Tema I (Guía docente)

La medida en la Física. Modelo y experimento.

Sistemas de unidades. Conversión de unidades.

Notación científica. Órdenes de magnitud.

Estimaciones.

Dimensiones de las magnitudes físicas.

Análisis dimensional.

Incertidumbre y cifras significativas.

Registro de medidas experimentales: tablas y gráficos.

Determinación y propagación de errores.

Elaboración de un informe sobre un trabajo experimental.

☞ Estudio Tema I (Capítulo 1 de ***Física*, Tipler-Mosca** 6ª ed (2010) o de ***Física*, Bauer-Westfall** 1ª ed (2011); **estas notas** que se encuentran en el aula virtual o en http://personales.unican.es/lopezqm/FBE , ***Laboratorio de Física*, Hidalgo et al.**)

☞ Lectura **Investigación y Ciencia** Feb. 2007, Un nuevo kilogramo. Nov. 2002, El tiempo. Abril 2016, los límites del método científico.

☞ Resolver **Ejercicios propuestos**

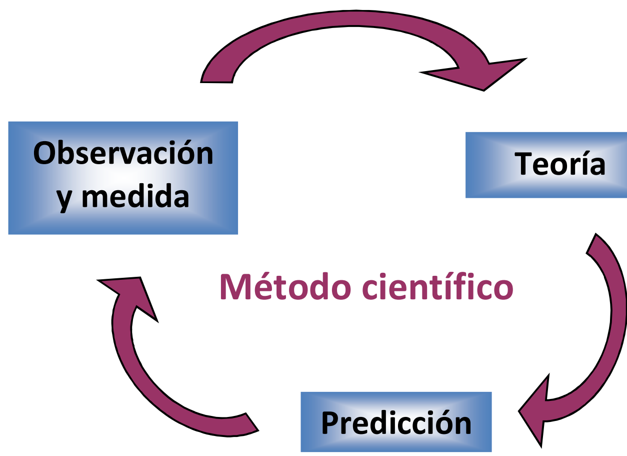
1 La medida en Física.

¿Por qué medimos?

Medir es importante para todos nosotros. Forma parte de nuestra manera de vivir cada día. Necesitamos conocer el valor de cantidades que manejamos: pesos, distancias, tiempos…

En Física este concepto es ineludible. La física se ocupa de describir y entender la naturaleza y la medición es una de sus herramientas fundamentales para hacerlo de forma objetiva. Es el medio de contrastar una teoría.

Modelo (teoría) ⟷ Experimento (observación)



Elaborar/contrastar una teoría física requiere la experimentación. En el laboratorio, ponemos a prueba la naturaleza y podemos controlar las condiciones en las que la dejamos actuar. De la observación de su respuesta (**realizando medidas**) inferimos su comportamiento sistemático y extraemos leyes de conducta que constituyen una teoría.

Una buena teoría sobre un suceso natural sirve para comprenderlo y para utilizarlo según nuestras necesidades. Además, debe tener capacidad de predicción.

Ejemplos de (grandes) buenas teorías:

Teoría de la gravitación s. XVII→predicción del movimiento de cometas, asteroides…
descubrimiento de objetos celestes, acceso a otros mundos…

Teoría de las ondas electromagnéticas s. XIX →
utilización de la energía eléctrica
creación de un teléfono, una televisión, una video-conferencia…

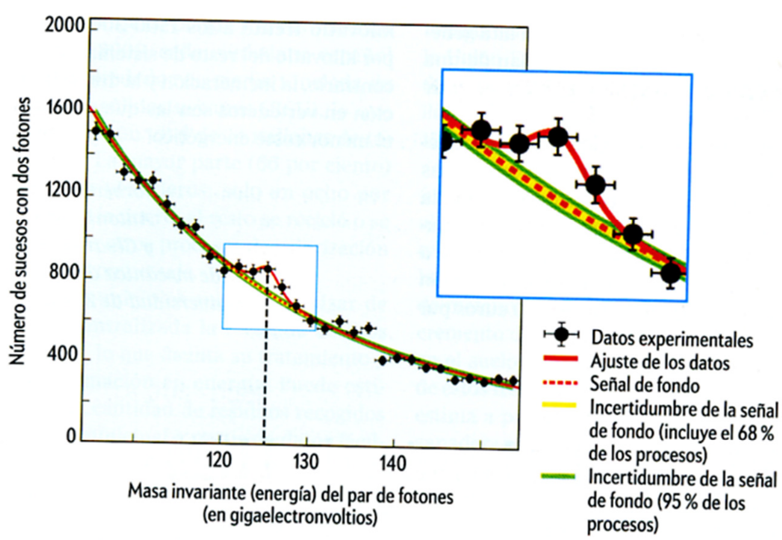
Teoría de la mecánica cuántica s. XX → móviles, lectores de DVD's …

Modelos: Idealización y realidad

Experimentar es crear una situación **ideal** que exige el diseño de un <u>dispositivo experimental</u> y su cuidada utilización para resaltar lo que interesa, eliminar lo que enmascara y, así, simplificar el estudio del suceso natural, del cual se debe tener un **modelo** previo.

Ejemplo: El 4 de Julio de 2012, los físicos del CERN, laboratorio europeo de física de partículas, anunciaron el descubrimiento, posteriormente afianzado, del tan buscado **boson de Higgs**, una perturbación del **campo de Higss** que se postuló, 50 años antes, como **mecanismo generador de la masa**. El último requerimiento del modelo estándar.

De esos 50 años, 30 se han dedicado a diseñar, desarrollar y construir el dispositivo experimental LHC y los grandes detectores que, operados por más de 5000 científicos, han hecho posible este descubrimiento.



☞ **Habilidades**, además de aprender a medir, de manejar un dispositivo experimental, de ilustrar alguna teoría sencilla, en el ejercicio de la experimentación, <u>entrenamos nuestras capacidades intelectuales aún cuando nuestro trabajo futuro no llegue a desarrollarse en un laboratorio.</u>

Ejemplo: Lanzamos una pelota al aire y queremos predecir su movimiento. Disponemos de la **teoría** de Galileo sobre el movimiento de proyectiles que se aplica a un **objeto ideal**, cuya forma y tamaño no importan, y que ignora la presencia del aire. Consideramos que un “objeto puntual” que se mueve en el vacío es un **buen modelo** de la pelota que se mueve en el aire.

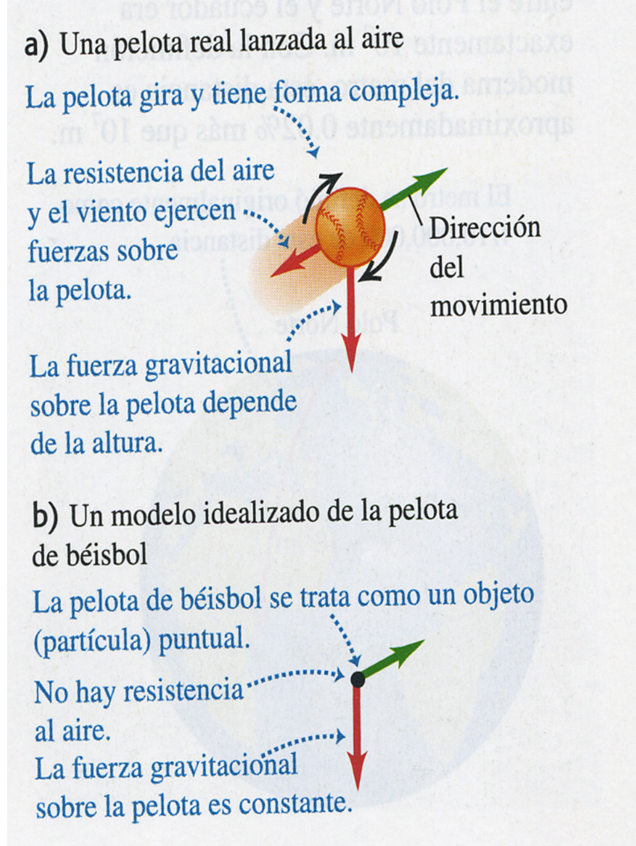
Las MATEMÁTICAS por su naturaleza manejan situaciones ideales: puntos, rectas, ecuaciones con soluciones exactas… por eso constituyen el lenguaje adecuado para describir los modelos ideales de la teoría física.

☞La *posición* de la pelota y el *tiempo* están relacionados entre sí mediante las ecuaciones cinemáticas del MUA (**teoría**).

☞**Con una regla y un reloj medimos** (**observación**)

☞Después, verificamos si las medidas cumplen dichas ecuaciones (**contraste**).

<u>El lenguaje natural de la Física lo constituyen las Matemáticas.</u>



1.2 Para simplificar el análisis de **a)** una pelota de béisbol lanzada al aire, usamos **b)** un modelo idealizado.

¿Qué es medir?

La **medición** consiste en una comparación entre dos cantidades físicas de la misma magnitud.

Patrón de medida es una cantidad de referencia estándar.

El **sistema internacional de unidades (SI)** es un conjunto de patrones de medida de las magnitudes fundamentales adoptado por la comunidad científica en 1960 con el fin de facilitar la comunicación y el intercambio de información en ella.

2 Sistemas de unidades

Unidades SI fundamentales

http://physics.nist.gov/cuu/units/

Magnitudes fundamentales	Nombre	Símbolo
Longitud	**metro**	**m**
Masa	**kilogramo**	**kg**
Tiempo	**segundo**	**s**
Intensidad de corriente eléctrica	**amperio**	**A**
Temperatura termodinámica	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

Unidad de **longitud**: metro (m)	El **metro** es la longitud de trayecto recorrido en el vacío por la luz durante un tiempo de 1/299 792 458 de segundo.
Unidad de **masa**	El **kilogramo** (kg) es igual a la masa del prototipo internacional del kilogramo
Unidad de **tiempo**	El **segundo** (s) es la duración de 9 192 631 770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133.
Unidad de **intensidad de corriente eléctrica**	El **ampere** (A) es la intensidad de una corriente constante que manteniéndose en dos conductores paralelos, rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable y situados a una distancia de un metro uno de otro en el vacío, produciría una fuerza igual a $2{\cdot}10^{-7}$ newton por metro de longitud.

Unadades SI derivadas

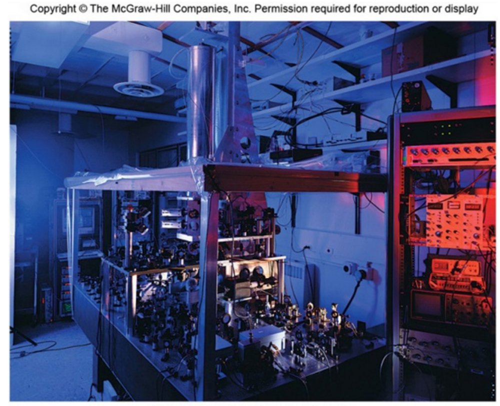
expresadas a partir de unidades fundamentales

Magnitud	**Nombre**	**Símbolo**
Fuerza	Newton = $kg.m/s^2$	N
Volumen	metro cúbico	m^3
Velocidad	metro por segundo	m/s
Energía	Joule = N.m	J
Densidad	kilogramo por metro cúbico	kg/m^3
Potencia	watio =J/s	W
Ángulo plano	radián[1] (adimensional)	rad
Aceleración angular	radián por segundo cuadrado	rad/s^2

Metrología: Es la investigación sobre medidas de precisión requerida por los avances en la comprensión de la física y en la precisión tecnológica.

Ejemplo: Los relojes atómicos tienen una precisión de 10^{-15} **(1 s en 60 millones de años)** la precisión necesaria para el Sistema de Posicionamiento Global (GPS)

Principal instituto de investigación de EE.UU.: Instituto Nacional de Estándares y Tecnología (NIST) (integrado por físicos e ingenieros)



Courtesy National Institute of Standards and Technology

[1] El **radián** (rad) es el ángulo plano comprendido entre dos radios de un círculo que, sobre la circunferencia de dicho círculo, interceptan un arco de longitud igual a la del radio.

Conversión de unidades

Ejemplo: **Densidad volumétrica del oro** $\rho = 19.3\ g/cm^3$ ¿y en kg/m^3?

$$\rho = 19.3\ \frac{g}{cm^3} \cdot \left\{\frac{1kg}{1000g}\right\} \cdot \left\{\frac{10^6 cm^3}{1m^3}\right\} = 19300\ kg/m^3$$

Cuestión 1

Una hectárea (=hectómetro cuadrado≡ hm^2) se define como $10^4\ m^2$

Un acre se define como 43560 ft^2 (Reino Unido)

Una milla (mi) equivale a 5280 ft ó 1609 m

Un terreno de 2.00 km por 4.00 km, ¿qué área tiene en hectáreas y en acres? Resp. $8.00 \times 10^2\ hm^2$; 1.98×10^3 acres

Cuestión 2:

Para convertir una cantidad de **m/s** a **km/h**, hay que

A) multiplicar por 1000 y dividir por 60.

B) multiplicar por 1000 y dividir por 3600.

C) multiplicar por 60 y dividir por 1000.

D) multiplicar por 3600 y dividir por 1000.

E) Ninguna es correcta.

¿Qué velocidad es mayor: 1 km/h o 1 m/s?

Cuestión 3: ¿Cuántos nanosegundos (ns) tarda la luz en viajar un pie (ft) en el vacío?

Cuestión 4: Supongamos que el pelo crece con una velocidad de 1/32 in/día. Expresa esta velocidad de crecimiento (W) en nm/s. Dado que la distancia entre átomos en una molécula es del orden de 0.1 nm, la respuesta sugiere con qué velocidad se ensamblan las capas de átomos en esta síntesis de proteínas.

<u>Solución</u>: 1in (pulgada) = 2.54 cm; W ~ 9.2 nm/s

$$W = \frac{1}{32}\left\{\frac{in}{dia}\right\}\left\{\frac{2.54cm}{1in}\right\}\left\{\frac{1m}{100cm}\right\}\left\{\frac{10^9 nm}{1m}\right\}\left\{\frac{1dia}{24h}\right\}\left\{\frac{1h}{60\min}\right\}\left\{\frac{1\min}{60s}\right\}$$

$= (1/32)\ (2.54/1)\ (1/100)\ (10^9/1)\ (1/24)\ (1/60)\ (1/60)$ (nm/s)

¿Es importante la conversión de unidades?

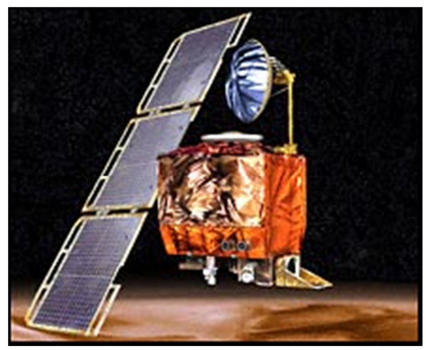
En 1999, la sonda Mars Climate Orbiter hizo un viaje a marte para investigar su atmósfera. Pero llegado un punto de acercamiento se perdió el contacto con ella. Lo que ocurrió es que orbitó a 57 km de la superficie, cuando se esperaba que lo haría a 147 km. Tan cerca, la nave se destruyó por calor o colisión con el planeta. El fracaso se debió primordialmente a un problema de conversión de unidades. Un equipo de ingenieros LMA utilizó unidades inglesas. La información recibida por la NASA interpretó que se trataba de unidades métricas (SI) como se pedía en las especificaciones de la misión. El resultado fue que se perdieron 125 millones de dólares para vergüenza de muchas personas.

Mystery of Orbiter Crash Solved

By Kathy Sawyer
Washington Post Staff Writer
Friday, October 1, 1999; Page A1

NASA's Mars Climate Orbiter was lost in space last week because engineers failed to make a simple conversion from English units to metric, an embarrassing lapse that sent the $125 million craft fatally close to the Martian surface, investigators said yesterday.

Scientists do not yet know what caused the Mars Orbiter to crash. (AP)



3 Notación científica

Las cantidades medidas se escriben como un producto:

[siendo $1 \leq$ **a (mantisa)** < 10, y **n (exponente)** un número entero positivo o negativo; **a** puede tener varias cifras significativas]: 1.61×10^{-15} años

La **notación científica** permite hacer cálculos mentales rápidos (pero a menudo aproximados), con números muy grandes o muy pequeños, porque permite considerar por separado la mantisa (los **dígitos significativos)** y el **orden de magnitud** (además del signo):

Ejemplos:

4×10^{-5} multiplicado por 3×10^{-6}: $(4x3) \times 10^{(-5-6)} = 12 \times 10^{-11} \approx 10^{-10}$
5.0×10^{8} dividido por (3.0×10^{5}): $(5.0/3.0) \times 10^{(8-5)} = 1.3 \times 10^{3}$
Suma: $4.10 \times 10^{12} + 8 \times 10^{10} = 4.10 \times 10^{12} + 0.08 \times 10^{12} = 4.18 \times 10^{12}$
Resta: $1.61 \times 10^{-15} - 8.8 \times 10^{-16} = (16.1 - 8.8) \times 10^{-16} = 7.3 \times 10^{-16}$

Órdenes de magnitud

El orden de magnitud de una cantidad expresada en notación científica $\mathbf{a}\times10^{n}$, es **n**.

Cuestión 5: Se estima que si todos los capilares del cuerpo humano se conectaran en línea recta alcanzarían una longitud de 6.4 104 km. Compara esta longitud con la circunferencia de la Tierra (RT ~ 6.4 103 km). ¿En cuántos órdenes de magnitud difieren?

¿Y la circunferencia de la Tierra y la de un átomo?

Radio Tierra= 6.371 km; Radio átomo ~ 2 10-10 m

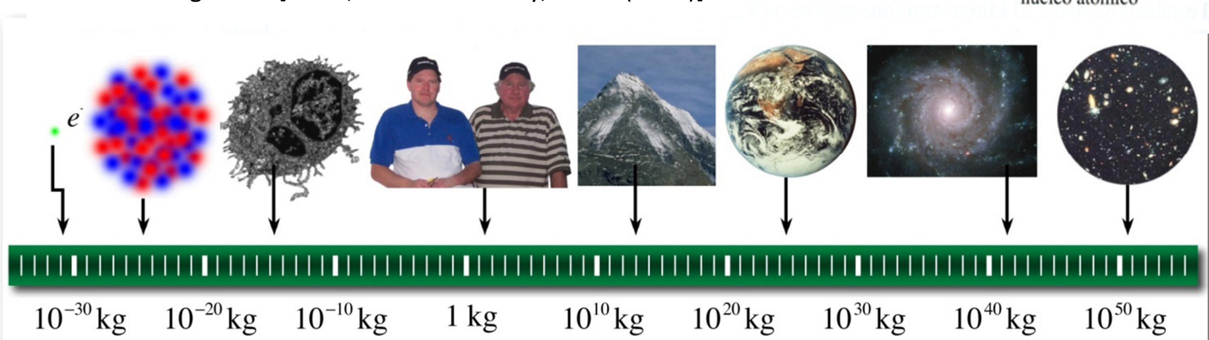
Cuestión 6: ¿De qué orden de magnitud es el número de segundos que transcurren en un mes?

A) 10^3 B) 10^8 C) 10^5 D) 10^{10} **E) $\mathbf{10^6}$**

Cuestión 7: La masa de la Tierra es 6×10^{24} kg y su radio es 4×10^{3} mi. La masa del Sol es 2×10^{33} g y su radio es 7×10^{5} km. Calcula la densidad de la Tierra dividida por la del Sol. ($\rho=m/V$)

A) 4×10^{-1} B) 4×10^{2} **C) $\mathbf{4\times10^{0}}$** D) 4×10^{1} E) ninguna de las anteriores

Escala de longitudes [Física, Sears-Zemansky, 13 ed.(2013)]



Escala de masas [*Física* Bauer-Westfall 1ª ed (2011)]

4 Estimaciones

Son cálculos aproximados. Interesa, o sólo se tiene acceso al orden de magnitud y no al valor concreto. Son muy apreciadas cuando se conoce poco o nada de algún aspecto de la naturaleza. (**experiencia en aula**)

Cuestión 8: *Un modelo y una estimación*. Una gota de aceite, que tiene 1 mm^3 de volumen, se esparce sobre el agua, formando una capa de espesor uniforme con cerca de 1000 cm^2 de área. A) Suponiendo que esa capa tenga sólo un diámetro "atómico" de espesor, ¿cuál es el valor máximo para el orden de magnitud del radio "atómico"? En estas condiciones, ¿cuántos "átomos" habría en la gota de aceite? Considera los "átomos" como esferas yuxtapuestas.

5 Dimensiones de las magnitudes físicas

Dimensiones fundamentales

[tiempo]≡ T

[longitud]≡ L

[masa]≡ M

Análisis dimensional

Toda ecuación o **ley física** debe ser **homogénea**, es decir, dimensionalmente correcta

[1^{er} miembro] = [2º miembro]

Dimensión derivada

La velocidad *v* es una magnitud física derivada

$$\boxed{v = s/t \rightarrow [v]=[s/t]=[s]/[t]= \mathrm{L/T= L\ T^{-1}}}$$

Cuestión 9: Determina la *ecuación de dimensiones*, A) de la constante de Gravitación universal G que interviene en la ley de Newton F = G M M'/ r^2, B) de la constante de Coulomb k que interviene en la ley de Coulomb F = k q q'/ r^2, C) del número π D) del seno de un ángulo. Para los apartados C y D, busca la respuesta a partir de la definición de número π y de seno de un ángulo, respectivamente:

- (**pi**) es la relación entre la longitud de una circunferencia y la longitud de su diámetro, en geometría euclidiana.
- En trigonometría, el seno de un ángulo α en un triángulo rectángulo se define como la razón entre dos longitudes, la del cateto opuesto al ángulo y la de la hipotenusa.

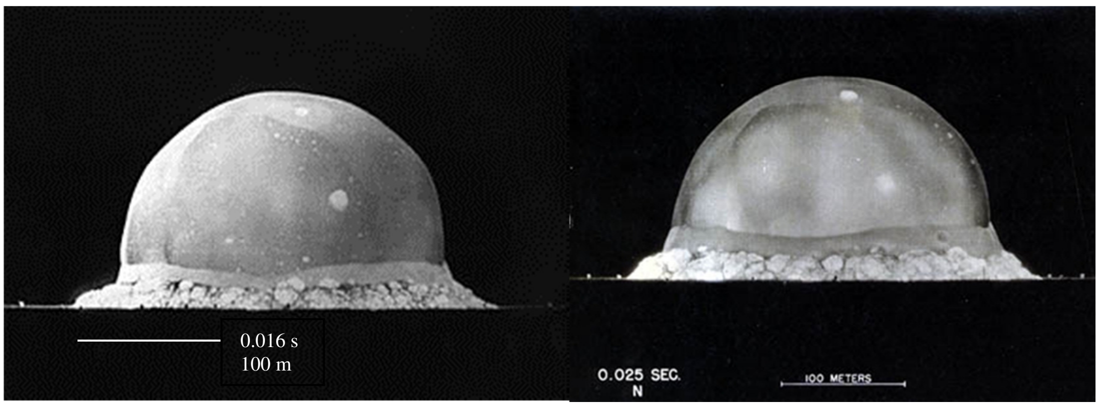
6 Análisis dimensional

a)Nos permite descartar resultados erróneos.

$$¿v= \omega .r \; ; \; \omega =v.r \; ; \; T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}; \; T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{l}} \; ?$$

b)Nos permite encontrar respuestas certeras sin apenas realizar cálculos

Bola de fuego de la detonación de Trinity. La primera detonación de una bomba nuclear.



Investigación y Ciencia Mayo 2014, pg.88.

$R \propto t^{\alpha} E^{\beta} \rho^{\gamma}$

c)Nos puede permitir incluso ¡¡¡ demostrar el teorema de Pitágoras!!!

(Investigación y Ciencia , Mayo 2014)

d)Un sencillo análisis dimensional puede promover la realización de un experimento!!!

Ejemplo: Quiero responder la pregunta:

Si dejo caer una manzana desde una cierta altura h_1, tarda un cierto tiempo t_1 en caer. Si, por ejemplo, duplico la altura $h_2=2h_1$ ¿qué pasará con el tiempo t_2 que tarda la manzana en caer?

El tiempo que tarda debe crecer al aumentar la **altura h** $\quad t \propto h^{\alpha}$

más altura → más tiempo ¡Completamente razonable!

El tiempo que tarda parece que disminuye al aumentar la **masa m** $\quad t \propto m^{\beta}$

Más masa → menos tiempo, ¡ parece razonable!

También parece que el tiempo que tarda dependerá de **la gravedad g**, de la atracción gravitacional de la Tierra. Así que $t \propto g^{\gamma}$

No conozco α, ni β, ni tampoco γ. De momento, ignoro la presencia del aire.

Ahora, podemos hacer un análisis dimensional
A la izquierda tenemos un tiempo [t]
En el lado derecho también hay que tener tiempo [t].
Es decir, la ecuación que construyamos tiene que ser homogénea.
Así, las dimensiones de la izquierda y la derecha tienen que ser iguales.

$$t \propto h^{\alpha} m^{\beta} g^{\gamma}$$

$$[t] = [h^{\alpha} m^{\beta} g^{\gamma}] = [h]^{\alpha} [m]^{\beta} [g]^{\gamma} \Rightarrow$$

$$T = L^{\alpha} M^{\beta} (L^{\gamma} / T^{2\gamma}) \Rightarrow \alpha+\gamma=0; \beta=0; -2\gamma=1$$

$$\beta=0; \quad \gamma=-1/2; \quad \alpha=-\gamma=1/2;$$

Concluyo que el tiempo que tarda un objeto en caída libre es

$$t \propto h^{1/2} m^{0} g^{-1/2}$$

$$t = C (h/g)^{1/2} \Rightarrow t_2/t_1 = (h_2 / h_1)^{1/2}$$

C es una constante adimensional desconocida

Con este análisis dimensional no puedo predecir cuánto tiempo tardará la manzana en caer porque no conozco la constante adimensional. Pero sí puedo comparar los tiempos relativos a dos alturas diferentes.

Me puede caer una manzana de ocho metros y otra de dos metros. Lo que sí puedo decir es que la que cae desde ocho metros tarda el doble en llegar al suelo que la que cae desde dos metros. La relación entre los tiempos que dura la caída deberá ser $t_2/t_1 = (8/2)^{1/2} = 2/1$, es decir, de 2 a 1. ¡Esto ya es mucha información!

¡¡Ya se puede hacer una prueba experimental!!

Dejar caer un objeto desde dos alturas y comparar los tiempos, estimar el error de medida y comparar el resultado experimental obtenido con el resultado teórico esperado.

Generalización: $y=f(x_1 .... x_n)$

$$y \propto x_1^{\beta_1} \ldots\ldots\ldots x_n^{\beta_n}$$

$$[y]=[x_1^{\beta_1} \ldots\ldots\ldots x_n^{\beta_n}]$$ unidad

$$y = C x_1^{\beta_1} \ldots\ldots\ldots x_n^{\beta_n}$$

Cuestión 10: Un satélite de masa *m* viaja en una órbita circular justo por encima de la superficie terrestre. ¿Qué podemos decir de su velocidad utilizando el análisis dimensional?

Las magnitudes que pueden intervenir son masa *m*, gravedad [2] *g* y radio *R* de la órbita. Resp.: $v=C(gR)^{1/2}$

Ejercicio: La posición *x* de una partícula cuando se mueve con una aceleración uniforme es una función del tiempo *t* transcurrido y de la aceleración *a*. Supongamos que describimos esta posición como

$$x = k a^m t^n,$$

donde *k* es una constante adimensional. Obtén, mediante el análisis dimensional *m* y *n*. ¿Puede este análisis proporcionar el valor de *k*?

7 Incertidumbre y cifras significativas. El error de medida

SIEMPRE una cantidad física medida está ACOTADA dentro de un intervalo de incertidumbre: **el error de medida**. Para no perder información de la medida, ni retener información falsa, la medida se escribe justamente con sus **cifras significativas.**

Debido a las limitaciones del experimentador, del aparato de medida, del método de medida, o la propia naturaleza de lo que se quiere medir, las medidas no constituyen cantidades exactas, sino sólo aproximadas al valor verdadero que siempre es desconocido. El error acota la región en la que está el verdadero valor. Se escribe con una cifra significativa.

[2] La masa de la Tierra M_T y la constante de gravitación G que podrían intervenir en el problema están contempladas ya en la gravedad g (recordar que $mg= G\, m\, M_T/R^2$).

☞ Estimación del error asociado a una sola medida

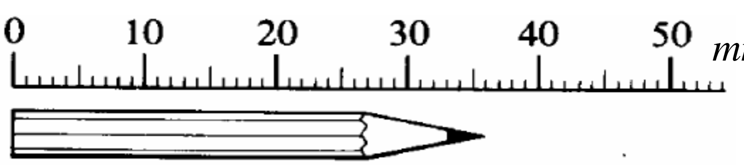
A una sola medida obtenida directamente de una lectura sobre la escala de un instrumento de medida se le asocia la **sensibilidad** (o **precisión del instrumento)** que éste posee, es decir, la cantidad más pequeña que es capaz de apreciar de la magnitud que mide.

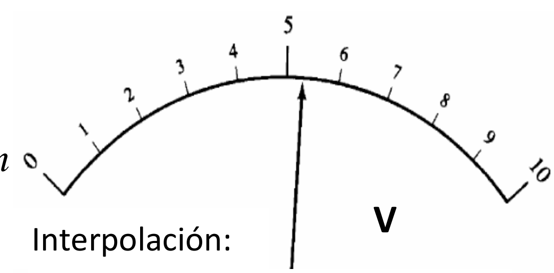
Ejemplo: Medida de la estatura de una persona (se ha utilizado una regla graduada en cms y se ha realizado una única medida): L= 1.87 m
El significado de esta medida es que 1.86 m ≤ L ≤ 1.88 m y se expresa así

L= (1.87 ± 0.01) m

La precisión de la regla es 1cm y se considera una estimación del error de la medida.

Ejemplo: ¿Cuánto mide el lápiz?





¿Cuánto mide el voltaje?

¿Cuál es la lectura de la balanza?

El lápiz mide l= (36 ± 1) mm ;
La lectura del voltaje es V = (5.5±0.5) V con interpolación visual.
La lectura de la balanza es M= (1.69 ± 0.01) kg;

☞Estimación del error asociado a varias medidas repetidas (medidas directas)

Si se repite n veces una medida (x_1................. x_n), se elige como *mejor valor* el valor *promedio* (la *media aritmética* de los resultados obtenidos) $\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i/n$ y una estimación del intervalo de error es la **discrepancia máx.** (D = valor máx – valor mín) entre las medidas. Este intervalo se toma centrado en el *valor medio*

$$\bar{x} \pm D/2$$

Una mejor manera de estimar el error es tomar, en lugar de la discrepancia, la **desviación estándar** de los resultados obtenidos, es decir, la raíz cuadrada del promedio del cuadrado de las desviaciones d_i de cada medida x_i respecto de la media $\bar{x}$

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(d_i)^2} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}$$

como error de cada medida realizada $\quad x_i \pm S_x$

y asociar a la *media* el error $S_{\bar{x}} = S_x/\sqrt{N} \qquad \bar{x} \pm S_{\bar{x}}$

☞ **Ejemplo:** Tiempo t (expresado en segundos) que tarda un nadador en recorrer 100 m, medido con cronómetro que aprecia décimas de segundo:
Medidas realizadas (segundos): 58.5, 58.6, 58.4, 58.4, 58.5.

Valor promedio: $< t >$= 58.48 s

☞**Error:** Se compara D/2 y la precisión del instrumento y se elige la cota mayor: **D**= (58.6 – 58.4) =0.2 s
Sensibilidad=0.1 s
error =máx (D/2, sensibilidad)=máx(0.1 s, 0.1 s)=0.1 s
Resultado t= (58. 48 ±0.1) s
¡sólo se escriben las cifras significativas! El error estimado indica que las centésimas de segundo no se pueden apreciar y, por tanto, no se escriben.

Eso obliga a **redondear** la medida por exceso (cifra≥5) o defecto (<5)

t=(5.85 ± 0.01) × 10 s **notación científica y redondeo**

☞ **Error:** Se compara $S_{\bar{x}}$ y la precisión del instrumento y se elige la cota mayor:

$S_x = 0.08$ s ; $S_{\bar{x}} = S_x/\sqrt{N} = 0.04$ s

error =máx ($S_{\bar{x}}$, sensibilidad)=máx(0.04 s, 0.1 s)=0.1 s

Resultado t= (58. 48 ±0.1) s → **(5.85 ± 0.01) ×10 s**

En este ejemplo, las dos vías para estimar el error han conducido al mismo resultado, que viene expresado con tres cifras significativas.

Cifras significativas: son todas las cifras que escribimos en la mantisa cuando la cantidad se escribe en notación científica. El error indica la posición de la última cifra del valor promedio obtenido que tiene significado. Por eso las cifras que hubiere a la derecha de ésta se omiten.

e_{abs} = 0.1s es el **error absoluto** de la medida 58.5 s y nos da idea del tamaño del intervalo de **incertidumbre**. Tiene las mismas unidades que la medida. Cuanto más pequeño, mejor determinada está la medida.

e_r = (0.1/58.5) × 100 = 0.17 % es el **error relativo**, es decir, es el cociente entre el error absoluto y la cantidad medida. También se llama **error fraccional**. Es adimensional. Mide la calidad de la medida. Es la **precisión** de la medida. La **precisión** suele expresarse en %.

☞ **Resumen:**

1ª fuente de error: aparato de medida e_a

2ª fuente de error: múltiples causas aleatorias $S_{\bar{x}}$

ΔA = máx (e_a, $S_{\bar{x}}$) **A = <A> ± máx (e_a, $S_{\bar{x}}$)**

☞ **Ejemplo:** ¿están bien expresadas las medidas de la Tabla 1?

$\Omega_b h^2$	$0.002267^{+0.000058}_{-0.000059}$
$\Omega_c h^2$	0.1131 ± 0.0034
Ω_Λ	0.726 ± 0.015
n_s	0.960 ± 0.013
τ	0.084 ± 0.016
σ_8	0.812 ± 0.026

Tabla 1. Valores de los parámetros cosmológicos obtenidos a partir de los datos combinados de 5 años de observación de WMAP, medidas de distancia de supernovas de tipo I y la distribución de galaxias [3]. Ω_b, Ω_c, Ω_Λ son las densidades de materia bariónica, materia oscura y energía oscura respecto a la densidad crítica (la correspondiente a un espacio euclídeo), $h \simeq 0.71$ es el parámetro de Hubble que mide la razón de expansión del universo, τ es la profundidad óptica, y n_s y σ_8 son el índice espectral y la amplitud del espectro de las fluctuaciones de la materia, respectivamente.

☞ **Ejemplo:** Rehacer la tabla 2 escribiendo las medidas con los errores absolutos eliminando las cifras que NO son significativas.

I / A	B / mT
0	0
0.040000	11.3
0.20100	43.5
0.36400	79
0.52900	113
0.86600	181

Tabla 2. Medidas experimentales del campo magnético B en el interior del solenoide en función de la intensidad de corriente i que circula por él. El error de i es ± 0.03 A y el de B de un 3%. La primera fila corresponde a circuito abierto.

☞ **Ejemplo:** Determinación del tiempo de reacción mecánica a un estímulo visual de una persona. Medidas realizadas en clase.

☞ Estimación del error asociado a medidas indirectas

Cuando una magnitud Z no se mide directamente sino que se obtiene a partir de la medida directa de otras magnitudes A, B, C… que guardan una relación con ella mediante una ecuación matemática

$Z = f(A, B, C, \ldots)$.

Entonces, la mejor estimación de Z es $Z = f(\langle A\rangle, \langle B\rangle, \langle C\rangle, \ldots)$

Si los errores de A, B, C son errores <u>aleatorios</u> e <u>independientes,</u> entonces

El error de Z es $\Delta Z = [\Delta Z_A{}^2 + \Delta Z_B{}^2 + \Delta Z_C{}^2 + \ldots]^{1/2}$

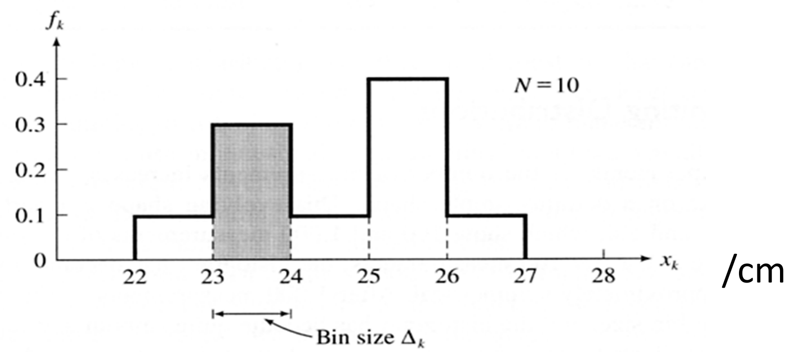
$(\Delta Z)^2 = (\Delta Z_A)^2 + (\Delta Z_B)^2 + (\Delta Z_C)^2 + \ldots$ donde $\Delta Z_A = \left(\frac{\partial f}{\partial A}\right)\Delta A$ etc.

Expresión del resultado: $\boxed{Z \pm \Delta Z \text{ (unidades)}}$

☞ **Ejemplo:** Para medir la resistencia R de un resistor, se utiliza la ley de Ohm. Se hace pasar por el resistor una corriente eléctrica. La lectura del voltímetro era (15.2±0.2) V y la lectura del amperímetro era de (2.6 ±0.1) A. ¿Cuál es la incertidumbre de R?

☞Los errores aleatorios

Para poder evaluar el error accidental, asociado a múltiples causas aleatorias, se obtiene una muestra de medidas x_i i =1,2,3…N
N puede ser 3, 5, 10, 100, 1000 medidas



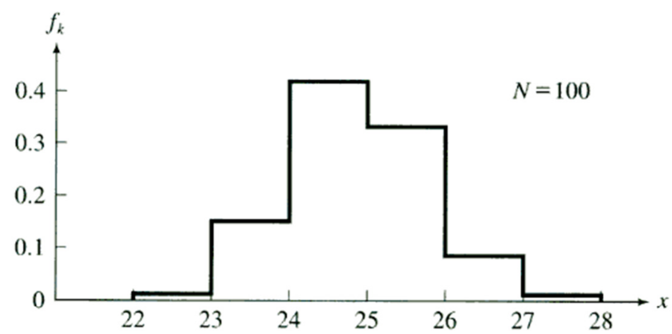


Figure 5.3. Histogram for 100 measurements of the same quantity as in Figure 5.2.

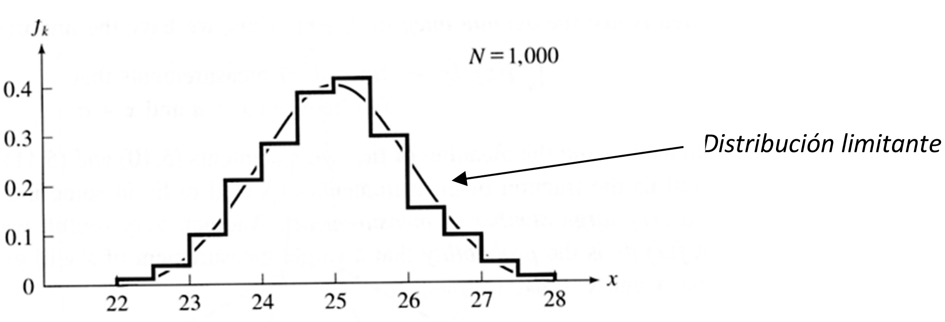
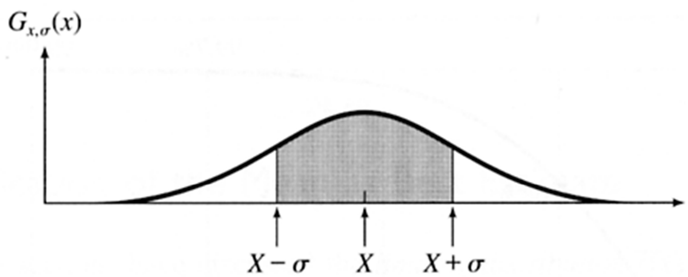


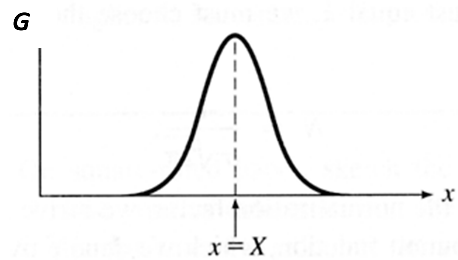
Figure 5.4. Histogram for 1,000 measurements of the same quantity as in Figure 5.3. The broken curve is the limiting distribution.

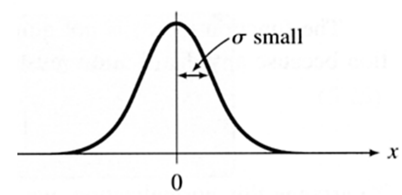
Cuando el número de medidas es suficientemente grande, $N \rightarrow \infty$, los intervalos se estrechan y la forma del histograma, la forma de **la distribución de medidas**, se suaviza y tiende a adquirir una **forma definida** simple, que llamamos *distribución limitante*.

Si el origen de los errores es aleatorio, la distribución limitante es una **distribución gaussiana**, caracterizada por un valor central X (que es el verdadero valor de la medida y que es desconocido) y un parámetro σ (que caracteriza la dispersión de la s medidas ya que coincide con la desviación estándar), de manera que en el intervalo X ±σ, la curva subtiende el 68% aprox. del área total (que es la unidad). Esa área es proporcional a la probabilidad de tener resultados en el intervalo correspondiente.

$$G_{X,\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-X)^2/2\sigma^2}$$







$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x G_{X,\sigma}(x)dx = X$$

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\bar{x})^2 G_{X,\sigma}(x)dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (x-X)^2 e^{-(x-X)^2/2\sigma^2} dx = \sigma^2$$

La media de una muestra $\bar{x} = (1/N)\sum_{i=1}^{N} x_i$ es la mejor estimación de X, $\bar{x} \approx X$, y su error aleatorio es la desviación estándar de la media σ_m, siendo $\sigma_m = \sigma/\sqrt{N}$.

S_x y $S_{\bar{x}}$ son, respectivamente, la mejor estimación de σ y σ_m, $S_x \approx \sigma$ y $S_{<x>} \approx \sigma_m$.

$$\boxed{S_{\bar{x}} = S_x/\sqrt{N}}$$

8 Registro de medidas experimentales. Tablas y gráficas

I / A (±0.03 A)	B / mT	I / A	B / mT
0 (teórico)	0 (teórico)	0	0
0.04	11.3 ±0.3	0.040000	11.3
0.20	43.5 ±1.3	0.20100	43.5
0.36	79 ± 2	0.36400	79
0.53	113 ± 3	0.52900	113
0.87	181 ± 5	0.86600	181

Tabla 2. Medidas experimentales del campo magnético B en el interior de un solenoide en función de la intensidad de corriente I que circula por él. **El error de i es ±0.03 A** y **el error de B es de ± 3%**. La primera fila corresponde a circuito abierto.

La tabla en gris ha sido corregida. La tabla en banco es correcta.

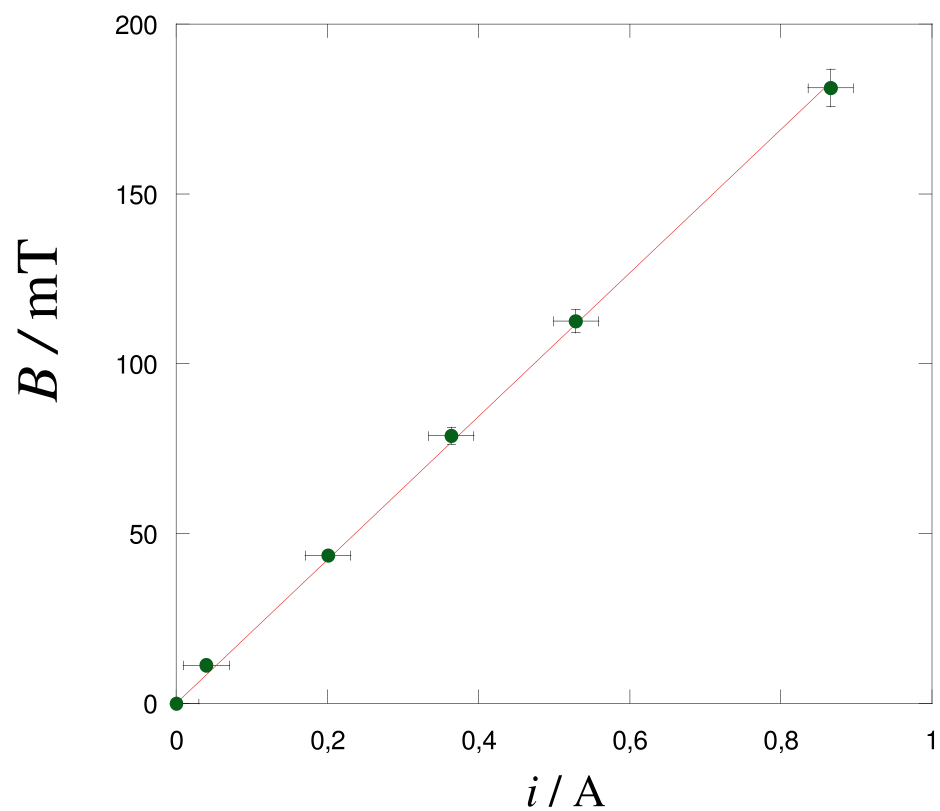


Figura 1. Valor experimental del campo magnético en el interior del solenoide en función de la intensidad de corriente que circula por él. Se ha realizado un ajuste a una recta cuya ecuación es $\boldsymbol{B} = (211.2 \pm 1.7)\, \boldsymbol{i}$ expresando la pendiente en mT/A.

9 Formato de informe

Enseñanza

Caída libre. Realidad y modelos

J. L. Hernández Pérez, J. Solá de los Santos y R. Fernández Cruz

El experimento utiliza un procedimiento basado en la fotografía digital, para medir la velocidad de caída de esferas de distintos materiales y radios, en el aire. Se comparan los valores experimentales con tres modelos teóricos y se concluye que para materiales densos (en el trabajo se cuantifican), el sencillo modelo de la caída libre es adecuado. Sin embargo para esferas de pequeña densidad, es necesario utilizar un modelo más complejo, en el que se comprueba que la resistencia al movimiento es proporcional al cuadrado de la velocidad.

1. Introducción

La Física como parte de la Ciencia se ocupa de explicar los fenómenos naturales, uno de ellos es la caída de los cuerpos en el aire. Puesto que éstos fenómenos son de por sí complejos, se prefiere trabajar con modelos que son aproximaciones de comportamientos similares a los fenómenos naturales. Para la caída en el aire consideraremos tres modelos:

Primero. Los cuerpos caen con aceleración constante de valor estándar g = 9,8 m/s². Esto supone que solamente sufren una fuerza que es su peso. De acuerdo con el modelo, la velocidad crece linealmente con el tiempo.

Segundo. Se considera que al caer un cuerpo en el aire, actúan tres fuerzas de la misma dirección y distintos sentidos, a saber, el peso, el empuje del aire y una fuerza resistente proporcional a la velocidad. El modelo conduce a que la velocidad debe alcanzar un valor límite que ocurre cuando la suma de estas fuerzas sea nula.

La ecuación diferencial del movimiento para una esfera es:

$$mg_S - 6\pi\eta r v = m\frac{dv}{dt}$$

Donde g_S es la aceleración resultante de componer el peso con el empuje que recibe del aire,

$$g_S = \frac{\text{Peso-Empuje en el aire}}{\text{masa}}$$

η el coeficiente de viscosidad del aire, r una dimensión lineal del cuerpo que con esferas es el radio.

La solución de la ecuación diferencial es [1]

$$v = \frac{mg_S}{\alpha} - e^{t\alpha/m}\left[\frac{mg}{\alpha} - v_o\right]$$

donde: $\alpha = 6\pi\eta r$, v_o velocidad inicial de la bola, m su masa y t es la variable tiempo.

Tercero. Se supone la existencia de las mismas fuerzas que en el caso anterior, pero la resistente es ahora proporcional al cuadrado de la velocidad. Al comparar estos dos modelos, deducimos que ambos predicen una velocidad límite, pero en este caso debe resultar menor que en el segundo.

La ecuación diferencial para este modelo es:

$$mg_S - \beta v^2 = m\frac{dv}{dt} \Rightarrow$$

$$mg_S - \frac{1}{2}C_W \rho S v^2 = m\frac{dv}{dt}$$

en donde C_w es un coeficiente de forma que para el caso de esferas se estima en 0,4, siempre que el número de Reynolds sea inferior a 10^5, ρ es la densidad del aire y S un factor geométrico que para esferas es su círculo máximo.

La solución de la anterior ecuación diferencial es [2]:

$$v = \sqrt{\frac{mg_S}{\beta}\left[1 - e^{-2\beta h/m}\right] + v_o^2 e^{-2\beta h/m}}$$

m es la masa de la esfera, v_o es la velocidad inicial y h es la variable altura.

La validez de un modelo debe contrastarse con los datos experimentales y esta comparación nos permitirá saber cuál de ellos es el que mejor se ajusta y en qué intervalos se puede aplicar.

2. Método experimental

Para registrar la caída de los cuerpos y deducir cómo varía la velocidad real con el tiempo se ha recurrido a la fotografía con cámara digital, técnica que describimos aquí con cierto detalle por el interés que pueda tener para el profesorado.

Las ventajas de éste método, se resumen:

1. Una copia de la fotografía se obtiene de inmediato utilizando un ordenador y una impresora.
2. La muestra obtenida se puede fotocopiar y distribuir enseguida a los alumnos o enviar por Internet.
3. La fotografía original puede ser ampliada, reducida, recortada, mejorada de calidad (contraste) e incluso, introducir en ella puntos, letras, rayas, círculos que faciliten la lectura de los datos.
4. Si previamente está montado el experimento, el tiempo entre la fotografía y la distribución de las copias es inferior a quince minutos, intervalo que está dentro de la duración de una clase.

Ahora bien, la fotografía digital requiere ciertos detalles:

- Debe existir un fuerte contrastraste de color entre el fondo (empleamos una tela negra) y el cuerpo, para lo que éste debe tener brillo metálico o estar cubierto de una capa de pintura blanca.
- La cámara ha de emplazarse a buena distancia del experimento, entre 4 ó 5 m para evitar errores de paralaje

El dispositivo experimental empleado se muestra en la Fig. 1 donde para medir el tiempo se utiliza un disco de cartón de 30 cm de diámetro, construido por los autores, que lleva incorporadas seis ventanas idénticas e igualmente espa-

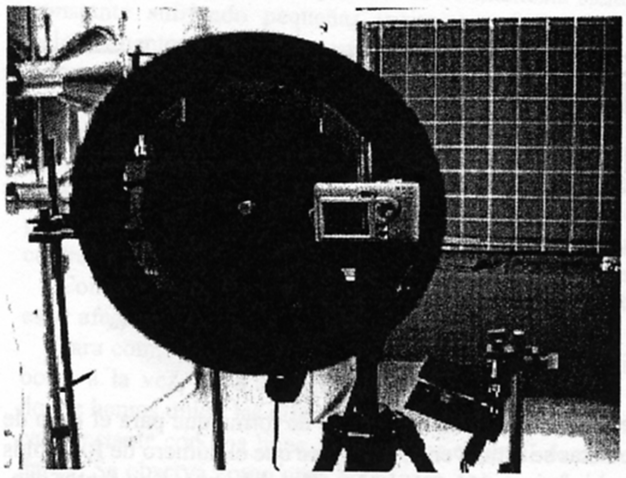


Figura 1. Fotografía del montaje experimental

ciadas angularmente. La cámara digital se sitúa muy próxima al disco, que durante la caída del cuerpo está girando con velocidad angular constante, por lo que en definitiva, obtenemos una fotografía estroboscópica, Fig. 2.

Dependiendo de la velocidad del móvil en su caída, se abren en el disco un determinado número de ventanas y se regula su velocidad angular por medio de un motor. El periodo del disco se mide con una puerta óptica que aprecia hasta el milisegundo.

Para medir la distancia recorrida por el móvil, se sitúa en el plano del movimiento una regla con dos índices separados una distancia conocida, o un dispositivo en forma de cuadrado, con cuadrículas de hilos separadas .

Resultados experimentales

Hemos utilizado esferas de distintos diámetros de los siguientes materiales: acero, goma maciza, goma con aire dentro, madera, corcho, poliespán y ping-pong.

Determinamos los valores de g_S para cada esfera y para sistematizar los resultados los situamos en orden decreciente del valor de g_S Tabla I.

Tabla I

Material esfera	D/cm	m/g	ρ/g.cm^{-3}	g_s/m.s^{-2}	Relación Peso /Empuje
1 Acero	1,6	16,70	7,80	9,80	Aprox. 6000
2 Acero	5,0	511,30	7,80	9,80	Aprox. 6000
3 Goma maciza	3,1	15,15	0,97	9,80	Aprox. 750
4 Goma maciza	3,8	23,60	0,82	9,79	Aprox. 630
5 Madera	7,0	119,90	0,67	9,78	Aprox. 520
6 Goma-aire	5,7	30,40	0,32	9,76	Aprox. 240
7Corcho	5,1	15,50	0,22	9,74	Aprox. 170
8 Poliespán	1,4	0,24	0,167	9,72	Aprox. 130
9 Ping-pong	3,8	2,11	0,073	9,63	Aprox. 60
10 Poliespán	4,0	0,85	0,025	9,30	Aprox. 20
11 Poliespán	3,0	0,28	0,020	9,16	Aprox. 15

Figura 2a) Caída libre de una esfera de poliespán de 3cm de diámetro, obtenida a una distancia mayor que en la Fig. 2b.

Figura 2b) Caída libre de una esfera de poliespán de 3cm de diámetro. Separación entre índices 90,0 cm.

Con el fin de comparar la validez de los tres modelos, se considera como velocidad verdadera la experimental. En la caída de cada una de las esferas (que repetimos varias veces) se calcula la velocidad experimental y la teórica proporcionada por cada modelo, hallándose después las desviaciones y su valor medio, expresando el resultado en tantos por ciento, Tabla II.

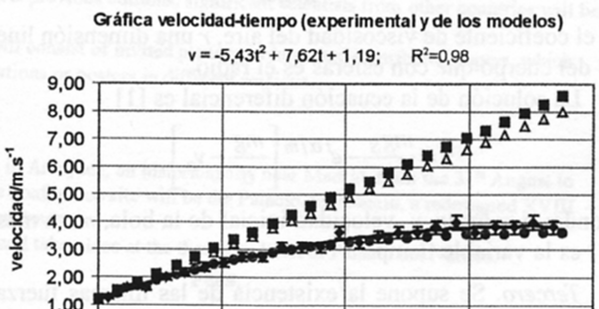


Figura 3. Los rombos con su incertidumbre representan la velocidad medida experimentalmente y se ajustan mediante una curva, los círculos son los valores obtenidos con el modelo 3, los triángulos los valores con el modelo 2 y los cuadrados la caída libre, con el modelo 1. La aproximación del modelo 3 a los datos experimentales se hace muy patente.

otras dificultades, pues el periodo no se mantenía siempre constante sufriendo pequeñas variaciones imputables al calentamiento del motor cuando trabaja en intervalos de tiempo largos, a pequeñas oscilaciones de la tensión de la red u otras causas desconocidas. Esto nos obliga a tomar una sola medida del periodo simultáneamente con la realización del experimento y la toma de la fotografía. La solución sería disponer de una lámpara estroboscópica de mayor precisión, pero esta posibilidad es actualmente una utopía en nuestros centros.

Como resumen, estimamos que nuestras medidas pueden estar afectadas de un error del 6%.

Para completar el experimento se han dejado caer varias bolas a la vez, cuya fotografía puede verse en la Fig. 4, donde hemos unido las diferentes posiciones de las bolas en cada instante con una línea, para marcar el perfil de velocidades. Se observa como unas bolas caen con mayor velocidad que otras, e inclusive puede observarse el rebote de la bola de goma. También notamos que alguna llega a alcanzar prácticamente la velocidad límite, en una caída de algo más de 2 m.

Conclusiones

- De los tres modelos el que mejor se adapta a los datos experimentales es el tercero, en el que se considera que la resistencia al movimiento es proporcional al cuadrado de la velocidad.
- Cuando g_s es cercano a 9,8 m/s^2 –bolas de acero, goma maciza– o algo menor como la bola de goma/aire, es suficiente utilizar por su sencillez el modelo primero, en el que es posible aproximar la aceleración de caída en el aire por el valor estándar de g, haciendo la aclaración de que las distancias recorridas no sean grandes.
- Para esferas pequeñas –caso de la esfera 8, o con valores de gs inferiores a 9,7 m/s^2 es imprescindible utilizar el tercer modelo, obsérvese la Fig. 3.

Bibliografía

[1] MURRAY R. SPIEGEL. Mecánica Teórica. Serie Schaum. 1988, pág.70.

[2] J. RUIZ VZQUEZ. Problemas de Física. *Selecciones Científicas*. 1985, pág. 152.

[3] S. STRELKÒV. Mecánica. Editorial MIR. Moscú. 1978, pág. 145.

J. L. Hernández Pérez, J. Solá de los Santos y R. Fernández Cruz

están en el I.E. S. Cervantes y Lope de Vega de Madrid