1.1. Razonar en base a los postulados y teoremas del álgebra de Boole si es posible o no definir un álgebra de Boole para B = {0, a, 1} o B = {0, a, b, 1}

a) B = {0, a, 1}

P4. X + 0 = X; X ● 1 = X

●	0	a	1
0			0
a			a
1	0	a	1

+	0	a	1
0	0	a	1
a	a		
1	1		

T3. X + 1 = 1; X ● 0 = 0

●	0	a	1
0	0	0	0
a	0		a
1	0	a	1

+	0	a	1
0	0	a	1
a	a		1
1	1	1	1

T2. X + X = X; X ● X = X

●	0	a	1
0	0	0	0
a	0	a	a
1	0	a	1

+	0	a	1
0	0	a	1
a	a	a	1
1	1	1	1

a) B = {0, a, 1}

•	0	a	1
0	0	0	0
a	0	a	a
1	0	a	1

+	0	a	1
0	0	a	1
a	a	a	1
1	1	1	1

P1. X + Y **Є** B; X • Y **Є** B. CIERTO

P2. Propiedades conmutativas. CIERTO (las tablas son simétricas).

P4. Elemento identidad. CIERTO (se ha utilizado para generar las tablas).

P5. Elemento complementado. FALSO. No existe el complemento de a. No hay un valor X tal que:
a + X = 1 (solo el valor 1) y a ● X = 0 (solo el valor 0).

B = {0, a, 1} NO puede formar un álgebra de Boole

b) B = {0, a, b, 1}

P4. X + 0 = X; X ● 1 = X

●	0	a	b	1
0				0
a				a
b				b
1	0	a	b	1

+	0	a	b	1
0	0	a	b	1
a	a			
b	b			
1	1			

T3. X + 1 = 1; X ● 0 = 0

●	0	a	b	1
0	0	0	0	0
a	0			a
b	0			b
1	0	a	b	1

+	0	a	b	1
0	0	a	b	1
a	a			1
b	b			1
1	1	1	1	1

T2. X + X = X; X ● X = X

●	0	a	b	1
0	0	0	0	0
a	0	a		a
b	0		b	b
1	0	a	b	1

+	0	a	b	1
0	0	a	b	1
a	a	a		1
b	b		b	1
1	1	1	1	1

b) B = {0, a, b, 1}

•	0	a	b	1
0	0	0	0	0
a	0	a		a
b	0		b	b
1	0	a	b	1

+	0	a	b	1
0	0	a	b	1
a	a	a		1
b	b		b	1
1	1	1	1	1

P5: $X + \overline{X} = 1$; $X \bullet \overline{X} = 0$

0: $0 + X = 1$ (1); $0 \bullet X = 0$ (0, a, b, 1) => $\overline{0} = 1$

1: $1 + X = 1$ (0, a, b, 1); $1 \bullet X = 0$ (0) => $\overline{1} = 0$

a: No tiene complemento salvo que $a \bullet b = 0$ y $a + b = 1$. Ahora:
$a \bullet X = 0$ (0, b) y $a + X = 1$ (1, b) => $\overline{a} = b$

b: No tiene complemento salvo que $b \bullet a = 0$ y $b + a = 1$. Ahora:
$b \bullet X = 0$ (0, a) y $b + X = 1$ (1, a) => $\overline{b} = a$

•	0	a	b	1
0	0	0	0	0
a	0	a	0	a
b	0	0	b	b
1	0	a	b	1

+	0	a	b	1
0	0	a	b	1
a	a	a	1	1
b	b	1	b	1
1	1	1	1	1

b) B = {0, a, b, 1}

•	0	a	b	1
0	0	0	0	0
a	0	a	0	a
b	0	0	b	b
1	0	a	b	1

+	0	a	b	1
0	0	a	b	1
a	a	a	1	1
b	b	1	b	1
1	1	1	1	1

P1. X + Y **Є** B; X • Y **Є** B. CIERTO

P2. Propiedades conmutativas. CIERTO (las tablas son simétricas).

P4. Elemento identidad. CIERTO (se ha utilizado para generar las tablas).

P5. Elemento complementado. CIERTO (se ha utilizado para generar las tablas).

P3. X • (Y + Z) = (X • Y) + (X • Z);
X + (Y • Z) = (X + Y) • (X + Z)

Hay que comprobar los 64 casos posibles

b) B = {0, a, b, 1}

•	0	a	b	1
0	0	0	0	0
a	0	a	0	a
b	0	0	b	b
1	0	a	b	1

+	0	a	b	1
0	0	a	b	1
a	a	a	1	1
b	b	1	b	1
1	1	1	1	1

P3. $X \bullet (Y + Z) = (X \bullet Y) + (X \bullet Z)$;

$X + (Y \bullet Z) = (X + Y) \bullet (X + Z)$

X	Y	Z	Y+Z	X(Y+Z)	XY	XZ	XY+XZ
a	b	0	b	*0*	0	0	*0*
b	1	a	1	*b*	b	0	*b*
0	1	b	1	*0*	0	0	*0*
b	a	b	1	*b*	0	b	*b*

X	Y	Z	YZ	X+YZ	X+Y	X+Z	(X+Y)(X+Z)
a	b	0	0	**a**	1	a	**a**
b	1	a	a	**1**	1	1	**1**
0	1	b	b	**b**	1	b	**b**
b	a	b	0	**b**	1	b	**b**

Para estos 4 casos cumple P3, y lo cumple también para los 64 casos posibles

B = {0, a, b, 1} SI puede formar un álgebra de Boole

1.2. Demostrar los teoremas de Boole T6 y T8 por perfecta inducción sobre el álgebra de conmutación.

T6. Leyes de DeMorgan: $\overline{X + Y} = \overline{X}\,\overline{Y}$, y $\overline{X\,Y} = \overline{X} + \overline{Y}$

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$X+Y$	$\overline{X + Y}$	$\overline{X}\ \overline{Y}$	$X\,Y$	$\overline{X\,Y}$	$\overline{X} + \overline{Y}$
0	0	1	1	0	**1**	**1**	0	**1**	**1**
0	1	1	0	1	**0**	**0**	0	**1**	**1**
1	0	0	1	1	**0**	**0**	0	**1**	**1**
1	1	0	0	1	**0**	**0**	1	**0**	**0**

T8. Teorema del consenso: $X\,Y + \overline{X}\,Z + Y\,Z = X\,Y + \overline{X}\,Z$

X	Y	Z	$\overline{X}$	X Y	$\overline{X}$ Z	Y Z	X Y + $\overline{X}$ Z	X Y + $\overline{X}$ Z + Y Z
0	0	0	1	0	0	0	**0**	**0**
0	0	1	1	0	1	0	**1**	**1**
0	1	0	1	0	0	0	**0**	**0**
0	1	1	1	0	1	1	**1**	**1**
1	0	0	0	0	0	0	**0**	**0**
1	0	1	0	0	0	0	**0**	**0**
1	1	0	0	1	0	0	**1**	**1**
1	1	1	0	1	0	1	**1**	**1**

Teorema del consenso: $(X + Y)(\overline{X} + Z)(Y + Z) = (X + Y)(\overline{X} + Z)$

X	Y	Z	$\overline{X}$	X + Y	$\overline{X}$ + Z	Y + Z	(X + Y) ($\overline{X}$ + Z)	(X + Y) ($\overline{X}$ + Z) (Y + Z)
0	0	0	1	0	1	0	**0**	**0**
0	0	1	1	0	1	1	**0**	**0**
0	1	0	1	1	1	1	**1**	**1**
0	1	1	1	1	1	1	**1**	**1**
1	0	0	0	1	0	0	**0**	**0**
1	0	1	0	1	1	1	**1**	**1**
1	1	0	0	1	0	1	**0**	**0**
1	1	1	0	1	1	1	**1**	**1**

1.3. Demostrar los teoremas T1, T2, T7 y T9 mediante los postulados y los teoremas anteriores del álgebra de Boole.

T1. Doble complementación. $\overline{\overline{X}} = X$.

Si $X + Y = 1$ y $X \bullet Y = 0 \Rightarrow Y = \overline{X}$ (P5)

Si $X + Y = 1$ y $X \bullet Y = 0 \Rightarrow Y + X = 1$ e $Y \bullet X = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow X = \overline{Y}$ (P2, P5)

Entonces $X = \overline{Y} = \overline{(\overline{X})} = \overline{\overline{X}}$

T2. Idempotencia. $X + X = X$; $X \bullet X = X$.

$X + X = (X + X) \bullet 1 =$	(P4)
$= (X + X) \bullet (X + \overline{X}) =$	(P5)
$= X + X \bullet \overline{X} =$	(P3)
$= X + 0 =$	(P5)
$= X$	(P4)

$X \bullet X = X$ queda demostrado por el principio de dualidad

1.3. Demostrar los teoremas T1, T2, T7 y T9 mediante los postulados y los teoremas anteriores del álgebra de Boole.

T7. Adyacencia. $X \bullet Y + X \bullet \overline{Y} = X$; $(X + Y) \bullet (X + \overline{Y}) = X$.

$X \bullet Y + X \bullet \overline{Y} =$
$= X \bullet (Y + \overline{Y}) =$ (P3)
$= X \bullet 1 =$ (P5)
$= X$ (P4)

$(X + Y) \bullet (X + \overline{Y}) = X$ queda demostrado por el principio de dualidad

T9. Simplificación. $X + \overline{X} \bullet Y = X + Y$; $X (\overline{X} + Y) = X$

$X + \overline{X} \bullet Y =$
$= (X + \overline{X}) (X + Y) =$ (P3)
$= 1 \bullet (X + Y) =$ (P5)
$= (X + Y) \bullet 1 =$ (P2)
$= X + Y$ (P4)

$X (\overline{X} + Y) = X$ queda demostrado por el principio de dualidad

1.4. Demostrar, utilizando únicamente postulados y teoremas del álgebra de conmutación, que se cumple que:

$$AB + \overline{A}C = (A + C)(\overline{A} + B)$$

$(A + C)(\overline{A} + B) =$ (P3)

$= A(\overline{A} + B) + C(\overline{A} + B) =$ (T9)

$= AB + C(\overline{A} + B) =$ (P3)

$= AB + \overline{A}C + BC =$ (T8)

$= AB + \overline{A}C$

$AB + \overline{A}C =$ (P3)

$= (A + \overline{A}C)(B + \overline{A}C) =$ (T9)

$= (A + C)(B + \overline{A}C) =$ (P3)

$= (A + C)(\overline{A} + B)(B + C) =$ (T8)

$= (A + C)(\overline{A} + B)$

2.1. Simplificar las siguientes expresiones lógicas

a) $\overline{A}\,\overline{B} + \overline{A}\,\overline{C} + A\,\overline{B}\,C$

$\overline{A}\,\overline{B} + \overline{A}\,\overline{C} + A\,\overline{B}\,C =$ (P3)

$= \overline{B}\,(\overline{A} + A\,C) + \overline{A}\,\overline{C} =$ (T9)

$= \overline{B}\,(\overline{A} + C) + \overline{A}\,\overline{C} =$ (P3)

$= C\,\overline{B} + \overline{C}\,\overline{A} + \overline{B}\,\overline{A} =$ (T8)

$= C\,\overline{B} + \overline{C}\,\overline{A} =$ (P2)

$= \overline{A}\,\overline{C} + \overline{B}\,C$

b) $\overline{\overline{A + B}\left(\overline{A} + \overline{C}\right)}$

$\overline{\overline{A + B}\,(\overline{A} + \overline{C})} =$ (T6)

$= \overline{\overline{A + B}} + \overline{\overline{A} + \overline{C}} =$ (T1,T6)

$= A + B + A\,C =$ (T4)

$= A + B$

2.1. Simplificar las siguientes expresiones lógicas

c) $A\,B\,\overline{C} + \left(A\,B\,\overline{C} + \overline{A}\,C\right)\left[B(A + C) + \overline{B}\,C + A\,\overline{B}\,\overline{C}\right]$

$B(A + C) + \overline{B}\,C + A\,\overline{B}\,\overline{C} =$ (P3)

$= A\,B + B\,C + \overline{B}\,C + A\,\overline{B}\,\overline{C} =$ (T7)

$= A\,B + C + A\,\overline{B}\,\overline{C} =$ (T9)

$= A\,B + C + A\,\overline{B} =$ (T7)

$= A + C$

$A\,B\,\overline{C} + (A\,B\,\overline{C} + \overline{A}\,C)[B(A + C) + \overline{B}\,C + A\,\overline{B}\,\overline{C}] =$

$= A\,B\,\overline{C} + (A\,B\,\overline{C} + \overline{A}\,C)(A + C) =$ (P3)

$= A\,B\,\overline{C} + A\,B\,\overline{C}\,(A + C) + \overline{A}\,C\,(A + C) =$ (T4)

$= A\,B\,\overline{C} + A\,B\,\overline{C} + \overline{A}\,C\,(A + C) =$ (T2)

$= A\,B\,\overline{C} + \overline{A}\,C\,(A + C)$ (T4)

$= A\,B\,\overline{C} + \overline{A}\,C$

2.1. Simplificar las siguientes expresiones lógicas

d) $\overline{(A+B+C)\left(A+\overline{B}\right)}+\overline{\overline{A}\,B}\left(\overline{A}\,B+\overline{C}\right)$

$$
\begin{aligned}
&\overline{(A+B+C)\,(A+\overline{B})}+\overline{\overline{A}\,B}\,(\overline{A}\,B+\overline{C}) = && \text{(T9)}\\
&= \overline{(A+B+C)\,(A+\overline{B})}+\overline{\overline{A}\,B}\;\overline{C} = && \text{(P3)}\\
&= \overline{A+(B+C)\,\overline{B}}+\overline{\overline{A}\,B}\;\overline{C} = && \text{(T9)}\\
&= \overline{A+\overline{B}\,C}\;+\overline{\overline{A}\,B}\,\overline{C} = && \text{(T6)}\\
&= \overline{A}\;\cdot\;\overline{\overline{B}\,C}\;+\overline{\overline{A}\,B}\cdot\overline{C} = && \text{(T6)}\\
&= \overline{A}\left(\overline{\overline{B}}+\overline{C}\right)+\overline{\overline{A}\,B}\,\overline{C} = && \text{(T1)}\\
&= \overline{A}\,(B+\overline{C})+\overline{\overline{A}\,B}\,\overline{C} = && \text{(P3)}\\
&= \overline{A}\,B+\overline{A}\,\overline{C}+\overline{\overline{A}\,B}\,\overline{C} = && \text{(T9)}\\
&= \overline{A}\,B+\overline{A}\,\overline{C}+\overline{C} = && \text{(T4)}\\
&= \overline{A}\,B+\overline{C}
\end{aligned}
$$

2.1. Simplificar las siguientes expresiones lógicas

e) $\overline{\overline{\overline{\overline{A\,B + C}\;B\;\overline{C}}\;B\;\overline{C}}\;(A\,B + C)}$

$\overline{\overline{\overline{\overline{A\,B + C}\;B\;\overline{C}}\;B\;\overline{C}}\;(A\,B + C)}$ = P = A B + C; T = $B\;\overline{C}$

$= \overline{\overline{\overline{\overline{\mathbf{P}} \cdot \mathbf{T}} \cdot \mathbf{T}} \cdot \mathbf{P}} =$ (T6)

$= \overline{\overline{\overline{\overline{\mathbf{P}}\;\mathbf{T}}\;\mathbf{T}}} + \overline{P} =$ (T1)

$= \overline{\overline{\mathbf{P}} \cdot \mathbf{T}} \cdot T + \overline{P} =$ (T6)

$= (\mathbf{P} + \overline{\mathbf{T}}) \cdot \mathbf{T} + \overline{P} =$ (T9)

$= \mathbf{P} \cdot \mathbf{T} + \overline{\mathbf{P}} =$ (T9)

$= T + \overline{P} =$ P = A B + C; T = $B\;\overline{C}$

$= B\;\overline{C} + \overline{\mathbf{A}\,\mathbf{B} + \mathbf{C}} =$ (T6)

$= B\;\overline{C} + \overline{\mathbf{A}\,\mathbf{B}} \cdot \overline{C} =$ (T6)

$= B\;\overline{C} + (\overline{\mathbf{A}} + \overline{\mathbf{B}}) \cdot \overline{\mathbf{C}} =$ (P3)

$= \mathbf{B}\;\overline{\mathbf{C}} + \overline{A}\;\overline{C} + \overline{\mathbf{B}}\;\overline{\mathbf{C}} =$ (T7)

$= \overline{\mathbf{C}} + \overline{\mathbf{A}}\;\overline{\mathbf{C}} =$ (T4)

$= \overline{C}$

2.1. Simplificar las siguientes expresiones lógicas

f) $\left[\left(A + B\,\bar{C}\right) \oplus \bar{A}\,C\right] + \overline{(B + C) \oplus \overline{A + B}}$

$(A + B\,\bar{C}) \oplus \bar{A}\,C =$ $\qquad X \oplus Y = \bar{X}\,Y + X\,\bar{Y}$

$= \overline{A + B\,\bar{C}} \cdot \bar{A}\,C + (A + B\,\bar{C})\,\overline{\bar{A}\,C} =$ (T6s)

$= \bar{A}\,(\bar{B} + C)\,\bar{A}\,C + (A + B\,\bar{C})(A + \bar{C}) =$ (T2)

$= \bar{A}\,(\bar{B} + C)\,C + (A + B\,\bar{C})(A + \bar{C}) =$ (T4)

$= \bar{A}\,C + (A + B\,\bar{C})(A + \bar{C}) =$ (P3)

$= \bar{A}\,C + A + B\,\bar{C}\,\bar{C} =$ (T2, T9)

$= A + C + B\,\bar{C} =$ (T9)

$= A + B + C$

2.1. Simplificar las siguientes expresiones lógicas

f) $[(A + B\,\overline{C}) \oplus \overline{A}\,C] + \overline{(B + C) \oplus \overline{A + B}}$

$\overline{(B + C) \oplus \overline{A + B}} =$ $\qquad\qquad \overline{X \oplus Y} = \overline{X}\,\overline{Y} + X\,Y$

$\overline{B + C} \cdot \overline{\overline{A + B}} + (B + C)\,\overline{A + B} =$ (T1)

$= \overline{B + C}\,(A + B) + (B + C)\,\overline{A + B} =$ (T6)

$= \overline{B}\,\overline{C}\,(A + B) + (B + C)\,\overline{A}\,\overline{B} =$ (T9, T9)

$= A\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}\,C$

$[(A + B\,\overline{C}) \oplus \overline{A}\,C] + \overline{(B + C) \oplus \overline{A + B}} =$

$= A + B + C + A\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}\,C =$ (T4)

$= A + B + C + \overline{A}\,\overline{B}\,C =$ (T4)

$= A + B + C$

$$\text{g)}\ \overline{\overline{A\left(C+\bar D\right)} \oplus \bar B \cdot \overline{\bar A + C}} + \overline{\bar D + \bar B\, C} \cdot A$$

$$\overline{\overline{A\,(C+\bar D)} \oplus \bar B \cdot \overline{\bar A + C}} = \qquad\qquad \overline{X \oplus Y} = \bar X\,\bar Y + X\,Y$$

$$= \overline{\overline{A\,(C+\bar D)}} \cdot \overline{\bar B \cdot \overline{\bar A + C}} + \overline{A\,(C+\bar D)} \cdot \bar B \cdot \overline{\bar A + C} = \qquad (T1)$$

$$= A\,(C+\bar D) \cdot \overline{\bar B \cdot \overline{\bar A + C}} + \overline{A\,(C+\bar D)} \cdot \bar B \cdot \overline{\bar A + C} = \qquad (T6)$$

$$= A\,(C+\bar D) \cdot \left(B + \overline{\overline{\bar A + C}}\right) + \overline{A\,(C+\bar D)} \cdot \bar B \cdot \overline{\bar A + C} = \qquad (T6)$$

$$= A\,(C+\bar D) \cdot \left(B + \overline{\overline{\overline{\bar A + C}}}\right) + (\bar A + \bar C\,D) \cdot \bar B \cdot \overline{\bar A + C} = \qquad (T6)$$

$$= A\,(C+\bar D)\, \left(B + \overline{\overline{\bar A + C}}\right) + (\bar A + \bar C\,D)\,\bar B\,A\,\bar C = \qquad (T1)$$

$$= A\,(C+\bar D)\,(B + \bar A + C) + (\bar A + \bar C\,D)\,\bar B\,A\,\bar C = \qquad (T9,T9)$$

$$= A\,(C+\bar D)\,(B+C) + \bar C\,D\,\bar B\,A\,\bar C = \qquad (T2)$$

$$= A\,(C+\bar D)\,(B+C) + A\,\bar B\,\bar C\,D = \qquad (P3)$$

$$= A\,(C+B\,\bar D) + A\,\bar B\,\bar C\,D \qquad (P3)$$

$$= A\,(C + B\,\bar D + \bar B\,\bar C\,D) = \qquad (T9)$$

$$= A\,(C + B\,\bar D + \bar B\,D)$$

g) $\overline{\overline{A\left(C+\overline{D}\right)} \oplus \overline{B} \cdot \overline{\overline{A}+C}} + \overline{\overline{D}+\overline{B}\,C} \cdot A$

$\overline{\overline{A\,(C+\overline{D})} \oplus \overline{B} \cdot \overline{\overline{A}+C}} + \overline{\overline{D}+\overline{B}\,C}\,A =$

$= A\,(C + B\,\overline{D} + \overline{B}\,D) + \overline{\overline{D}+\overline{B}\,C}\,A =$ (T6s)

$= A\,(C + B\,\overline{D} + \overline{B}\,D) + A\,D\,(B + \overline{C}) =$ (P3)

$= A\,[C + B\,\overline{D} + \overline{B}\,D + D\,(B + \overline{C})] =$ (P3)

$= A\,[C + B\,\overline{D} + \overline{B}\,D + B\,D + \overline{C}\,D] =$ (T9)

$= A\,(C + B\,\overline{D} + \overline{B}\,D + B\,D + D) =$ (T4)

$= A\,(C + B\,\overline{D} + D) =$ (T9)

$= A\,(B + C + D)$

2.2. Se define la diferencia booleana de una función F(x1, x2, …, xk, …, xn), dF/d(xk) como F(x1, x2, …, 0, …, xn) ⊕ F(x1, x2, …, 1, …, xn). Calcular la diferencia booleana dF/dx4, donde

$$F(x1, x2, x3, x4) = x1 + \overline{(x2 + x3)\, x4} + [x4 \oplus (x2 + x3\, x4)]$$

$F(x1, x2, x3, 0) = x1 + \overline{(x2 + x3) \cdot 0} + [0 \oplus (x2 + x3 \cdot 0)]$

$x1 + \overline{(x2 + x3) \cdot 0} + [0 \oplus (x2 + x3 \cdot 0)] =$ (T3s)

$= x1 + \overline{0} + [0 \oplus (x2 + 0)] =$ ($\overline{0} = 1$, P4)

$= x1 + 1 + (0 \oplus x2) =$ (T3)

$= 1$

$F(x1, x2, x3, 1) = x1 + \overline{(x2 + x3) \cdot 1} + [1 \oplus (x2 + x3 \cdot 1)]$

$x1 + \overline{(x2 + x3) \cdot 1} + [1 \oplus (x2 + x3 \cdot 1)] =$ (P4s)

$= x1 + \overline{x2 + x3} + [1 \oplus (x2 + x3)] =$ $X \oplus 1 = \overline{X}$

$= x1 + \overline{x2 + x3} + \overline{x2 + x3} =$ (T2)

$= x1 + \overline{x2 + x3} =$ (T6)

$= x1 + \overline{x2}\ \overline{x3}$

2.2. Se define la diferencia booleana de una función F(x1, x2, …, xk, …, xn), dF/d(xk) como F(x1, x2, …, 0, …, xn) ⊕ F(x1, x2, …, 1, …, xn).
Calcular la diferencia booleana dF/dx4, donde

$$F\,(x1, x2, x3, x4) = x1 + \overline{(x2 + x3)\,x4} + [x4 \oplus (x2 + x3\,x4)]$$

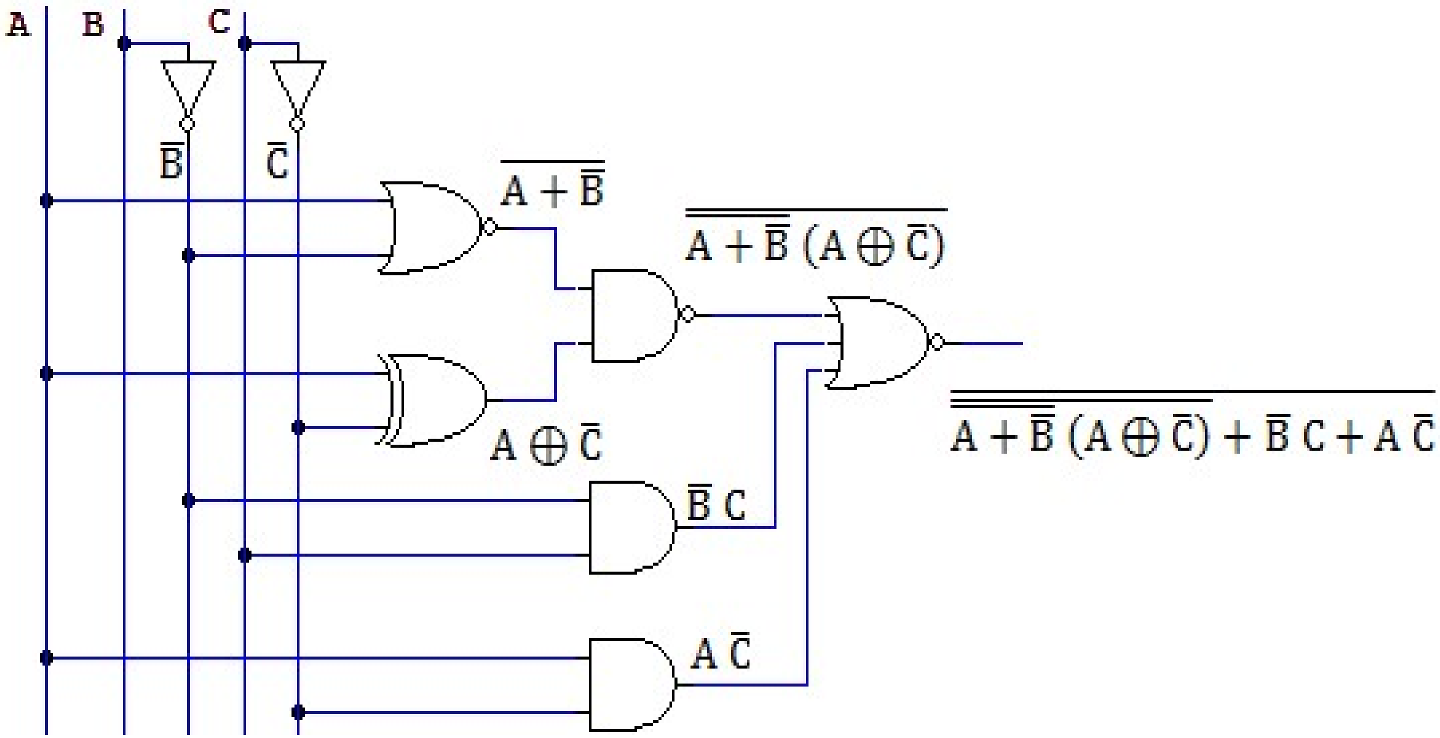
F(x1, x2, x3, 0) = 1
F(x1, x2, x3, 1) = $x1 + \overline{x2}\ \overline{x3}$

dF/dx4 = F(x1, x2, x3, 0) ⊕ F(x1, x2, x3, 1) =

= $\mathbf{1} \oplus (\mathbf{x1} + \overline{\boldsymbol{x2}}\ \overline{\boldsymbol{x3}})$ = $\quad X \oplus 1 = \overline{X}$
= $\overline{\mathbf{x1} + \overline{\boldsymbol{x2}}\ \overline{\boldsymbol{x3}}}$ = $\quad$ (T6s)
= $\overline{x1} \cdot (x2 + x3)$

3.1. Representar las siguientes funciones lógicas mediante puertas lógicas. Simplificarlas y representar el circuito reducido.

a) $\overline{\overline{\overline{A+\overline{B}}\,(A\oplus\overline{C})}+\overline{B}\,C+A\,\overline{C}}$



$$\overline{\overline{\overline{A+\overline{B}}\,(A \oplus \overline{C})} + \overline{B}\,C + A\,\overline{C}} = \qquad \text{(T6)}$$

$$= \overline{\overline{\overline{A+\overline{B}}\,(A \oplus \overline{C})}} \cdot \overline{\overline{B}\,C} \cdot \overline{A\,\overline{C}} = \qquad \text{(T1)}$$

$$= \overline{A+\overline{B}}\,(A \oplus \overline{C}) \cdot \overline{\overline{B}\,C} \cdot \overline{A\,\overline{C}} = \qquad \text{(T6, T6)}$$

$$= \overline{A+\overline{B}}\,(A \oplus \overline{C}) \cdot (B + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + C) = \qquad \text{(T6)}$$

$$= \overline{A}\,\overline{\overline{B}}\,(A \oplus \overline{C}) \cdot (B + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + C) = \qquad \text{(T1)}$$

$$= \overline{A}\,B\,(A \oplus \overline{C}) \cdot (B + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + C) = \qquad X \oplus Y = \overline{X}\,Y + X\,\overline{Y}$$

$$= \overline{A}\,B\,(\overline{A}\,\overline{C} + A\,C) \cdot (B + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + C) = \qquad \text{(T4)}$$

$$= \overline{A}\,B\,(\overline{A}\,\overline{C} + A\,C) \cdot (B + \overline{C}) = \qquad \text{(T4)}$$

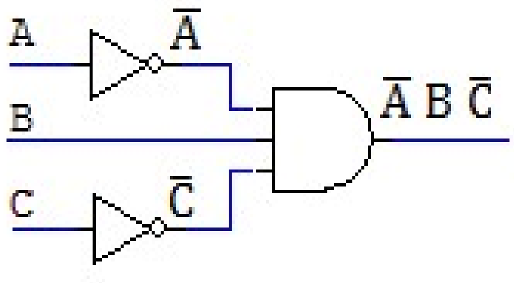
$$= \overline{A}\,B\,(\overline{A}\,\overline{C} + A\,C) = \qquad \text{(P3)}$$

$$= B\,(\overline{A}\,\overline{A}\,\overline{C} + \overline{A}\,A\,C) = \qquad \text{(T2, P5)}$$

$$= B\,(\overline{A}\,\overline{C} + 0 \cdot C) = \qquad \text{(T3)}$$

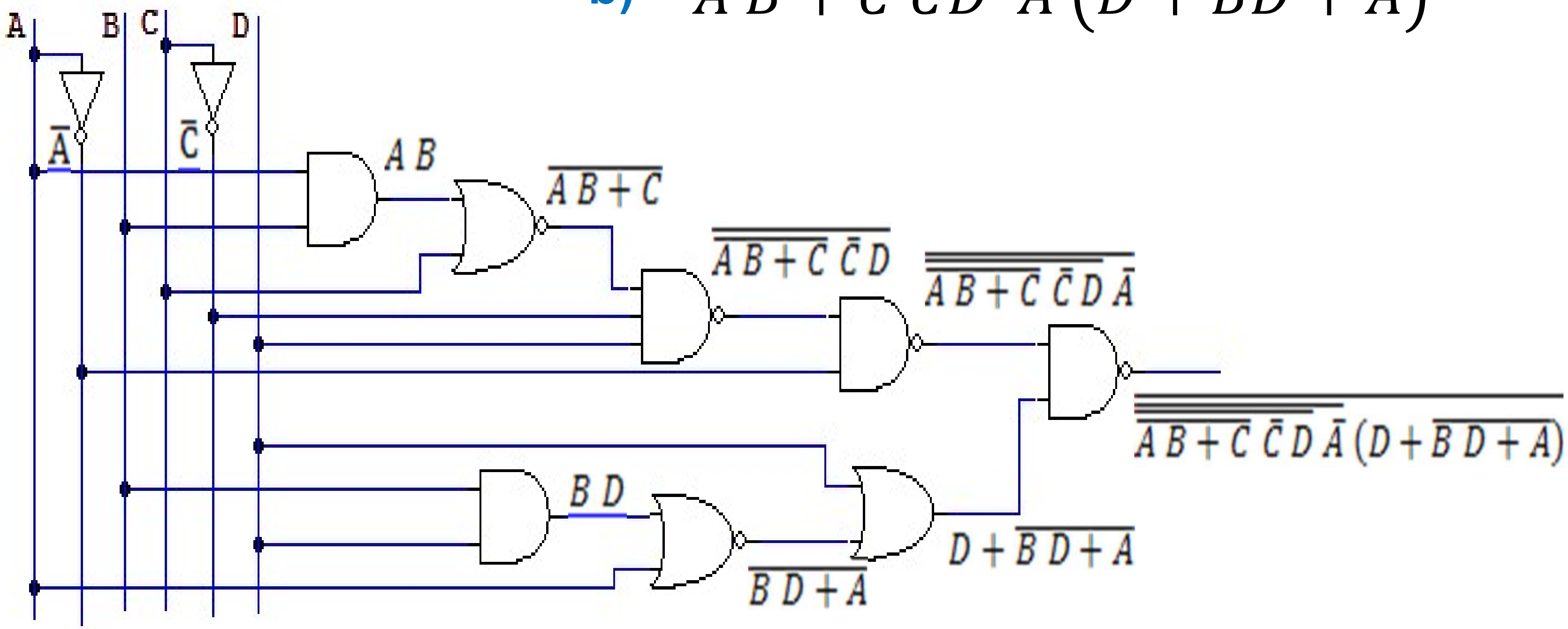
$$= B\,(\overline{A}\,\overline{C} + 0) = \qquad \text{(P4)}$$

$$= \overline{A}\,B\,\overline{C}$$



3.1. Representar las siguientes funciones lógicas mediante puertas lógicas. Simplificarlas y representar el circuito reducido.

b) $\overline{\overline{\overline{\overline{A\,B+C}\;\overline{C}D}\;\overline{A}}\;\left(D+\overline{BD+A}\right)}$



$$\overline{\overline{\overline{\overline{A\,B+C}\;\overline{C}\,D}\;\overline{A}}\;(D+\overline{B\,D+A})} = \qquad \text{(T6)}$$

$$= \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{A\,B+C}\;\overline{C}\,D}\;\overline{A}}}} + \overline{D+\overline{B\,D+A}} = \qquad \text{(T1)}$$

$$= \overline{\overline{A\,B+C}\;\overline{C}\,D}\;\overline{A} + \overline{D+\overline{B\,D+A}} = \qquad \text{(T6,T6)}$$

$$= \left(\overline{\overline{A\,B+C}} + \overline{\overline{C}} + \overline{D}\right)\overline{A} + \overline{D}\cdot\overline{\overline{B\,D+A}} = \qquad \text{(T1s)}$$

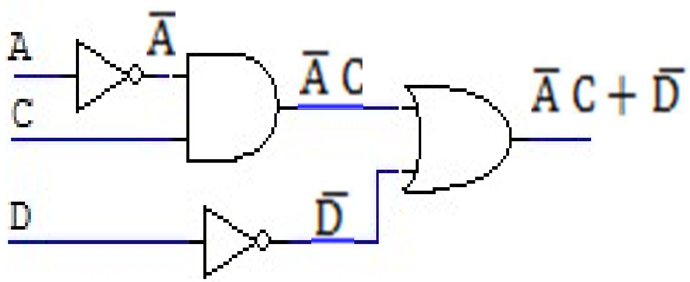
$$= (A\,B+C+C+\overline{D})\,\overline{A} + \overline{D}\,(B\,D+A) = \qquad \text{(T2)}$$

$$= (A\,B+C+\overline{D})\,\overline{A} + \overline{D}\,(B\,D+A) = \qquad \text{(P3,P3)}$$

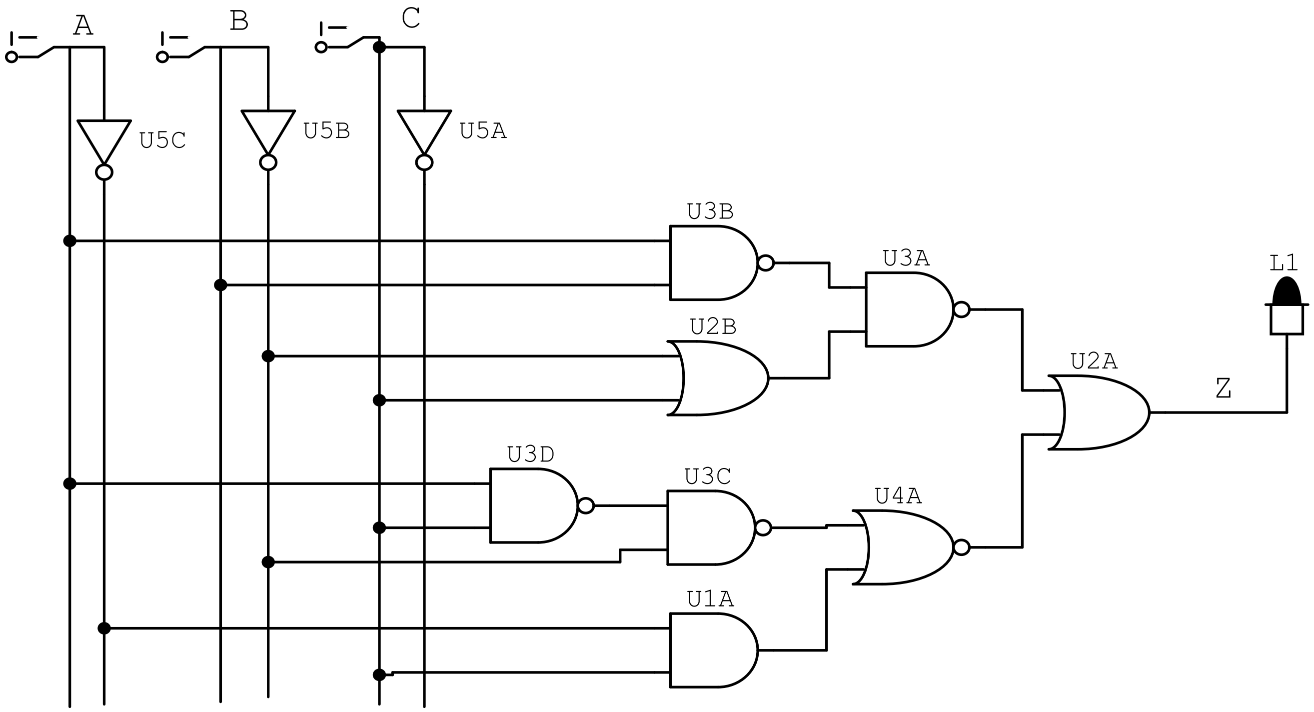
$$= A\,B\,\overline{A} + C\,\overline{A} + \overline{D}\,\overline{A} + \overline{D}\,B\,D + \overline{D}\,A = \qquad \text{(P5,T3,P4)}$$

$$= C\,\overline{A} + \overline{D}\,\overline{A} + \overline{D}\,A = \qquad \text{(T7)}$$

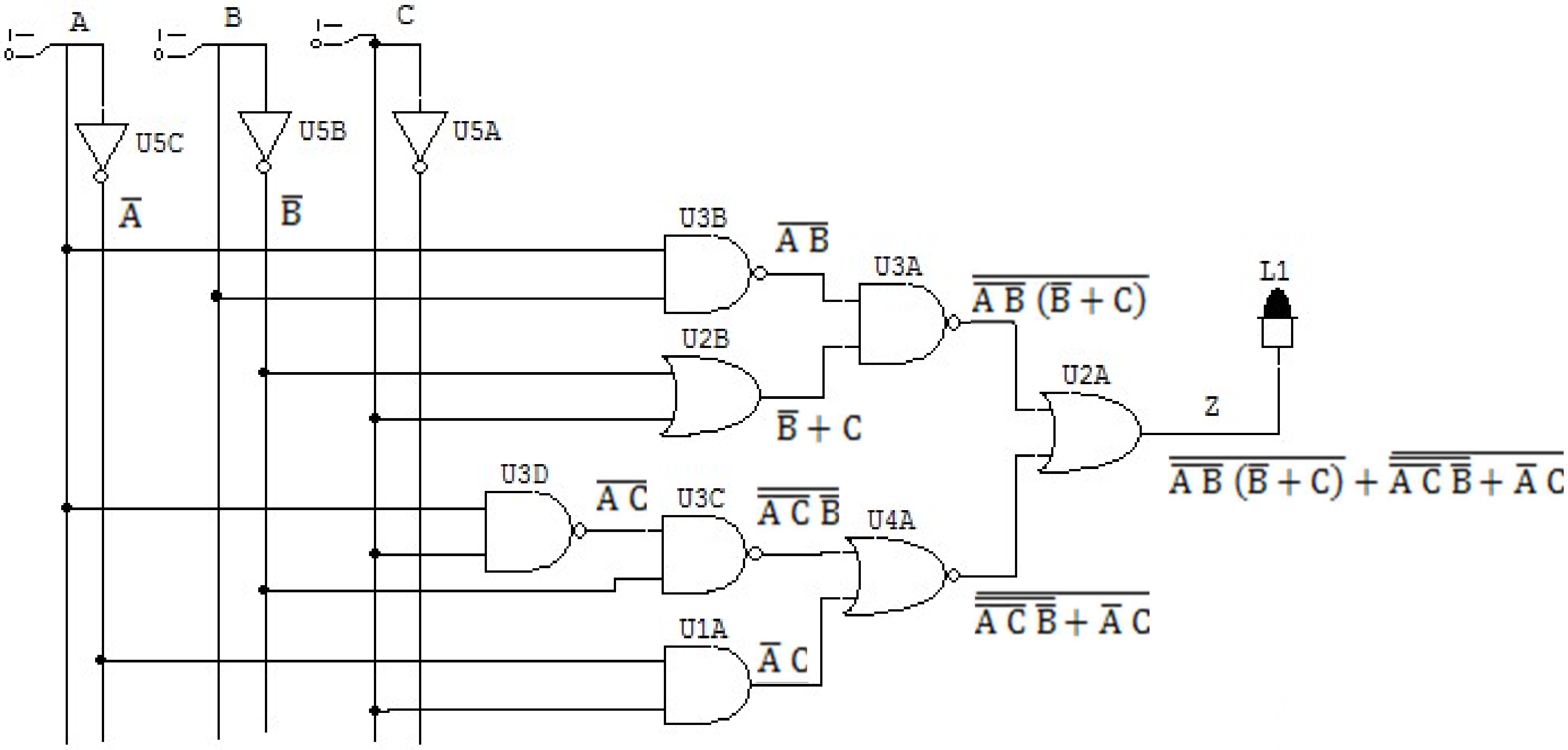
$$= \overline{A}\,C + \overline{D}$$



3.2. Encontrar la función lógica que realiza el siguiente circuito. Simplificarla y construir un nuevo circuito reducido.



3.2. Encontrar la función lógica que realiza el siguiente circuito. Simplificarla y construir un nuevo circuito reducido.



$$\overline{\overline{A\,B}\,(\overline{B} + C)} + \overline{\overline{\overline{A\,C}\,\overline{B}} + \overline{A}\,C} = \qquad (T6,\ T6)$$

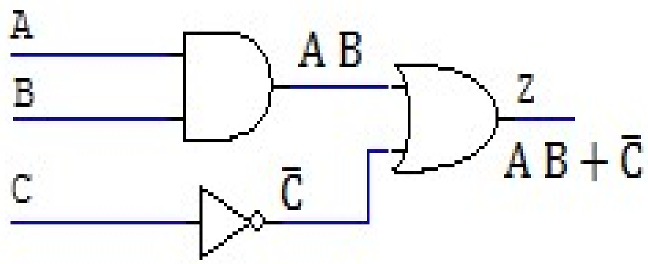
$$= \overline{\overline{A\,B}} + \overline{\overline{B} + C} + \overline{\overline{\overline{A\,C}\,\overline{B}}} \cdot \overline{\overline{A}\,C} = \qquad (T1s)$$

$$= A\,B + \overline{\overline{B} + C} + \overline{A\,C} \cdot \overline{B} \cdot \overline{\overline{A}\,C} = \qquad (T6,\ T6s)$$

$$= A\,B + B\,\overline{C} + (\overline{A} + \overline{C})\,\overline{B}\,(A + \overline{C}) = \qquad (T7)$$

$$= A\,B + B\,\overline{C} + \overline{B}\,\overline{C} = \qquad (T7)$$

$$= A\,B + \overline{C}$$



4.1. Una bombilla (B) en un panel de control se enciende si: el sistema (S) está ON y, el modo (M) de funcionamiento es automático, o bien el modo de funcionamiento es manual y el control (C) está en situación de espera.

Representar este enunciado por una función lógica y su correspondiente circuito lógico. Simplificar la función lógica si es posible y realizar el circuito lógico.

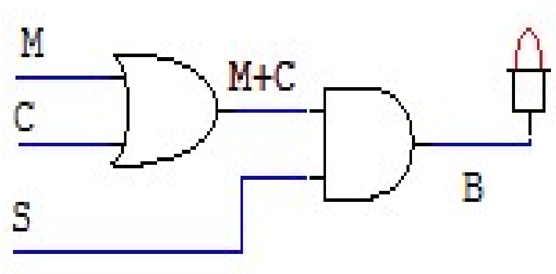
Variable	Tipo	Símbolo	Verdadero	Falso
Bombilla	Salida	B	Encendida, B, 1	Apagada, $\overline{B}$, 0
Sistema	Entrada	S	ON, S, 1	OFF, $\overline{S}$, 0
Modo	Entrada	M	Automático, M, 1	Manual, $\overline{M}$, 0
Control	Entrada	C	Espera, C, 1	No espera, $\overline{C}$, 0

Bomb. encendida: Sist. ON **y** [M. auto. **o** (M. manual **y** Cont. en espera)]

$$B \quad = \quad S \quad \bullet \; (\quad M \quad + \quad \overline{M} \quad \bullet \quad C \quad)$$

$$B = S \bullet (\mathbf{M} + \overline{\mathbf{M}} \bullet \mathbf{C}) = \qquad (T9)$$

$$= S \bullet (M + C)$$



4.2. A, B y C coleccionan muebles.

A está interesado en muebles de salón excepto mesas inglesas, o muebles ingleses que no sean mesas.

B está interesado en muebles que no sean mesas, y que sean ingleses o sean muebles de salón no ingleses.

C está interesado en muebles de salón ingleses, o en mesas no inglesas.

Determinar la tabla de verdad y una función lógica reducida para los muebles buscados por separado por A, por B, y por C y los muebles buscados por dos o más coleccionistas.

A ((salón y no (mesas inglesas)) o (ingleses y no mesas))

$A = S\,\overline{M\,I} + I\,\overline{M}$

B (no mesas y (ingleses o (de salón y no ingleses)))

$B = \overline{M}\,(I + S\,\overline{I}\,)$

C ((salón e ingleses) o (mesas y no inglesas))

$C = S\,I + M\,\overline{I}$

D (2 coleccionistas: A y B, o A y C, o B y C, o 3 coleccionistas: A y B y C)

$D = A\,B + A\,C + B\,C + A\,B\,C$

$A = S\,\overline{M\,I} + I\,\overline{M}$

$B = \overline{M}\,(I + S\,\overline{I}\,)$

$C = S\,I + M\,\overline{I}$

$D = A\,B + A\,C + B\,C + A\,B\,C$

Tabla de verdad:

S	M	I	A	B	C	D
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	0	0	1	0
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	1	0

$$D = \bar{S}\,\bar{M}\,I + S\,\bar{M}\,\bar{I} + S\,\bar{M}\,I + S\,M\,\bar{I}$$

$$\bar{S}\,\bar{M}\,I + S\,\bar{M}\,I = \bar{M}\,I \quad \text{(T6)}$$

$$S\,\bar{M}\,\bar{I} + S\,M\,\bar{I} = S\,\bar{I}$$

$$D = \bar{M}\,I + S\,\bar{I}$$

$A = S\,\overline{M\,I} + I\,\overline{M}$

$B = \overline{M}\,(I + S\,\overline{I}\,)$

$C = S\,I + M\,\overline{I}$

$D = A\,B + A\,C + B\,C + A\,B\,C$

Álgebra de conmutación

$A = S\,\overline{\mathbf{M\,I}} + I\,\overline{M} =$ (T6)

$= \mathbf{S}\,(\overline{\mathbf{M}} + \overline{\mathbf{I}}) + \overline{M}\,I =$ (P3)

$= \mathbf{S\,\overline{M} + S\,\overline{I} + \overline{M}\,I} =$ (T8: I)

$= S\,\overline{I} + \overline{M}\,I$

$B = \overline{M}\,(\mathbf{I + S\,\overline{I}}\,) =$ (T9)

$= \overline{M}\,(I + S)$

$C = S\,I + M\,\overline{I}$

$D = A\,B + A\,C + \mathbf{B\,C + A\,B\,C} =$ (T4)

$= A\,B + A\,C + B\,C$

$A\,B = (S\,\bar{I} + I\,\bar{M})\,\bar{M}\,(I + S) =$ (P3, T2)

$= (S\,\bar{I}\,\bar{M} + I\,\bar{M})\,(I + S) =$ (P3, T2, P5, T3, P4)

$= I\,\bar{M} + S\,\bar{I}\,\bar{M} + S\,I\,\bar{M} =$ (T7)

$= \bar{M}\,I + S\,\bar{M}$

$A\,C = (S\,\bar{I} + I\,\bar{M})\,(S\,I + M\,\bar{I}) =$ (P3, T2, P5, T3, P4)

$= S\,M\,\bar{I} + S\,\bar{M}\,I$

$B\,C = \bar{M}\,(I + S)\,(S\,I + M\,\bar{I}) =$ (P3, P5, T3, P4)

$= \bar{M}\,S\,I\,(I + S) =$ (T4)

$= S\,\bar{M}\,I$

$D = \bar{M}\,I + S\,\bar{M} + S\,M\,\bar{I} + S\,\bar{M}\,I + S\,\bar{M}\,I =$ (T2)

$= \bar{M}\,I + S\,\bar{M}\,I + S\,\bar{M} + S\,M\,\bar{I} =$ (T4)

$= \bar{M}\,I + S\,\bar{M} + S\,M\,\bar{I} =$ (P3)

$= \bar{M}\,I + S\,(\bar{M} + M\,\bar{I}) =$ (T9)

$= \bar{M}\,I + S\,(\bar{M} + \bar{I}) =$ (P3)

$= S\,\bar{M} + S\,\bar{I} + \bar{M}\,I =$ (P8: I)

$= S\,\bar{I} + \bar{M}\,I$

5.1. Una corporación financiera debe resolver un problema transcendente para su futuro. Para ello su presidente pide opinión a sus tres mejores economistas A, B y C, y conociendo como razonan decide que se tomará una decisión positiva si A y B están a favor, o no lo están ni A ni C, o si lo está B pero no C. Los economistas utilizan el siguiente proceso de decisión:

- A está a favor si hace buen tiempo y, es antes del mediodía siendo el día del mes par o es después del mediodía.

- B está en contra si el día del mes es impar o hace buen tiempo y, es antes del mediodía o hace mal tiempo.

- C está en contra si es antes del mediodía, hace mal tiempo y el día del mes es par.

a) Encontrar las ecuaciones lógicas que definen el sistema e implementarlas con puertas lógicas.

Utilizar el álgebra de conmutación para resolver simplificando al máximo posible el resultado de la decisión en función de los factores ambientales, e implementarla con puertas lógicas.

b) Encontrar el resultado de la decisión usando únicamente tablas de verdad.

a) Encontrar las ecuaciones lógicas que definen el sistema e implementarlas con puertas lógicas.

A, B, C a favor, y por tanto $\overline{A}$, $\overline{B}$ y $\overline{C}$ en contra (no a favor)

T buen tiempo y $\overline{T}$ mal tiempo (no buen tiempo)

M antes del mediodía y $\overline{M}$ después del mediodía (no antes)

P día par y $\overline{P}$ impar (no par)

La decisión D es positiva si A y (●) B están a favor (A B), o (+) no lo están ni A ni C ($\overline{A}\ \overline{C}$), o (+) si lo está B pero no C (B $\overline{C}$) =>
D = F(A, B, C) = A B + $\overline{A}\ \overline{C}$ + B $\overline{C}$.

A está a favor si hace buen tiempo (T) y, (es antes del mediodía (M) siendo (●) el día del mes par (P) o (+) es después del mediodía ($\overline{M}$))
A = F1(M, T, P) = T (M P + $\overline{M}$)

B está en contra ($\overline{B}$) si (el día del mes es impar ($\overline{P}$) o (+) hace buen tiempo (T)) y (●), (es antes del mediodía (M) o (+) hace mal tiempo ($\overline{T}$))
B = F2(M, T, P); $\overline{B}$ = ($\overline{P}$ + T) (M + $\overline{T}$) => $B = \overline{(\overline{P} + T)\ (M + \overline{T})}$.

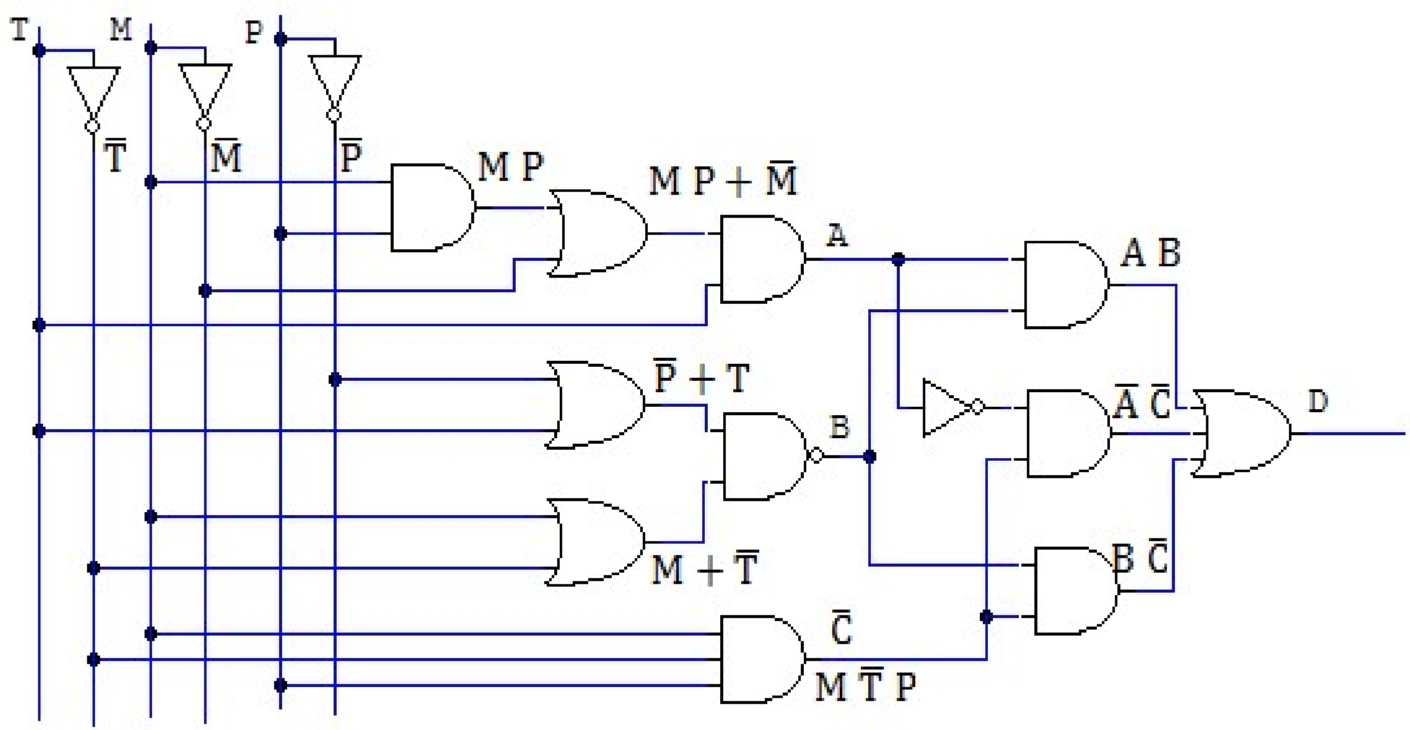
C está en contra $\overline{C}$ si es antes del mediodía (M), (●) hace mal tiempo ($\overline{T}$) y (●) el día del mes es par (P)
C = F3(M, T, P); $\overline{C}$ = M $\overline{T}$ P => $C = \overline{M\ \overline{T}\ P}$.

$D = A\,B + \bar{A}\,\bar{C} + B\,\bar{C}$

$A = T\,(M\,P + \bar{M})$

$\bar{B} = (\bar{P} + T)\,(M + \bar{T}) \Rightarrow B = \overline{(\bar{P} + T)\,(M + \bar{T})}$

$\bar{C} = M\,\bar{T}\,P \Rightarrow C = \overline{M\,\bar{T}\,P}$



a) Utilizar el álgebra de conmutación para resolver simplificando al máximo posible el resultado de la decisión en función de los factores ambientales, e implementarla con puertas lógicas.

$D = A\,B + \bar{A}\,\bar{C} + B\,\bar{C}$

$A = T\,(M\,P + \bar{M})$

$\bar{B} = (\bar{P} + T)\,(M + \bar{T}) \Rightarrow B = \overline{(\bar{P} + T)\,(M + \bar{T})}$

$\bar{C} = M\,\bar{T}\,P \Rightarrow C = \overline{M\,\bar{T}\,P}$

$D = \mathbf{A\,B} + \bar{\mathbf{A}}\,\bar{\mathbf{C}} + \mathbf{B}\,\bar{\mathbf{C}} = A\,B + \bar{A}\,\bar{C}$ (T8: A)

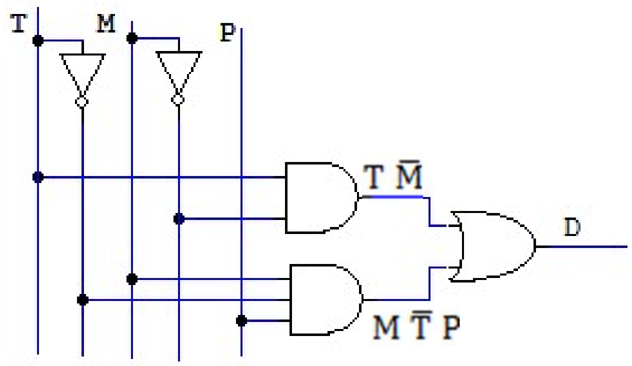
$A = T\,(\mathbf{M\,P} + \bar{\mathbf{M}}) = T\,(P + \bar{M})$ (T9)

$\bar{A} = \overline{\mathbf{T}\,(\mathbf{P} + \bar{\mathbf{M}})} = \bar{T} + \bar{P}\,M$ (T6s)

$\bar{B} = (\bar{P} + T)\,(M + \bar{T})$

$B = \overline{(\bar{\mathbf{P}} + \mathbf{T})\,(\mathbf{M} + \bar{\mathbf{T}})} = P\,\bar{T} + \bar{M}\,T$ (T6s)

$\bar{C} = M\,\bar{T}\,P$



$D = A\,B + \bar{A}\,\bar{C} =$

$= T\,(P + \bar{M})\,(P\,\bar{T} + \bar{M}\,T) + (\bar{\mathbf{T}} + \bar{\mathbf{P}}\,\mathbf{M})\,M\,\bar{\mathbf{T}}\,P =$ (T4)

$= \mathbf{T}\,(P + \bar{M})\,(\mathbf{P}\,\bar{\mathbf{T}} + \bar{\mathbf{M}}\,\mathbf{T}) + M\,\bar{T}\,P =$ (P3, T2, P5, T3, P4)

$= T\,\bar{\mathbf{M}}\,(\mathbf{P} + \bar{\mathbf{M}}) + M\,\bar{T}\,P =$ (T4)

$= T\,\bar{M} + \bar{T}\,M\,P$

b) Encontrar el resultado de la decisión usando únicamente tablas de verdad.

$D = A\,B + \overline{A}\,\overline{C} + B\,\overline{C}$

$A = T\,(M\,P + \overline{M})$

$\overline{B} = (\overline{P} + T)\,(M + \overline{T}) \Rightarrow B = \overline{(\overline{P} + T)\,(M + \overline{T})}$

$\overline{C} = M\,\overline{T}\,P \Rightarrow C = \overline{M\,\overline{T}\,P}$

T	M	P	M P	M P+ $\overline{M}$	A	T+ $\overline{P}$	$\overline{T}$ +M	B	C	AB	$\overline{A}$ $\overline{C}$	B $\overline{C}$	D
0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	**1**
1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	**1**
1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	**1**
1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0

$D = \overline{T}\,M\,P + \mathbf{T\,\overline{M}\,\overline{P}} + \mathbf{T\,\overline{M}\,P} =$ (T7)

$= \overline{T}\,M\,P + T\,\overline{M}$

6.1. La representación de números con signo puede hacerse mediante un código de dígitos con signo, en el que cada dígito binario puede tomar tres valores: +1, 0 y -1. El valor +1 añade el peso positivo en binario natural (2^i: 1, 2, 4, 8, 16, …) del dígito al valor final del número, el valor -1 añade el peso negativo, y el valor 0 no añade peso. Cada dígito Di se representa en binario por dos bits (Si Ri), y el valor del dígito Di = Si – Ri: (1 0) es +1, (0 1) es –1; (0 0) y (1 1) son 0.

Un número N en código de dígitos con signo se puede pasar a un número X en complemento-2 en tres pasos:

- Para cada dígito Di, Yi es 1, si el dígito i es +1 ó –1, y 0 si el dígito es 0.
- Para cada dígito Di, Zi se obtiene del dígito menos significativo (D0) al más significativo (Dn). Z0 = 0; para el resto de los dígitos Zi es 1 si el dígito D(i-1) toma el valor –1, si el dígito D(i-1) toma el valor +1 Zi es 0, y Zi = Z(i-1) si el dígito D(i-1) toma el valor 0.
- Xi es 1 si Yi y Zi son distintos, y Xi es 0 si Yi y Zi son iguales.

Siguiendo el enunciado, indicar las funciones lógicas que definen un circuito que realiza la conversión de código de dígitos con signo de 4 dígitos a complemento-2, e implementarlas con puertas lógicas.

Rango de valores de N (-15, +15) => X necesita 5 bits (-16 8 4 2 1)

N	8	4	2	1
Mínimo: -15	-1	-1	-1	-1
Máximo: +15	+1	+1	+1	+1

Extiendo D con un quinto dígito D4 con valor siempre 0. (00 o 11 en SR)

Cálculo de Y: Para cada dígito Di, Yi es 1, si el dígito i es +1 o –1, y 0 si el dígito es 0.

D_i	S_i	R_i	Y_i	D_i = -1	D_i = 0
0	0	0	0	0	1
-1	0	1	1	1	0
+1	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	1

$Y_i = S_i \oplus R_i$ para i de 0 a 3;
$Y_4 = 0$, ya que D_4 es 0
$(D_i = -1) = \overline{S_i}\ R_i$
$(D_i = 0) = \overline{S_i \oplus R_i} = \overline{Y_{i-1}}$

Cálculo de X: Xi es 1 si Yi y Zi son distintos, y Xi es 0 si Yi y Zi son iguales.

Y_i	Z_i	X_i
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$X_i = Y_i \oplus Z_i$ para i de 1 a 3;
$X_0 = Y_0 \oplus 0 = Y_0$, ya que Z_0 es 0
$X_4 = 0 \oplus Z_4 = Z_4$, ya que Y_4 es 0

Para cada dígito Di, Zi se obtiene del dígito menos significativo (D0) al más significativo (Dn). Z0 = 0; para el resto de los dígitos Zi es 1 si el dígito D(i-1) toma el valor –1, si el dígito D(i-1) toma el valor +1 Zi es 0, y Zi = Z(i-1) si el dígito D(i-1) toma el valor 0.

$Z_0 = 0$

Para i de 1 a 4: Zi es 1 cuando el digito D_{i-1} es -1 ($\overline{S_{i-1}}\ R_{i-1}$), o cuando D_{i-1} es 0 ($\overline{S_{i-1} \oplus R_{i-1}} = \overline{Y_{i-1}}$) y Z_{i-1} es 1.

$Z_0 = 0$

$Z_i = (D_{i-1} = -1) + (D_{i-1} = 0) \bullet Z_{i-1} \Rightarrow Z_i = \overline{S_{i-1}}\ R_{i-1} + \overline{S_{i-1} \oplus R_{i-1}} \bullet Z_{i-1}$

$Z_1 = \overline{S_0}\ R_0 + \overline{Y_0} \bullet Z_0 = \overline{S_0}\ R_0 + \overline{S_0 \oplus R_0} \bullet Z_0 =$

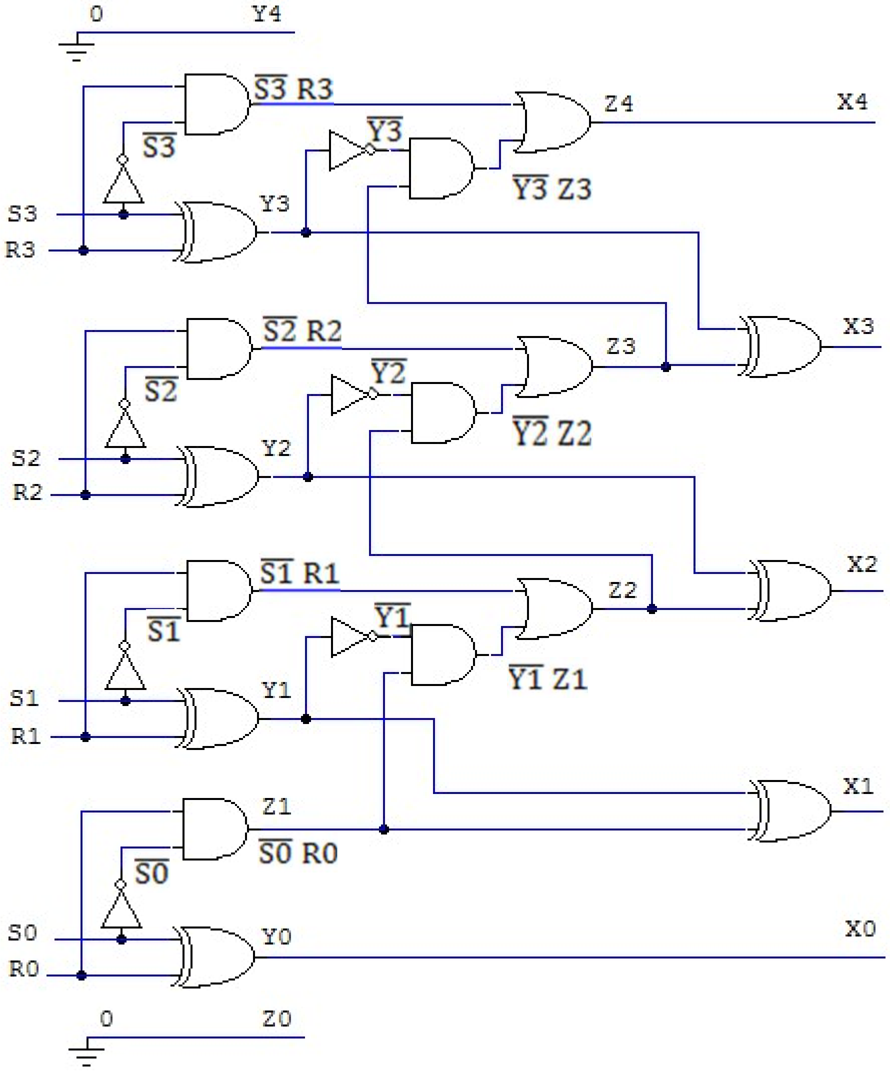
$= \overline{S_0}\ R_0 + \overline{S_0 \oplus R_0} \bullet 0 = \overline{S_0}\ R_0$

$Z_2 = \overline{S_1}\ R_1 + \overline{Y_1} \bullet Z_1 = \overline{S_1}\ R_1 + \overline{S_1 \oplus R_1} \bullet Z_1$

$Z_3 = \overline{S_2}\ R_2 + \overline{Y_2} \bullet Z_2 = \overline{S_2}\ R_2 + \overline{S_2 \oplus R_2} \bullet Z_2$

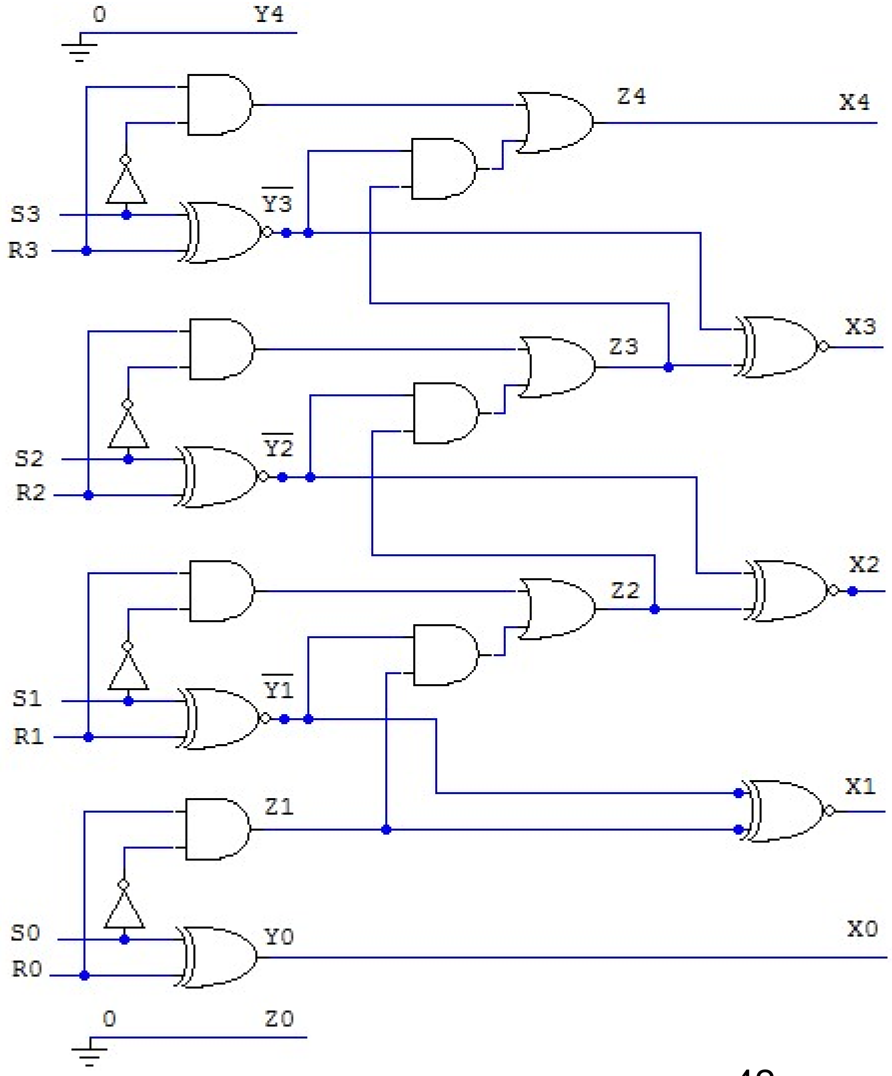
$Z_4 = \overline{S_3}\ R_3 + \overline{Y_3} \bullet Z_3 = \overline{S_3}\ R_3 + \overline{S_3 \oplus R_3} \bullet Z_3$

El circuito original queda:



Versión alternativa. Genera $\overline{Y_i}$ y usa $X_i = Y_i \oplus Z_i = \overline{\overline{Y_i} \oplus Z_i}$.

Ahorra 3 NOTs.



7.1. Se quiere diseñar un circuito que, dado un número N de 4 bits (N3 N2 N1 N0), genere como salida un número C de 4 bits (C3 C2 C1 C0) que sea el complemento a 2 de N.

El circuito debe realizar la transformación siguiendo este algoritmo: sea Nk el bit a valor 1 de N de menor índice k, entonces para cada bit i de C, $C_i = N_i$ si $i \leq k$, y $C_i = \overline{N_i}$ si $i > k$. El circuito debe diseñarse mediante un circuito formado por dos bloques B1 y B2:

B1. Lee los bits de entrada de N y genera una señal intermedia Z de 4 bits (Z3 Z2 Z1 Z0). Siguiendo el algoritmo Z_i es 0 si $i \leq k$, y Z_i es 1, si $i > k$.

B2. $C_i = N_i$ si Z_i es 0; $C_i = \overline{N_i}$, si $Z_i = 1$.

Mostrar en tablas de verdad la operación de los bloques B1 y B2, encontrar las ecuaciones lógicas reducidas que permiten definir sus salidas, y diseñar el circuito utilizando puertas lógicas de dos entradas.

B1. Lee los bits de entrada de N y genera una señal intermedia Z de 4 bits (Z3 Z2 Z1 Z0). Siguiendo el algoritmo, sea Nk el bit a valor 1 de N de menor índice k, Zi es 0 si i ≤ k, y Zi es 1, si i > k.

Función	**N3**	**N2**	**N1**	**N0**	**Z3**	**Z2**	**Z1**	**Z0**
$\overline{N3}\,\overline{N2}\,\overline{N1}\,\overline{N0}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$N3\,\overline{N2}\,\overline{N1}\,\overline{N0}$	1	0	0	0	0	0	0	0
$N2\,\overline{N1}\,\overline{N0}$	X	1	0	0	1	0	0	0
$N1\,\overline{N0}$	X	X	1	0	1	1	0	0
$N0$	X	X	X	1	1	1	1	0

$Z0 = 0$

$Z1 = N0$

$Z2 = N0 + N1\,\overline{N0} = N0 + N1$ (T9)

$Z3 = N0 + N1\,\overline{N0} + N2\,\overline{N1}\,\overline{N0} =$ (T9)

$= N0 + N1 + N2\,\overline{N1} =$ (T9)

$= N0 + N1 + N2 = Z2 + N2$

B2. $C_i = N_i$ si Z_i es 0; $C_i = \overline{N_i}$, si $Z_i = 1$.

Zi	Ni	Ci
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

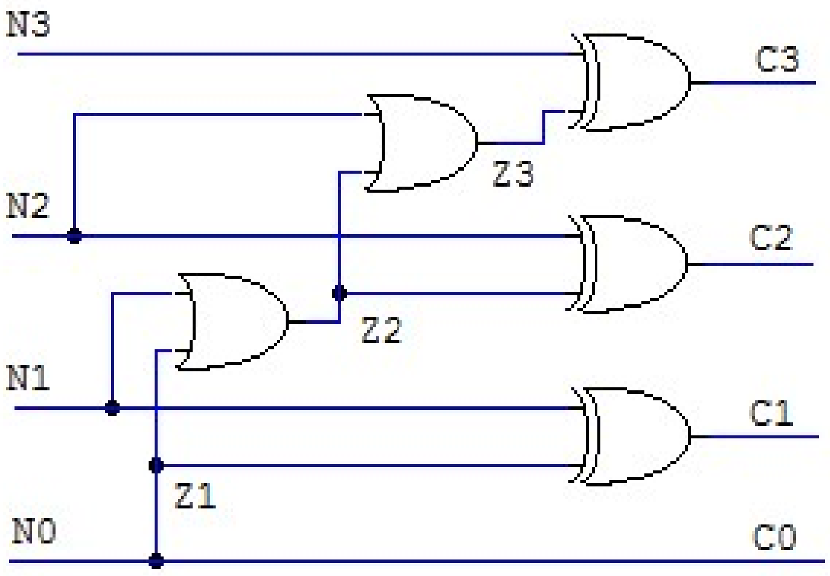
$C_i = N_i \oplus Z_i$

$Z0 = 0$, $C0 = N0 \oplus 0 = N0$

$Z0 = 0$
$Z1 = N0$
$Z2 = N0 + N1$
$Z3 = Z2 + N2$

$C0 = N0$
$C1 = N1 \oplus Z1$
$C2 = N2 \oplus Z2$
$C3 = N3 \oplus Z3$

El circuito queda:



8.1. Encontrar las formas canónicas SOP y POS de las siguientes funciones lógicas:

a) $F(A, B, C) = \sum(0, 5, 6, 7)$

b) $F(A, B, C) = \sum(2, 3, 4, 6, 7)$

c) $F(A, B, C) = \prod(1, 2, 4, 5, 6, 7)$

d) $F(A, B, C, D) = \sum(3, 4, 6, 7, 9, 11, 12, 14, 15)$

e) $F(A, B, C, D) = \sum(0, 2, 3, 5, 7, 8, 12, 13)$

f) $F(A, B, C, D) = \prod(1, 2, 4, 5, 6, 7, 12, 15)$

g) $F(A, B, C, D) = \sum(0, 4, 5, 8, 9, 10, 13, 14, 15)$

Funciones de 3 entradas

A	B	C	Decimal	SOP	POS
0	0	0	0	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$	$A + B + C$
0	0	1	1	$\overline{A}\,\overline{B}\,C$	$A + B + \overline{C}$
0	1	0	2	$\overline{A}\,B\,\overline{C}$	$A + \overline{B} + C$
0	1	1	3	$\overline{A}\,B\,C$	$A + \overline{B} + \overline{C}$
1	0	0	4	$A\,\overline{B}\,\overline{C}$	$\overline{A} + B + C$
1	0	1	5	$A\,\overline{B}\,C$	$\overline{A} + B + \overline{C}$
1	1	0	6	$A\,B\,\overline{C}$	$\overline{A} + \overline{B} + C$
1	1	1	7	$A\,B\,C$	$\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$

a) $F(A, B, C) = \sum(0, 5, 6, 7) = \prod(1, 2, 3, 4)$

$F(A, B, C) = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + A\,\overline{B}\,C + A\,B\,\overline{C} + A\,B\,C =$

$= (A + B + \overline{C})\,(A + \overline{B} + C)\,(A + \overline{B} + \overline{C})\,(\overline{A} + B + C)$

b) $F(A, B, C) = \sum(2, 3, 4, 6, 7) = \prod(0, 1, 5)$

$F(A, B, C) = \overline{A}\,B\,\overline{C} + \overline{A}\,B\,C + A\,\overline{B}\,\overline{C} + A\,B\,\overline{C} + A\,B\,C =$

$= (A + B + C)\,(A + B + \overline{C})\,(\overline{A} + B + \overline{C})$

c) $F(A, B, C) = \prod(1, 2, 4, 5, 6, 7) = \sum(0, 3)$

$F(A, B, C) = (A + B + \overline{C})\,(A + \overline{B} + C)\,(\overline{A} + B + C)\,(\overline{A} + B + \overline{C})\,(\overline{A} + \overline{B} + C)$
$(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}) = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,B\,C$

Funciones de 4 entradas

A	B	C	D	Decimal	SOP	POS
0	0	0	0	0	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$	$A+B+C+D$
0	0	0	1	1	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,D$	$A+B+C+\overline{D}$
0	0	1	0	2	$\overline{A}\,\overline{B}\,C\,\overline{D}$	$A+B+\overline{C}+D$
0	0	1	1	3	$\overline{A}\,\overline{B}\,C\,D$	$A+B+\overline{C}+\overline{D}$
0	1	0	0	4	$\overline{A}\,B\,\overline{C}\,\overline{D}$	$A+\overline{B}+C+D$
0	1	0	1	5	$\overline{A}\,B\,\overline{C}\,D$	$A+\overline{B}+C+\overline{D}$
0	1	1	0	6	$\overline{A}\,B\,C\,\overline{D}$	$A+\overline{B}+\overline{C}+D$
0	1	1	1	7	$\overline{A}\,B\,C\,D$	$A+\overline{B}+\overline{C}+\overline{D}$
1	0	0	0	8	$A\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$	$\overline{A}+B+C+D$
1	0	0	1	9	$A\,\overline{B}\,\overline{C}\,D$	$\overline{A}+B+C+\overline{D}$
1	0	1	0	10	$A\,\overline{B}\,C\,\overline{D}$	$\overline{A}+B+\overline{C}+D$
1	0	1	1	11	$A\,\overline{B}\,C\,D$	$\overline{A}+B+\overline{C}+\overline{D}$
1	1	0	0	12	$A\,B\,\overline{C}\,\overline{D}$	$\overline{A}+\overline{B}+C+D$
1	1	0	1	13	$A\,B\,\overline{C}\,D$	$\overline{A}+\overline{B}+C+\overline{D}$
1	1	1	0	14	$A\,B\,C\,\overline{D}$	$\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+D$
1	1	1	1	15	$A\,B\,C\,D$	$\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+\overline{D}$

d) $F(A, B, C, D) = \sum(3, 4, 6, 7, 9, 11, 12, 14, 15) = \prod(0, 1, 2, 5, 8, 10, 13)$

$F(A, B, C, D) = \overline{A}\,\overline{B}\,C\,D + \overline{A}\,B\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,B\,C\,\overline{D} + \overline{A}\,B\,C\,D + A\,\overline{B}\,\overline{C}\,D + A\,\overline{B}\,C\,D +$
$+ A\,B\,\overline{C}\,\overline{D} + A\,B\,C\,\overline{D} + A\,B\,C\,D = (A+B+C+D)\,(A+B+C+\overline{D})$
$(A+B+\overline{C}+D)\,(A+\overline{B}+C+\overline{D})\,(\overline{A}+B+C+D)\,(\overline{A}+B+\overline{C}+D)$
$(\overline{A}+\overline{B}+C+\overline{D})$

e) $F(A, B, C, D) = \sum(0, 2, 3, 5, 7, 8, 12, 13) = \prod(1, 4, 6, 9, 10, 11, 14, 15)$

$F(A, B, C, D) = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,C\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,C\,D + \overline{A}\,B\,\overline{C}\,D + \overline{A}\,B\,C\,D + A\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + A\,B\,\overline{C}\,\overline{D} + A\,B\,\overline{C}\,D = (A + B + C + \overline{D})\,(A + \overline{B} + C + D)\,(A + \overline{B} + \overline{C} + D)\,(\overline{A} + B + C + \overline{D})\,(\overline{A} + B + \overline{C} + D)\,(\overline{A} + B + \overline{C} + \overline{D})\,(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + D)\,(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D})$

f) $F(A, B, C, D) = \prod(1, 2, 4, 5, 6, 7, 12, 15) = \sum(0, 3, 7, 8, 9, 10, 11, 14)$

$F(A, B, C, D) = (A + B + C + \overline{D})\,(A + B + \overline{C} + D)\,(A + \overline{B} + C + D)\,(A + \overline{B} + C + \overline{D})\,(A + \overline{B} + \overline{C} + D)\,(A + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D})\,(\overline{A} + \overline{B} + C + D)\,(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D}) = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,C\,D + \overline{A}\,B\,C\,D + A\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + A\,\overline{B}\,\overline{C}\,D + A\,\overline{B}\,C\,\overline{D} + A\,\overline{B}\,C\,D + A\,B\,C\,\overline{D}$

g) $F(A, B, C, D) = \sum(0, 4, 5, 8, 9, 10, 13, 14, 15) = \prod(1, 2, 3, 6, 7, 11, 12)$

$F(A, B, C, D) = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,B\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,B\,\overline{C}\,D + A\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + A\,\overline{B}\,\overline{C}\,D + A\,\overline{B}\,C\,\overline{D} + A\,B\,\overline{C}\,D + A\,B\,C\,\overline{D} + A\,B\,C\,D = (A + B + C + \overline{D})\,(A + B + \overline{C} + D)\,(A + B + \overline{C} + \overline{D})\,(A + \overline{B} + \overline{C} + D)\,(A + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D})\,(\overline{A} + B + \overline{C} + \overline{D})\,(\overline{A} + \overline{B} + C + D)$

9.1. Encontrar las tablas de verdad y las funciones lógicas en notación decimal de los siguientes enunciados:

a) Se quiere obtener si un número está en unos intervalos dados, produciendo 1 lógico en los intervalos [2, 4] y [6, 8], y 0 lógico en los intervalos [0] y [9, 13]. Dichos números están codificados mediante el código Gray.

b) Se quiere calcular cuando, para dos números binarios A y B de dos bits, el resultado de la operación A/B + B/A es entero. Los resultados sólo tienen importancia cuando la operación matemática no es indeterminada.

c) Se quiere obtener en Z (Z1Z0) el valor máximo de en binario de dos números A (A1A0) y B (B1B0) binarios de 2 bits, sabiendo que la suma de A y B no puede ser 3.

a) Se quiere obtener si un número está en unos intervalos dados, produciendo 1 lógico en los intervalos [2, 4] y [6, 8], y 0 lógico en los intervalos [0] y [9, 13]. Dichos números están codificados mediante el código Gray.

Decimal	G3	G2	G1	G0	Gray	Z
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	ϕ
2	0	0	1	0	3	1
3	0	0	1	1	2	1
4	0	1	0	0	7	1
5	0	1	0	1	6	1
6	0	1	1	0	4	1
7	0	1	1	1	5	ϕ
8	1	0	0	0	15	ϕ
9	1	0	0	1	14	ϕ
10	1	0	1	0	12	0
11	1	0	1	1	13	0
12	1	1	0	0	8	1
13	1	1	0	1	9	0
14	1	1	1	0	11	0
15	1	1	1	1	10	0

$$Z = F(G3, G2, G1, G0) = \sum(2, 3, 4, 5, 6, 12) + \sum_{\phi}(1, 7, 8, 9) =$$
$$= \prod(0, 10, 11, 13, 14, 15) \bullet \prod_{\phi}(1, 7, 8, 9)$$

b) Se quiere calcular cuando, para dos números binarios A y B de dos bits, el resultado de la operación A/B + B/A es entero. Los resultados sólo tienen importancia cuando la operación matemática no es indeterminada.

Decimal	A1	A0	B1	B0	A	B	Valor	Z
0	0	0	0	0	0	0	-	ϕ
1	0	0	0	1	0	1	-	ϕ
2	0	0	1	0	0	2	-	ϕ
3	0	0	1	1	0	3	-	ϕ
4	0	1	0	0	1	0	-	ϕ
5	0	1	0	1	1	1	2	1
6	0	1	1	0	1	2	2.5	0
7	0	1	1	1	1	3	3.33	0
8	1	0	0	0	2	0	-	ϕ
9	1	0	0	1	2	1	2.5	0
10	1	0	1	0	2	2	2	1
11	1	0	1	1	2	3	2.17	0
12	1	1	0	0	3	0	-	ϕ
13	1	1	0	1	3	1	3.33	0
14	1	1	1	0	3	2	2.17	0
15	1	1	1	1	3	3	2	1

$$Z = F(A1, A0, B1, B0) = \sum(5, 10, 15) + \sum_{\phi}(0, 1, 2, 3, 4, 8, 12) =$$
$$= \prod(6, 7, 9, 11, 13, 14) \bullet \prod_{\phi}(0, 1, 2, 3, 4, 8, 12)$$

c) Se quiere obtener en Z (Z1Z0) el valor máximo de en binario de dos números A (A1A0) y B (B1B0) binarios de 2 bits, sabiendo que la suma de A y B no puede ser 3.

Decimal	A1	A0	B1	B0	A	B	A+B	MAX	Z1	Z0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1
2	0	0	1	0	0	2	2	2	1	0
3	0	0	1	1	0	3	3	-	ϕ	ϕ
4	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1
5	0	1	0	1	1	1	2	1	0	1
6	0	1	1	0	1	2	3	-	ϕ	ϕ
7	0	1	1	1	1	3	4	3	1	1
8	1	0	0	0	2	0	2	2	1	0
9	1	0	0	1	2	1	3	-	ϕ	ϕ
10	1	0	1	0	2	2	4	2	1	0
11	1	0	1	1	2	3	5	3	1	1
12	1	1	0	0	3	0	3	-	ϕ	ϕ
13	1	1	0	1	3	1	4	3	1	1
14	1	1	1	0	3	2	5	3	1	1
15	1	1	1	1	3	3	6	3	1	1

$Z1 = F(A1, A0, B1, B0) = \sum(2, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 15) + \sum_{\phi}(3, 6, 9, 12) =$
$= \prod(0, 1, 4, 5) \bullet \prod_{\phi}(3, 6, 9, 12)$
$Z0 = F(A1, A0, B1, B0) = \sum(1, 4, 5, 7, 11, 13, 14, 15) + \sum_{\phi}(3, 6, 9, 12) =$
$= \prod(0, 2, 8, 10) \bullet \prod_{\phi}(3, 6, 9, 12)$