Problemas propuestos

1.1. Representar las siguientes funciones en Mapas de Karnaugh

a) $F(A, B, C) = AB + \overline{A}\,\overline{B}\,C$

b) $F(A, B, C) = (A + \overline{B})\,(A + \overline{C})\,(\overline{B} + \overline{C})$

c) $F(A, B, C, D) = \overline{B}\,\overline{D} + C\,\overline{D} + \overline{A}\,B\,D$

d) $F(A, B, C, D) = A + \overline{B}\,C + B\,\overline{C}\,\overline{D}$

e) $F(A, B, C, D) = \overline{C}\,(A + \overline{D})\,(\overline{A} + \overline{B} + D)$

2.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS):

a) $F(A, B, C) = \sum(0, 5, 6, 7)$

b) $F(A, B, C) = \sum(2, 3, 4, 6, 7)$

c) $F(A, B, C) = \prod(1, 2, 4, 5, 6, 7)$

d) $F(A, B, C, D) = \sum(3, 4, 6, 7, 9, 11, 12, 14, 15)$

e) $F(A, B, C, D) = \sum(0, 2, 3, 5, 7, 8, 12, 13)$

f) $F(A, B, C, D) = \prod(1, 2, 4, 5, 6, 7, 12, 15)$

g) $F(A, B, C, D) = \sum(0, 4, 5, 8, 9, 10, 13, 14, 15)$

h) $F(A, B, C) = \sum(3, 5, 7) + \sum_{\varnothing}(0)$

i) $F(A, B, C) = \prod(0, 2, 3, 7) \bullet \prod_{\varnothing}(1)$

j) $F(A, B, C, D) = \sum(1, 3, 5, 8, 9, 11, 15) + \sum_{\varnothing}(2, 13)$

k) $F(A, B, C, D) = \prod(0, 4, 5, 6, 7) \bullet \prod_{\varnothing}(12, 14)$

3.1. Se dispone de un código con pesos (7, 4, -1, -2). Calcular la función lógica mínima en dos niveles que permite indicar cuando el dígito BCD es potencia de 2.

3.2. Obtener la expresión lógica mínima que permite obtener si un número está en unos intervalos dados, produciendo 1 lógico en los intervalos [2, 4] y [6, 8], y 0 lógico en los intervalos [0] y [9, 13]. Dichos números están codificados mediante el código Gray.

3.3. Se dispone de un número de 4 bits en complemento-2. Teniendo en cuenta que el intervalo de números válidos está entre [-6,+5] se quiere saber cuando el número es múltiplo de 2 ó de 3. Indicar la tabla de verdad del problema en notación decimal y encontrar una forma SOP mínima.

4.1. Encontrar las funciones lógicas SOP mínimas que definen un circuito digital que muestra en sus salidas en binario el valor máximo de dos números A y B binarios de 2 bits, sabiendo que la suma de A y B no puede ser 3.

4.2. Encontrar las funciones lógicas mínimas en dos niveles que definen las salidas de un circuito que calcula la operación aritmética Z = 2 * A + B, donde A y B son números binarios positivos de 2 bits con la condición adicional de que ninguna de las dos entradas puede tener el valor 0.

4.3. Encontrar las función lógicas que definen un sistema que genera la división A/B de dos números positivos binarios A (a1a0) y B (b1b0) de dos bits (sabiendo que B no puede ser 0), encontrando el cociente de la división Q (q1q0) y el resto R (r1r0), también como números positivos binarios de 2 bits.

5.1. Dado un dígito D (entre 0 y 9) en código BCD con pesos (8, 7, -2, -4) encontrar las funciones lógicas SOP mínimas que permiten encontrar el resto de la división D/5 en ese mismo código.

5.2. Dadas las entradas A (a3 a2 a1 a0) correspondientes a los bits del código BCD con pesos (6, 4, 3, -2), hay que encontrar las funciones mínimas en dos niveles que generen para cada dígito de entrada la distancia de Hamming (entre 0 y 4) en binario con la codificación del mismo dígito en el código BCD con pesos (7, 3, 2, -1). En el caso de que un dígito se pueda codificar de varias formas hay que elegir solo una de ellas, indicando cuál es.

6.1. Minimizar las siguientes funciones lógicas (formas SOP y POS):

a) $F(A, B, C, D, E) = \sum(3, 4, 7, 9, 11, 12, 15, 16, 18, 19, 20, 23, 24, 26, 27, 28, 31)$

b) $F(A, B, C, D, E) = \sum(0, 1, 3, 8, 9, 11, 15, 16, 17, 19, 24, 25, 29, 30, 31)$

c) $F(A, B, C, D, E) = \sum(7,8,9,12,13,14,19,23,24,27,29,30) + \sum_{\emptyset}(1,10,17, 26,28,31)$

d) $F(A, B, C, D, E) = \sum(1,5,12,13,14,16,17,21,23,24,30,31) + \sum_{\emptyset}(0,2,3,4)$

e) $Z(A, B, C, D, E, F) = \sum(2, 3, 6, 7, 10, 14, 18, 19, 22, 23, 27, 37, 42, 43, 45, 46)$

f) $Z(A, B, C, D, E, F) = \sum(0, 4, 5, 7, 15, 16, 17, 21, 22, 23, 25, 29, 31, 39, 45, 47, 48, 54, 55, 57, 61) + \sum_{\emptyset}(1, 10, 13, 20, 37, 43, 63)$

6.2. Un circuito tiene cinco señales lógicas A, B, C, D, E que bajo una serie de condiciones activan una señal de salida F. Se sabe que existen ciertas relaciones entre las señales de entrada que no se producen nunca:

- Que A sea distinto de B, y que C sea igual a D simultáneamente.
- Que A sea igual a C, y que B, D y E sean iguales simultáneamente.

La salida F se activa con las siguientes especificaciones (en el resto de los casos F permanece inactiva):

- B es distinto de D, y A, B y E son iguales, simultáneamente.
- C es igual a D, y A es distinto de E, simultáneamente.
- B es distinto de C, y D es distinto de E, simultáneamente.

Encontrar una forma mínima SOP para F.

7.1. Se quiere diseñar una pequeña ALU (unidad aritmética lógica) para una aplicación que realice cuatro operaciones lógicas para tres operandos de datos A, B y C de 1 bit. Las operaciones que deben realizar se muestran en la siguiente tabla en función de dos señales de control S1 y S0. Además, se sabe que los valores lógicos del par de entradas (BC) no coinciden nunca con los valores del par (S1S0). Encontrar la formas SOP y POS mínimas.

S1 S0	Función
00	$\overline{B}\,C$
01	$\overline{A \oplus C}$
10	$\overline{A} + \overline{B}$
11	$A\,C + \overline{A}\,B\,\overline{C}$

7.2. Un sistema de valoración tiene 5 entradas A, B, C, D y E que pueden tomar dos valores 1 y 0.

A las entradas (A, B, C, D y E) se le asigna respectivamente una puntuación (5, 3, 1, 4, -2) cuando la entrada está a 1 y (1, 0, 3, -1, 4), cuando la entrada está a 0.

La salida lógica Z del sistema se tiene en cuenta sólo cuando la suma S de la puntuación de las entradas está entre 4 y 14, ambas inclusive, y Z es 1 cuando S es 4, 5, 7, 8, 11 ó 13 y Z es 0 en el resto de los valores del intervalo. Encontrar una forma SOP mínima para Z.

8.1. Una señal X analógica ha sido digitalizada en cinco señales binarias A, B, C, D y E de forma que se sabe que el valor de X entre 0 y 1, cuantificado en rangos de 0.05, puede calcularse mediante: X = 0.30 A + 0.25 B + 0.20 C + 0.15 D + 0.10 E. Se quiere obtener una señal binaria Z que indique cuando el valor de X está en los intervalos [0.20-0.30] (valores 0.20, 0.25 ó 0.30), [0.50-0.60] (valores 0.50, 0.55 ó 0.60) ó [0.75-0.85] (valores 0.75, 0.80 o 0.85), sabiendo además que X nunca toma los valores [0] ni [0.45]. Encontrar la forma mínima de tipo SOP que resuelve el problema.

8.2. Un sistema horario controla la apertura de una caja de seguridad durante el horario en el que un comercio permanece abierto. La apertura o el cierre de la caja sólo hay que controlarla mientras el comercio esté abierto, y se realiza en función de la hora del día H (valor numérico entre 0 y 11), codificado en binario, y una señal AP que indica si es antes (AM) o después del mediodía (PM). El comercio cierra de 3 a 5 AM (3 y 4 AM), y de 7 a 9 PM (7 y 8 PM). Dentro del horario de apertura del comercio la caja debe estar abierta de 1 a 2 (1) AM y PM; de 5 a 7 (5 y 6) AM; de 3 a 5 (3 y 4) PM; de 9 a 10 (9) AM y PM, el resto del tiempo de apertura del comercio la caja debe permanecer cerrada. Encontrar la forma SOP mínima F que indiquen cuando la caja está abierta dentro del horario de apertura del comercio.

9.1. Se desea diseñar un circuito lógico para determinar el vencedor de un combate entre dos contendientes X e Y mediante las siguientes especificaciones:

- El combate será a tres toques. El vencedor se declara cuando uno o los dos contendientes llegue a tres toques (se permite la posibilidad de toque simultáneo), o se llegue al llegar al final del tiempo de combate. El número de toques (de 0 a 3) realizado por cada contendiente se almacena en binario en dos variables lógicas para X (x1x0) y dos para Y (y1y0).

- Al finalizar el combate se declara vencedor al contendiente que haya realizado más toques. En caso de empate el combate se dilucida por la decisión de un árbitro (variable lógica A) que declara vencedor a X (A a valor 1) ó a Y (A a valor 0). El árbitro no puede declarar el combate empatado.

- Para mantener la emoción del combate hasta el final el sistema de cuenta de toques está ligeramente amañado de forma que no permite en ningún caso que un contendiente tome ventaja de dos toques sobre su rival, es decir la victoria siempre será por la mínima o por decisión arbitral.

Obtener la forma SOP mínima de la función F(A, x1, x0, y1, y0) que determina la victoria final del contendiente X en función de los toques realizados y la decisión arbitral.

10.1. Factorizar las siguientes funciones lógicas, utilizando el algoritmo recursivo del literal de mayor aparición:

a) $Z(A, B, C, D, E) = \overline{A}\,\overline{D}\,\overline{E} + ADE + B\overline{C}D + \overline{B}CE + A\overline{B}C$

b) $Z(A, B, C, D, E) = (A + B + C)(A + D + E)(C + D)(C + E)(B + D + E)$

c) $Z(A, B, C, D, E, F, G, H) = ABCE\overline{F}\,\overline{G} + ABCE\overline{G}H + AB\overline{C}\,\overline{D}GH +$

$+ AB\overline{C}\,\overline{D}FH + \overline{A}\,\overline{B}D\overline{E}G\overline{H} + \overline{A}\,\overline{B}D\overline{E}\,\overline{F}G + \overline{A}\,\overline{B}C\overline{D}\,\overline{E}GH + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}E\overline{F}\,\overline{G}$