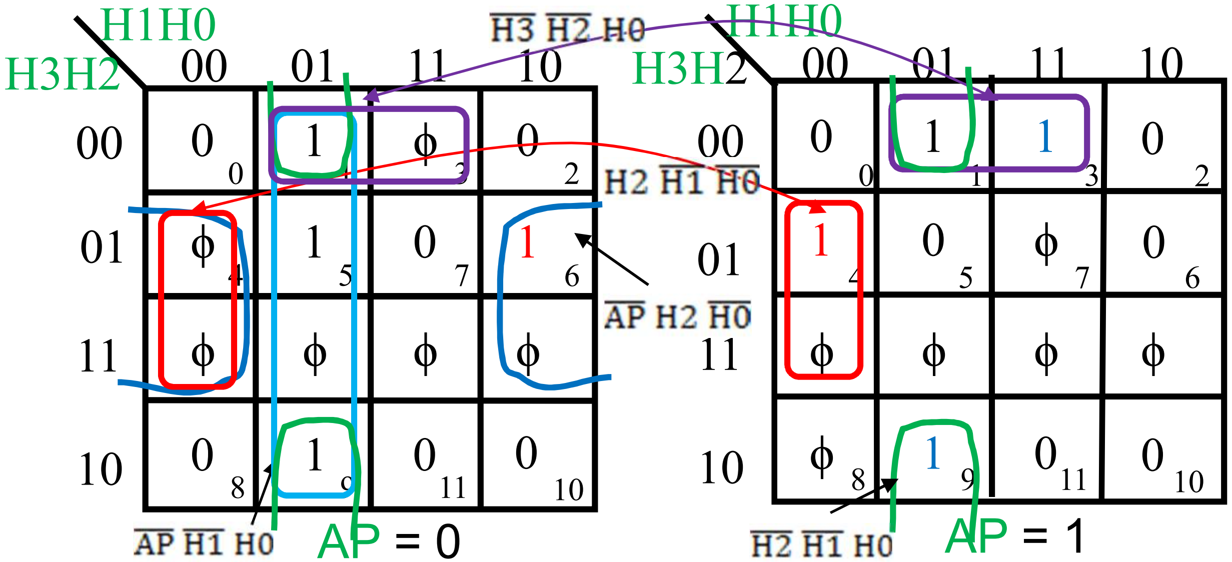
El comercio cierra de 3 a 5 AM (3 y 4 AM), y de 7 a 9 PM (7 y 8 PM). Comercio abierto => la caja debe estar abierta de 1 a 2 (1) AM y PM; de 5 a 7 (5 y 6) AM; de 3 a 5 (3 y 4) PM; de 9 a 10 (9) AM y PM, resto caja cerrada.

Horas 12-15 no son válidas => F = ϕ

Horas 3 AM, 4 AM, 7 PM y 8 PM: comercio cerrado => F = ϕ

Horas 1 AM, 1 PM, 5 AM, 6 AM, 3 PM, 4 PM, 9 AM y 9 PM: comercio abierto => F = 1

Resto horas caja cerrada => F = 0



$$F(AP, H3, H2, H1, H0) = \overline{AP}\,H2\,\overline{H0} + H2\,\overline{H1}\,\overline{H0} + \overline{H2}\,\overline{H1}\,H0 + \\ + \overline{H3}\,\overline{H2}\,H0 + \overline{AP}\,\overline{H1}\,H0$$

9.1. Se desea diseñar un circuito lógico para determinar el vencedor de un combate entre dos contendientes X e Y mediante las siguientes especificaciones:

- El combate será a tres toques. El vencedor se declara cuando uno o los dos contendientes llegue a tres toques (se permite la posibilidad de toque simultáneo), o se llegue al llegar al final del tiempo de combate. El número de toques (de 0 a 3) realizado por cada contendiente se almacena en binario en dos variables lógicas para X (x1x0) y dos para Y (y1y0).

- Al finalizar el combate se declara vencedor al contendiente que haya realizado más toques. En caso de empate el combate se dilucida por la decisión de un árbitro (variable lógica A) que declara vencedor a X (A a valor 1) o a Y (A a valor 0). El árbitro no puede declarar el combate empatado.

- Para mantener la emoción del combate hasta el final el sistema de cuenta de toques está ligeramente amañado de forma que no permite en ningún caso que un contendiente tome ventaja de dos toques sobre su rival, es decir la victoria siempre será por la mínima o por decisión arbitral.

Obtener la forma SOP mínima de la función F(A, x1, x0, y1, y0) que determina la victoria final del contendiente X en función de los toques realizados y la decisión arbitral.

Resultados X-Y

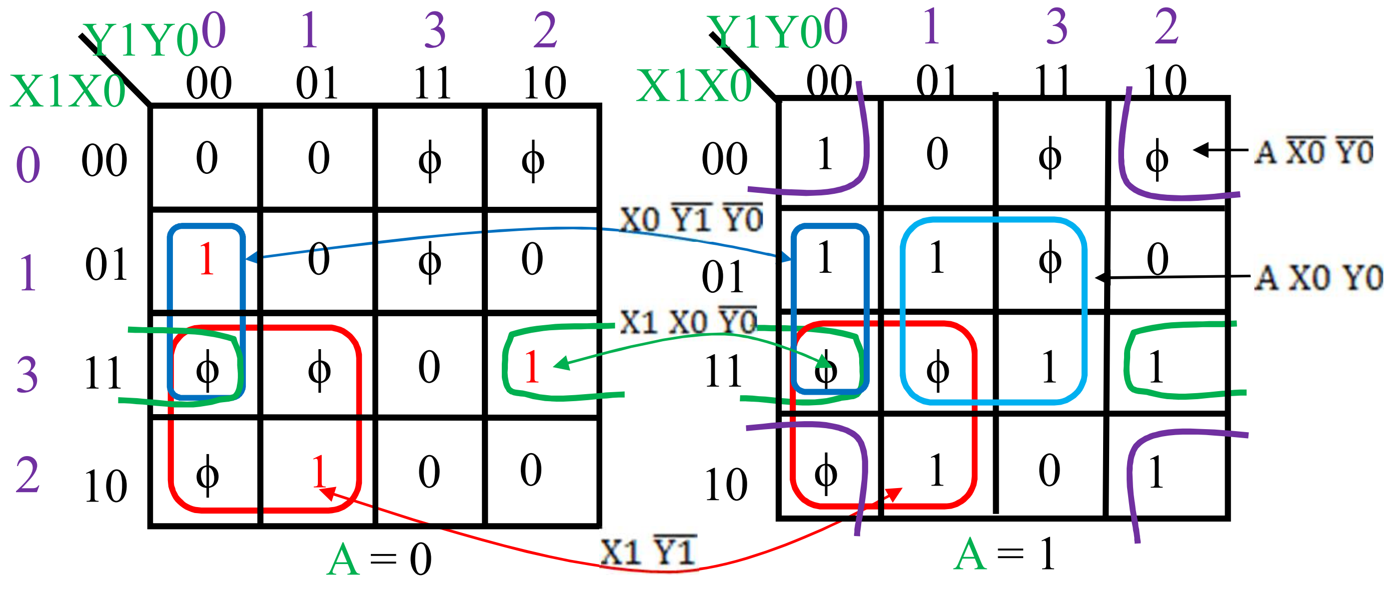
2-0, 3-0, 3-1, 0-2, 0-3, 1-3 no son posibles => F = ϕ

1-0, 2-1, 3-2 (con A a 0 y 1): gana X => F = 1

0-1, 1-2, 2-3 (con A a 0 y 1): gana Y => F = 0

0-0, 1-1, 2-2, 3-3 con A a 0: gana Y => F = 0

0-0, 1-1, 2-2, 3-3 con A a 1: gana X => F = 1



F(A, Y1, Y0, Y1, Y0) = $X0\,\overline{Y1}\,\overline{Y0} + X1\,\overline{Y1} + X1\,X0\,\overline{Y0} + A\,\overline{X0}\,\overline{Y0} + A\,X0\,Y0$

10.1. Factorizar las siguientes funciones lógicas, utilizando el algoritmo recursivo del literal de mayor aparición:

a) $Z(A, B, C, D, E) = \overline{A}\,\overline{D}\,\overline{E} + A\,D\,E + B\,\overline{C}\,D + \overline{B}\,C\,E + A\,\overline{B}\,C$

Los literales de más aparición son: A (2), $\overline{B}$ (2), C (2), D (2), E (2)
Haciendo pruebas la mejor solución es escoger $\overline{B}$ (o D o E)

$$\overline{A}\,\overline{D}\,\overline{E} + A\,D\,E + B\,\overline{C}\,D + \overline{B}\,C\,E + A\,\overline{B}\,C =$$
$$= \overline{B}\,(C\,E + A\,C) + (\overline{A}\,\overline{D}\,\overline{E} + A\,D\,E + B\,\overline{C}\,D)$$

$C\,E + A\,C$ => C: 2 veces. $C\,(A + E)$.
$(A + E)$ No hay literales repetidos. Fin

$\overline{A}\,\overline{D}\,\overline{E} + A\,D\,E + B\,\overline{C}\,D$ => D: dos veces. $\overline{A}\,\overline{D}\,\overline{E} + D(A\,E + B\,\overline{C})$
$\overline{A}\,\overline{D}\,\overline{E}$ No hay literales repetidos. Fin
$A\,E + B\,\overline{C}$ No hay literales repetidos. Fin

$$Z = \overline{B}\,C\,(A + E) + \overline{A}\,\overline{D}\,\overline{E} + D\,(A\,E + B\,\overline{C})$$

10.1. Factorizar las siguientes funciones lógicas, utilizando el algoritmo recursivo del literal de mayor aparición:

b) $Z(A, B, C, D, E) = (A + B + C)(A + D + E)(C + D)(C + E)(B + D + E)$

Forma POS se aplica: $(X + Y)(X + Z) = X + Y Z$

Los literales de más aparición son: A (2), B (2), C (3), D (3), E (3).
Al probar C, D, E las 3 soluciones tienen el mismo número de literales.
Muestro C.

$(A + B + C)(A + D + E)(C + D)(C + E)(B + D + E) =$
$= [C + (A + B)D\,E\,](A + D + E)(B + D + E)$

$(A + B)D\,E$ => No hay literales repetidos. Fin.

$(A + D + E)(B + D + E)$ => D, E: 2 veces. Escojo D (E da la misma solución => $D + (A + E)(B + E)$

$(A + E)(B + E)$ => E: 2 veces => $E + A\,B$

$A\,B$ => No hay literales repetidos. Fin.

$Z = [C + (A + B)D\,E\,](D + E + A\,B)$. 9 literales

10.1. Factorizar las siguientes funciones lógicas, utilizando el algoritmo recursivo del literal de mayor aparición:

c) $Z(A, B, C, D, E, F, G, H) = A\,B\,C\,E\,\overline{F}\,\overline{G} + A\,B\,C\,E\,\overline{G}\,H + A\,B\,\overline{C}\,\overline{D}\,G\,H +$
$+ A\,B\,\overline{C}\,\overline{D}\,F\,H + \overline{A}\,\overline{B}\,D\,\overline{E}\,G\,\overline{H} + \overline{A}\,\overline{B}\,D\,\overline{E}\,\overline{F}\,G + \overline{A}\,\overline{B}\,C\,\overline{D}\,\overline{E}\,G\,H + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}\,E\,\overline{F}\,\overline{G}$

Hay varios literales repetidos 4 veces. Escojo A (4)

$A\,B\,C\,E\,\overline{F}\,\overline{G} + A\,B\,C\,E\,\overline{G}\,H + A\,B\,\overline{C}\,\overline{D}\,G\,H + A\,B\,\overline{C}\,\overline{D}\,F\,H + \overline{A}\,\overline{B}\,D\,\overline{E}\,G\,\overline{H} +$
$\overline{A}\,\overline{B}\,D\,\overline{E}\,\overline{F}\,G + \overline{A}\,\overline{B}\,C\,\overline{D}\,\overline{E}\,G\,H + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}\,E\,\overline{F}\,\overline{G} =$
$= A\,(B\,C\,E\,\overline{F}\,\overline{G} + B\,C\,E\,\overline{G}\,H + B\,\overline{C}\,\overline{D}\,G\,H + B\,\overline{C}\,\overline{D}\,F\,H) + \overline{A}\,\overline{B}\,D\,\overline{E}\,G\,\overline{H} +$
$\overline{A}\,\overline{B}\,D\,\overline{E}\,\overline{F}\,G + \overline{A}\,\overline{B}\,C\,\overline{D}\,\overline{E}\,G\,H + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}\,E\,\overline{F}\,\overline{G}$

$B\,C\,E\,\overline{F}\,\overline{G} + B\,C\,E\,\overline{G}\,H + B\,\overline{C}\,\overline{D}\,G\,H + B\,\overline{C}\,\overline{D}\,F\,H$ => B (4) =>
$B\,(C\,E\,\overline{F}\,\overline{G} + C\,E\,\overline{G}\,H + \overline{C}\,\overline{D}\,G\,H + \overline{C}\,\overline{D}\,F\,H)$

$C\,E\,\overline{F}\,\overline{G} + C\,E\,\overline{G}\,H + \overline{C}\,\overline{D}\,G\,H + \overline{C}\,\overline{D}\,F\,H$ => H (3) =>
$H\,(C\,E\,\overline{G} + \overline{C}\,\overline{D}\,G + \overline{C}\,\overline{D}\,F) + C\,E\,\overline{F}\,\overline{G}$

$C\,E\,\overline{F}\,\overline{G}$ => No hay literales repetidos. Fin.

$C\,E\,\overline{G} + \overline{C}\,\overline{D}\,G + \overline{C}\,\overline{D}\,F$ => $\overline{C}, \overline{D}$ (2). Elijo $\overline{C}$ =>
$\overline{C}\,(\overline{D}\,G + \overline{D}\,F) + C\,E\,\overline{G}$

$C\,E\,\overline{G}$ => No hay literales repetidos. Fin.

$\overline{D}\,G + \overline{D}\,F$ => $\overline{D}$ (2) => $\overline{D}\,(G + F)$

$F1 = B\,(H\,(\overline{C}\,\overline{D}\,(G + F) + C\,E\,\overline{G}) + C\,E\,\overline{F}\,\overline{G})$

10.1. Factorizar las siguientes funciones lógicas, utilizando el algoritmo recursivo del literal de mayor aparición:

c) Z(A, B, C, D, E, F, G, H) = $A\,B\,C\,E\,\overline{F}\,\overline{G} + A\,B\,C\,E\,\overline{G}\,H + A\,B\,\overline{C}\,\overline{D}\,G\,H +$
$+ A\,B\,\overline{C}\,\overline{D}\,F\,H + \overline{A}\,\overline{B}\,D\,\overline{E}\,G\,\overline{H} + \overline{A}\,\overline{B}\,D\,\overline{E}\,\overline{F}\,G + \overline{A}\,\overline{B}\,C\,\overline{D}\,\overline{E}\,G\,H + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}\,E\,\overline{F}\,\overline{G}$

$\overline{A}\,\overline{B}\,D\,\overline{E}\,G\,\overline{H} + \overline{A}\,\overline{B}\,D\,\overline{E}\,\overline{F}\,G + \overline{A}\,\overline{B}\,C\,\overline{D}\,\overline{E}\,G\,H + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}\,E\,\overline{F}\,\overline{G}$ => $\overline{A}$, $\overline{B}$ (4),
elijo $\overline{A}$ => $\overline{A}\,(\overline{B}\,D\,\overline{E}\,G\,\overline{H} + \overline{B}\,D\,\overline{E}\,\overline{F}\,G + \overline{B}\,C\,\overline{D}\,\overline{E}\,G\,H + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}\,E\,\overline{F}\,\overline{G})$

$\overline{B}\,D\,\overline{E}\,G\,\overline{H} + \overline{B}\,D\,\overline{E}\,\overline{F}\,G + \overline{B}\,C\,\overline{D}\,\overline{E}\,G\,H + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}\,E\,\overline{F}\,\overline{G}$ => $\overline{B}$ (4)
=> $\overline{B}\,(D\,\overline{E}\,G\,\overline{H} + D\,\overline{E}\,\overline{F}\,G + C\,\overline{D}\,\overline{E}\,G\,H + \overline{C}\,\overline{D}\,E\,\overline{F}\,\overline{G})$

$D\,\overline{E}\,G\,\overline{H} + D\,\overline{E}\,\overline{F}\,G + C\,\overline{D}\,\overline{E}\,G\,H + \overline{C}\,\overline{D}\,E\,\overline{F}\,\overline{G}$ => $\overline{E}$, G (3) =>
=> elijo $\overline{E}$ => $\overline{E}\,(D\,G\,\overline{H} + D\,\overline{F}\,G + C\,\overline{D}\,G\,H) + \overline{C}\,\overline{D}\,E\,\overline{F}\,\overline{G}$

$\overline{C}\,\overline{D}\,E\,\overline{F}\,\overline{G}$ => No hay literales repetidos. Fin.

$D\,G\,\overline{H} + D\,\overline{F}\,G + C\,\overline{D}\,G\,H$ => G (3) =>
$G\,(D\,\overline{H} + D\,\overline{F} + C\,\overline{D}\,H)$

$D\,\overline{H} + D\,\overline{F} + C\,\overline{D}\,H$ => D (2) =>
$D\,(\overline{H} + \overline{F}) + C\,\overline{D}\,H$

$\overline{H} + \overline{F}$ => No hay literales repetidos. Fin.
$C\,\overline{D}\,H$ => No hay literales repetidos. Fin.

$$F2 = \overline{A}\,\overline{B}\,(\overline{E}\,G\,(D\,(\overline{H} + \overline{F}) + C\,\overline{D}\,H) + \overline{C}\,\overline{D}\,E\,\overline{F}\,\overline{G})$$

10.1. Factorizar las siguientes funciones lógicas, utilizando el algoritmo recursivo del literal de mayor aparición:

c) $Z(A, B, C, D, E, F, G, H) = A\,B\,C\,E\,\overline{F}\,\overline{G} + A\,B\,C\,E\,\overline{G}\,H + A\,B\,\overline{C}\,\overline{D}\,G\,H +$
$+ A\,B\,\overline{C}\,\overline{D}\,F\,H + \overline{A}\,\overline{B}\,D\,\overline{E}\,G\,\overline{H} + \overline{A}\,\overline{B}\,D\,\overline{E}\,\overline{F}\,G + \overline{A}\,\overline{B}\,C\,\overline{D}\,\overline{E}\,G\,H + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}\,E\,\overline{F}\,\overline{G}$

$Z(A, B, C, D, E, F, G, H) = A\,F1 + F2$

$F1 = B\,(H\,(\overline{C}\,\overline{D}\,(G + F) + C\,E\,\overline{G}) + C\,E\,\overline{F}\,\overline{G})$

$F2 = \overline{A}\,\overline{B}\,(\overline{E}\,G\,(D\,(\overline{H} + \overline{F}) + C\,\overline{D}\,H) + \overline{C}\,\overline{D}\,E\,\overline{F}\,\overline{G})$

$Z(A, B, C, D, E, F, G, H) = A\,B\,(H\,(\overline{C}\,\overline{D}\,(G + F) + C\,E\,\overline{G}) + C\,E\,\overline{F}\,\overline{G}) +$

$+ \overline{A}\,\overline{B}\,(\overline{E}\,G\,(D\,(\overline{H} + \overline{F}) + C\,\overline{D}\,H) + \overline{C}\,\overline{D}\,E\,\overline{F}\,\overline{G})$