

Tema I

Introducción

La medida en física.

Sistemas de unidades. Conversión de unidades.

Incertidumbre y cifras significativas.

Dimensiones de las magnitudes físicas.

Análisis dimensional.

Estimación. Órdenes de magnitud.

Registro de medidas experimentales: tablas y gráficos.

Determinación y propagación de errores.

Elaboración de un informe sobre un trabajo experimental.



Tema I (Capítulo 1 de *Física*, Tipler-Mosca; BAUER ; *Laboratorio de Física*, Hidalgo et al.)



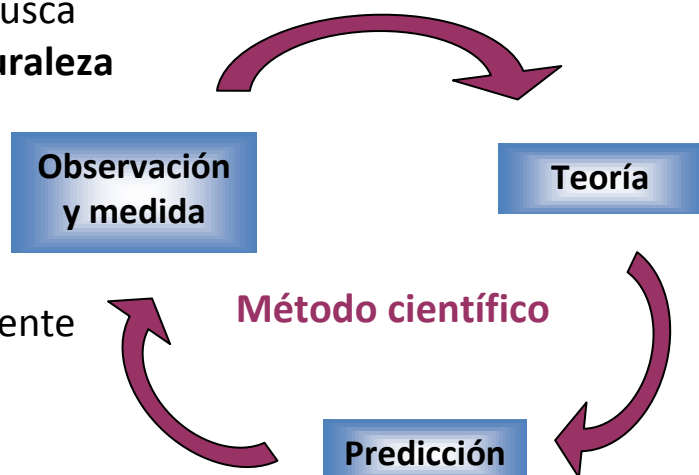
Investigación y Ciencia Feb. 2007, pg. 58, Un nuevo kilogramo. Nov. 2002, El tiempo.

Introducción: La naturaleza experimental de la Física

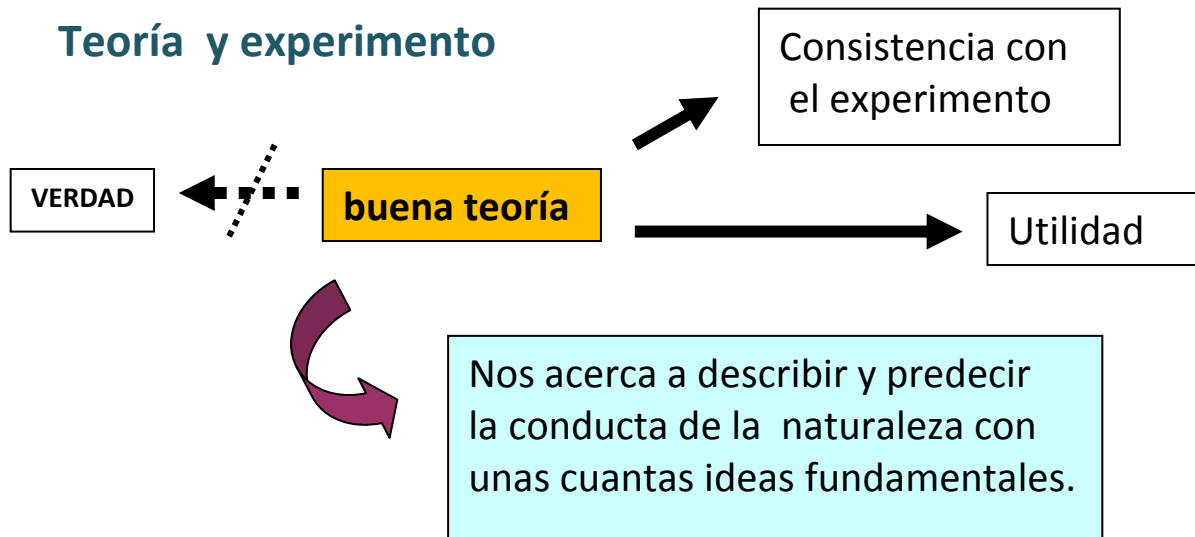
FÍSICA:

ciencia experimental que busca describir y entender la **Naturaleza** de forma **objetiva**, ensayando la **teoría** en un **laboratorio**.

Para progresar en el conocimiento, constantemente hay que experimentar.



Teoría y experimento



Una buena teoría sobre un suceso natural nos sirve para comprenderlo y utilizarlo según nuestras necesidades. Además tiene capacidad de predicción. Ejemplo: Cuando se ha entendido cómo funciona una onda electromagnética, hemos podido utilizar la energía eléctrica para atender nuestras necesidades.

Pero buena teoría no es sinónimo de verdad, el conocimiento siempre es parcial. No parece que podamos encontrar una razón definitiva que no requiera ulterior explicación.

Elaborar una buena teoría requiere la experimentación. En el laboratorio, ponemos a prueba la naturaleza y controlamos las condiciones en las que la dejamos actuar. De la observación de su respuesta inferimos su comportamiento sistemático y extraemos leyes de conducta que conforman la teoría.

Confiamos en la FÍSICA porque nos acerca a describir y predecir la actuación de la Naturaleza con unas cuantas ideas fundamentales.

EJEMPLO: El pasado 4 de Julio, los físicos del CERN, laboratorio europeo de física de partículas, anunciaron el descubrimiento de una nueva partícula que bien podría ser el boson de Higgs, una perturbación del campo de Higgs, el último requerimiento del modelo estándar que reproducía sin explicar casi todos los fenómenos que ocurren en torno de las partículas elementales. Casi 50 años ha costado dar con esta esquivada partícula desde que se postuló como mecanismo generador de la masa. Numerosos experimentos en diversos aceleradores la han buscado. De esos 50 años, 30 se han dedicado a diseñar, desarrollar y construir el

dispositivo experimental LHC y los grandes detectores que, operados por más de 5000 científicos, han hecho posible este descubrimiento.

En este curso: La experimentación es la mejor ilustración de las teorías que estudiamos. Además, en el ejercicio de la experimentación, entrenamos nuestras capacidades intelectuales aún cuando nuestro trabajo futuro no llegue a desarrollarse en un laboratorio.

Crear un experimento es crear una situación **ideal** que exige un diseño minucioso de un dispositivo experimental y de su utilización para resaltar lo que interesa, excluir lo que enmascara y, así, simplificar el estudio del problema planteado, del cual se tiene un modelo previo.

Idealización y realidad: Modelos

Experimento: Lanzamos un objeto al aire

Objetivo: descripción del movimiento que resulta : $y(t)$

MODELO:

Las MATEMÁTICAS constituyen el lenguaje adecuado para describir los MODELOS de la física.

La posición y el tiempo están relacionadas entre sí mediante ecuaciones matemáticas suministradas por la teoría (si existe). En este caso, las ecuaciones cinemáticas del MUA.

Preparamos una regla y un reloj para medirlas y verificar si las medidas cumplen dichas ecuaciones (consistencia teoría-experimento).

Imponemos condiciones iniciales: posición y velocidad.

1.2 Para simplificar el análisis de a) una pelota de béisbol lanzada al aire, usamos b) un modelo idealizado.

a) Una pelota real lanzada al aire

La pelota gira y tiene forma compleja.

La resistencia del aire y el viento ejercen fuerzas sobre la pelota.

La fuerza gravitacional sobre la pelota depende de la altura.

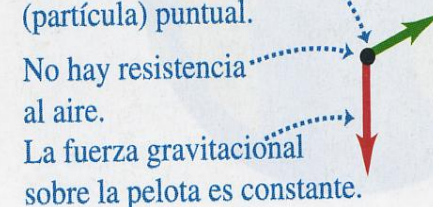
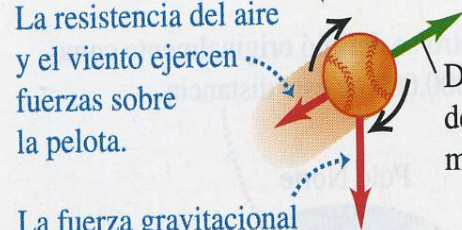
Dirección del movimiento

b) Un modelo idealizado de la pelota de béisbol

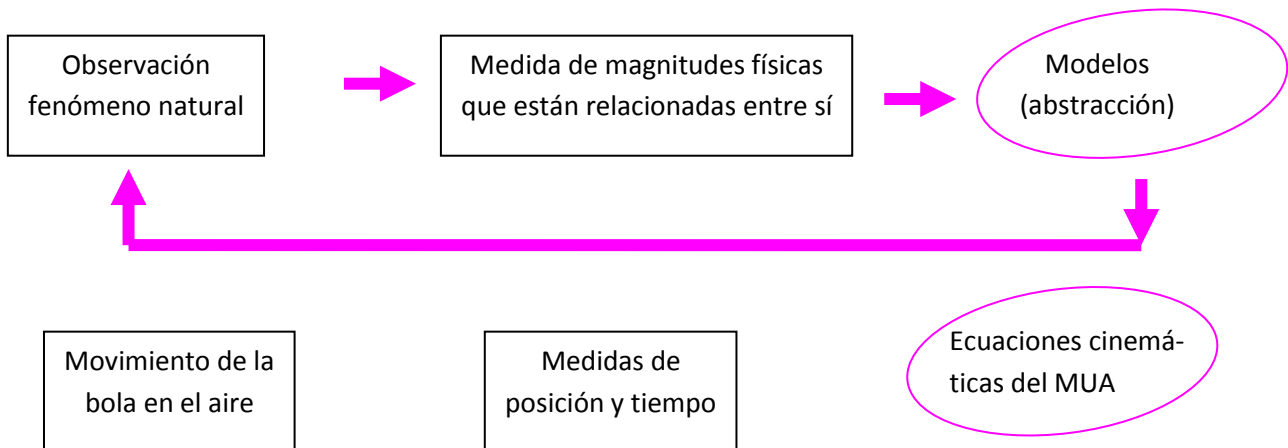
La pelota de béisbol se trata como un objeto (partícula) puntual.

No hay resistencia al aire.

La fuerza gravitacional sobre la pelota es constante.



La medición



MEDIDA

→ Comparación entre dos cantidades de la misma magnitud

Patrón de medida

→ Cantidad de referencia estándar

Error de medida

→ Imprescindible para contrastar la teoría

Lo más importante en la toma de medidas es la incertidumbre en la medición. Cualquier medida que se haga sin ningún conocimiento del ERROR no tiene significado. La medida tiene que estar acotada.

Una cantidad física medida está ACOTADA dentro de un intervalo de incertidumbre: **el error**. Para no perder información de la medida, ni retener información falsa, la medida se escribe justamente con sus **cifras significativas**. Ejemplos.

NO es posible conocer el valor exacto **a** de una magnitud física.

A es su **mejor estimación** y $\pm \Delta A$ son los límites dentro de los cuales es “muy” probable que se encuentre **a**. $a \in (A - \Delta A, A + \Delta A)$

MEDIDA : **$A \pm \Delta A$ unidad**

El sistema internacional de unidades (SI)

<http://physics.nist.gov/cuu/units/>

Unidades SI fundamentales

Magnitudes fundamentales	Nombre	Símbolo
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Intensidad de corriente eléctrica	ampere	A
Temperatura termodinámica	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

Unidad de longitud : metro (m)	El metro es la longitud de trayecto recorrido en el vacío por la luz durante un tiempo de $1/299\,792\,458$ de segundo.
Unidad de masa	El kilogramo (kg) es igual a la masa del prototipo internacional del kilogramo
Unidad de tiempo	El segundo (s) es la duración de $9\,192\,631\,770$ periodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133.
Unidad de intensidad de corriente eléctrica	El ampere (A) es la intensidad de una corriente constante que manteniéndose en dos conductores paralelos, rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable y situados a una distancia de un metro uno de otro en el vacío, produciría una fuerza igual a $2 \cdot 10^{-7}$ newton por metro de longitud.

Magnitudes derivadas sin dimensión.

Magnitud	Nombre	Símbolo	Expresión en unidades SI
Ángulo plano	Radián	rad	$\text{mm}^{-1} = 1$
Ángulo sólido	Estereorradián	sr	$\text{m}^2\text{m}^{-2} = 1$

Unidad de **ángulo plano** El **radián** (rad) es el ángulo plano comprendido entre dos radios de un círculo que, sobre la circunferencia de dicho círculo, interceptan un arco de longitud igual a la del radio.

Unidad de **ángulo sólido** El **estereorradián** (sr) es el ángulo sólido que, teniendo su vértice en el centro de una esfera, intercepta sobre la superficie de dicha esfera un área igual a la de un cuadrado que tenga por lado el radio de la esfera.

Unidades SI derivadas expresadas a partir de unidades fundamentales.

Magnitud	Nombre	Símbolo
Fuerza	Newton = $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$	N
Volumen	metro cúbico	m^3
Velocidad	metro por segundo	m/s
Energía	Joule = $\text{N}\cdot\text{m}$	J
Densidad	kilogramo por metro cúbico	kg/m^3
Potencia	Watio = J/s	W
Aceleración angular	radián por segundo cuadrado	rad/s^2

Metrología: Es la investigación sobre medidas de precisión.

Los relojes atómicos tienen una precisión de **10^{-15} (= 1 s en 30 millones de años)**

La precisión necesaria para el sistema de posicionamiento global (GPS)

Principal instituto de investigación de EE.UU.: Instituto Nacional de Estándares y Tecnología (NIST) (físicos e ingenieros)

Factores de conversión de unidades

Densidad volúmica : $\rho = 0.25 \text{ g/cm}^3$

$$\rho = 0.25 \text{ g/cm}^3 \cdot \left\{ \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} \right\} \cdot \left\{ \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} \right\} = 250 \text{ kg/m}^3$$

$$X \text{ unidades "a"} \Leftrightarrow Y \text{ unidades "b"} \quad 0.25 \text{ g/cm}^3 \Leftrightarrow 250 \text{ kg/m}^3$$

$$0.25 \text{ g/cm}^3 \cdot \{fc\}_1 \cdot \{fc\}_2 = 250 \text{ kg/m}^3$$

$\{fc\}$ es un factor de conversión adimensional

$$\{fc\}_1 = 1 \text{ kg} / 1000 \text{ g}$$

$$\{fc\}_2 = 10^6 \text{ cm}^3 / 1 \text{ m}^3$$

$$X \cdot \{fc\}_1 \cdot \{fc\}_2 = Y \Rightarrow X = \{fc\}^* \cdot Y = [\{fc\}_1 \cdot \{fc\}_2]^{-1} \cdot Y$$

$$\Rightarrow \{fc\}^* = \{fc\}_1^{-1} \cdot \{fc\}_2^{-1}$$

$$250 \text{ kg/m}^3 \cdot \{1000 \text{ g} / 1 \text{ kg}\} \cdot \{1 \text{ m}^3 / 10^6 \text{ cm}^3\} = 0.25 \text{ g/cm}^3$$

Ejercicio: Supongamos que el pelo crece con una velocidad de 1/32 in/día. Expresa esta velocidad de crecimiento (W) en nm/s. Dado que la distancia entre átomos en una molécula es del orden de 0.1 nm, la respuesta sugiere con qué velocidad se ensamblan las capas de átomos en esta síntesis de proteínas.

Solución: 1in = 2.54 cm

$$W \text{ (nm/s)} = \{fc\} (1/32) \text{ (in/día)} \Rightarrow W \sim 9 \text{ nm/s}$$

$$\{fc\} = (1/24) (1/60) (1/60) (2.54/1) (1/100) (10^9/1) [(nm/s)/(in/ día)]$$

Exercise: To convert a quantity from m/s to km/h, you must

A) multiply by 1000 and divide by 60.

D) multiply by 3600 and divide by 1000.

B) multiply by 1000 and divide by 3600.

E) None of these is correct.

C) multiply by 60 and divide by 1000.

Incertidumbre en la medida

Instrumento de medida: sensibilidad (precisión del instrumento) cantidad más pequeña que es capaz de apreciar de la magnitud que mide.

Error de medida: debido a limitaciones del experimentador, del aparato de medida, del método de medida, o la misma naturaleza de lo que se quiere medir, las medidas no constituyen cantidades exactas, sino sólo aproximadas al valor verdadero que siempre es desconocido. El error acota la región en la que está el verdadero valor. Se escribe con una cifra significativa.

👉 Estatura de una persona: $L = 1.87 \text{ m}$; $1.86 \text{ m} \leq L \leq 1.88 \text{ m}$; $L = (1.87 \pm 0.01) \text{ m}$
(se utiliza una regla en cms; una sola medida → precisión de la regla es la cota de error)

Con más rigor: se toman varias medidas y se elige el **valor medio**.

En este caso, una estimación del error toma la **discrepancia** máx. = máx – min, entre las medida, centrada en el valor medio, como **cota de error** (sólo si es mayor que la precisión del instrumento de medida).

👉 Ejemplo: Tiempo (segundos) que tarda un nadador en recorrer 100 m, medido con cronómetro en décimas de segundo:
58.5, 58.6, 58.4, 58.4, 58.5. **Media:** 58.48 s; discrepancia $\max/2 = (58.6 - 58.4)/2 = 0.1 \text{ s}$

Resultado $58.48 \pm 0.1 \text{ s} \rightarrow (58.5 \pm 0.1) \text{ s}$; sólo se escriben las cifras significativas!

Cifras significativas: comenzando por la izquierda, son todas las cifras que escribimos a partir de la primera que no es cero. El error nos indica la posición de la última cifra de la medida que tiene significado.

0.1 es el **error absoluto** de la medida y nos da idea del intervalo de **incertidumbre**. Tiene las mismas unidades que la medida. Cuanto más pequeño, menor incertidumbre.

Error relativo: es el cociente entre el error absoluto y la cantidad medida. También se llama **error fraccional**. Es adimensional. Mide la calidad de la medida. Es la precisión.

La **precisión** es el error relativo expresado en % : $e_r = (0.1/58.5) \times 100 = 0.17 \%$

$\Omega_b h^2$	$0.002267^{+0.000058}_{-0.000059}$
$\Omega_c h^2$	0.1131 ± 0.0034
Ω_Λ	0.726 ± 0.015
n_s	0.960 ± 0.013
τ	0.084 ± 0.016
σ_8	0.812 ± 0.026

Tabla 1. Valores de los parámetros cosmológicos obtenidos a partir de los datos combinados de 5 años de observación de WMAP, medidas de distancia de supernovas de tipo I y la distribución de galaxias [3]. Ω_b , Ω_c , Ω_Λ son las densidades de materia bariónica, materia oscura y energía oscura respecto a la densidad crítica (la correspondiente a un espacio euclídeo), $h \cong 0.71$ es el parámetro de Hubble que mide la razón de expansión del universo, τ es la profundidad óptica, y n_s y σ_8 son el índice espectral y la amplitud del espectro de las fluctuaciones de la materia, respectivamente.

I / A	B / mT
0	0
0.040000	11.3
0.20100	43.5
0.36400	79
0.52900	113
0.86600	181

Cifras significativas (ejemplo)

Tabla 1. Medidas experimentales del campo magnético B en el interior del solenoide en función de la intensidad de corriente i que circula por él. El error de i es ± 0.03 A y el de B de un 3%. La primera fila corresponde a circuito abierto.

Ejercicio:

Rehacemos la tabla escribiendo los errores absolutos y las cifras significativas solamente.

Notación científica

Las cantidades medidas se escriben como un producto:

$$a \times 10^n$$

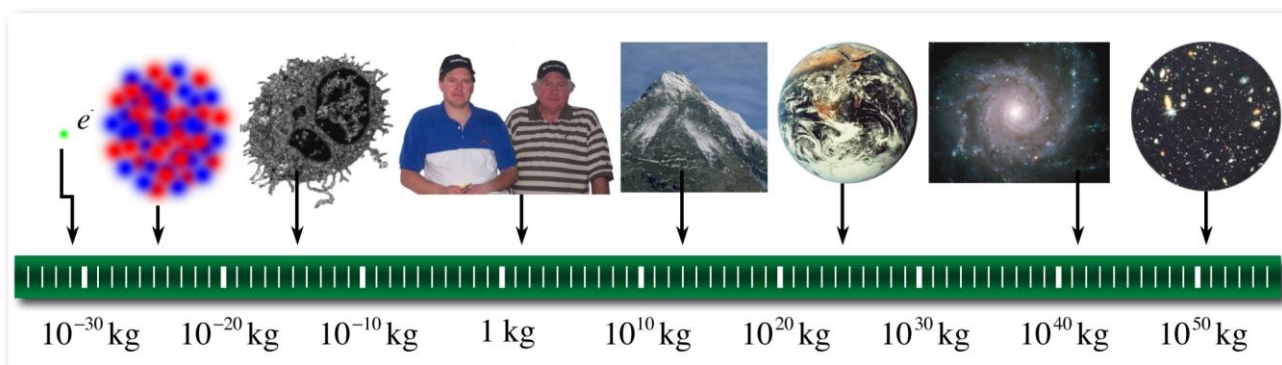
[siendo $1 \leq a$ (**mantisa**) < 10 , y **n** (**exponente**) un número entero positivo o negativo; a puede tener varias cifras significativas].

Esta notación se utiliza para poder expresar y operar fácilmente números muy grandes o muy pequeños. $45000 \text{ m} \rightarrow 4.5 \times 10^4 \text{ m}$; $0.00000450 \text{ m} \rightarrow 4.50 \times 10^{-6} \text{ m}$

Escala de longitudes



Escala de masas



Órdenes de magnitud: El orden de magnitud de una cantidad expresada en notación científica es 10^n , o simplemente n. n puede ser n

Ejercicio:

El número $A = 106\,234\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000$ puede ser escrito como ...

¿cuántas cs tiene A? si no utilizamos not. cient. no está claro!

y el número $B = 0.000\,000\,000\,023\,4$

puede ser escrito como ...

¿en cuántos órdenes de magnitud difieren A y B, si están escritos en las mismas unidades?

(Por ejemplo, se dice que dos números difieren en 3 órdenes de magnitud si uno es 10^3 veces más grande/pequeño que el otro.)

Ejemplos:

$$34,456,087 = 3.4456087 \times 10^7$$

$$0.0004\,508\,421 = 4.508\,421 \times 10^{-4}$$

$$-5,200,000,000 = -5.2 \times 10^9$$

$$-6.1 = -6.1 \times 10^0$$

la masa de un protón (aprox. $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$), la distancia a los confines observables del universo (aprox. $4.6 \times 10^{26} \text{ m}$)

Exercise: The number of seconds in a month is of the order of

A) 10^3 B) 10^8 C) 10^5 D) 10^{10} E) 10^6

La **notación científica** permite hacer cálculos mentales rápidos (pero a menudo aproximados), porque permite considerar por separado los dígitos significativos y el orden de magnitud (además del signo):

Ejemplos:

4×10^{-5} multiplicado por 3×10^{-6} :

$$(4 \times 3) \times 10^{(-5-6)} = 12 \times 10^{-11} = 1.2 \times 10^{-10}$$

5×10^8 dividido por (3×10^5) :

$$(5/3) \times 10^{(8-5)} = 1.33 \times 10^3$$

$$4.1 \times 10^{12} + 8 \times 10^{10} = 4.1 \times 10^{12} + 0.08 \times 10^{12} = 4.18 \times 10^{12}$$

$$1.6 \times 10^{-15} - 8.8 \times 10^{-16} = (16 - 8.8) \times 10^{-16} = 7.2 \times 10^{-16}$$

Exercise: The density of an object equals its mass divided by its volume. The mass of the Earth is 6×10^{24} kg and its radius is 4×10^3 miles. The mass of the Sun is 2×10^{33} g and its radius is 7×10^5 km. Calculate the Earth's density divided by that of the Sun.

A) 4×10^{-1} B) 4×10^2 C) 4×10^0 D) 4×10^1 E) none of the above

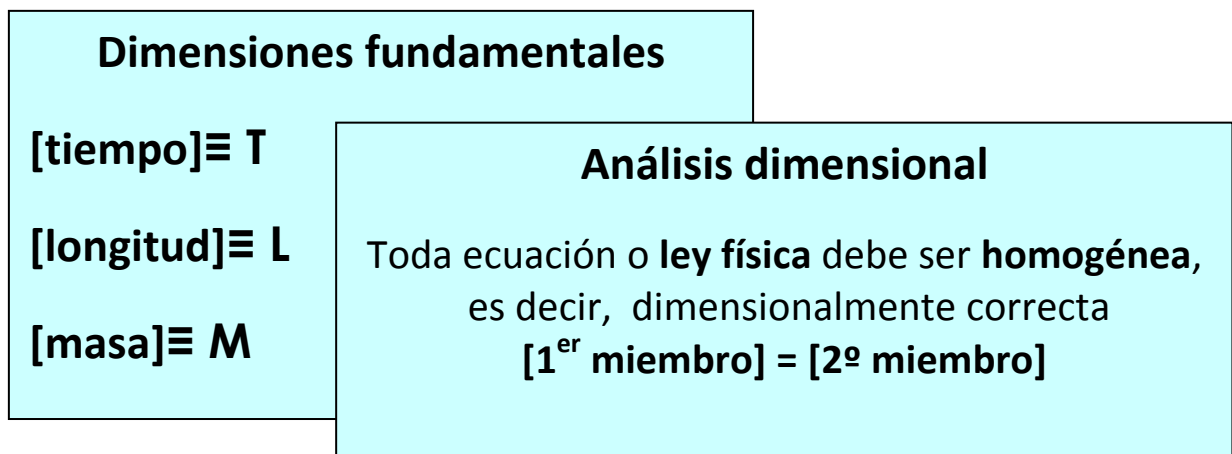
Resuelve utilizando notación científica:

1.- Un año luz es la distancia que viaja la luz en un año, es decir, aproximadamente 5,869,713,600 millas. Se estima que la Vía Láctea tiene un diámetro de aproximadamente 200,000 años luz. ¿Cuántas millas tiene la Vía Láctea de diámetro? 1.18×10^{15} millas

2.- La edad del Sol es de aproximadamente 5×10^9 años. Sin embargo, hay cuerpos que pueden tener 4 veces la edad del Sol. ¿Cuál es la edad de estos cuerpos? 2×10^{10} años

3.- Se calcula que en la Vía Láctea hay aproximadamente 1.2×10^{11} estrellas. ¿Cuántos años le tomaría a una persona contar las estrellas si cuenta una por segundo? 3.8×10^3 años

Dimensiones de las magnitudes físicas



Dimensión derivada

La velocidad v es una magnitud física derivada

$$v = s/t \rightarrow [v] = [s/t] = [s]/[t] = L/T = L T^{-1}$$

Análisis dimensional

Un sencillo análisis dimensional puede promover la realización de un experimento!!!

Quiero responder la pregunta: Si dejo caer una manzana de una cierta altura y cambio la altura ¿qué pasará con el tiempo que tarda ahora la manzana en caer?

El tiempo que toma debe ser proporcional a la altura a una potencia alfa. Completamente razonable. Si hago la altura más grande, todos sabemos que se necesita más tiempo para que la manzana caiga. Eso es algo seguro.

Si la manzana tiene una masa m es probable que también sea proporcional a la masa de esa manzana a la potencia beta. Sí, si algo es más masivo probablemente tome menos tiempo. No sé alfa, no sé beta. También hay algo que es la gravedad, la atracción gravitacional de la Tierra - la aceleración de la gravedad de la Tierra. Así que vamos a establecer que también ese tiempo es proporcional a la aceleración de la gravedad a la potencia gamma. Tampoco sé gamma.

Dicho esto, ahora podemos hacer lo que se llama en física un análisis dimensional.

A la izquierda tenemos un tiempo [T]=...en el lado derecho también hay que tener tiempo. No se puede tener cocos en un lado y naranjas en el otro. No se puede tener segundos en un lado y metros por segundo en el otro. Es decir, la ecuación tiene que ser homogénea.

Así las dimensiones de la izquierda y la derecha tienen que ser iguales.

$$[T] = [L]^{\alpha} [M]^{\beta} [g]^{\gamma} = [L]^{\alpha} [M]^{\beta} [L^{\gamma} / T^{2\gamma}]$$

En consecuencia, concluyo que el tiempo que tarda un objeto en caída libre es igual a una constante, que no conozco -pero sé que no tiene dimensión - multiplicada por la raíz cuadrada de h dividido por g.

$$t = \text{cte} (h/g)^{1/2} \rightarrow t_2/t_1 = (h_2/h_1)^{1/2}$$

Con este análisis dimensional no puedo predecir cuánto tiempo tardará la manzana en caer. Todo lo que estoy diciendo es que se pueden comparar dos alturas diferentes. Me puede caer una manzana de ocho metros y otra de dos metros. Lo que puedo decir es que la de ocho metros tarda el doble que la de dos metros en caer. La relación entre los tiempos será la raíz cuadrada de la relación 8/2. La relación será de 2 a 1.

¡¡Ya se puede hacer una prueba experimental!!

Dejar caer un objeto desde dos alturas y comparar los tiempos, tener presente el error de medida y comparar con el resultado teórico esperado.

Generalización:

$$y \propto x_1^{\beta_1} \dots \dots \dots x_n^{\beta_n}$$

$$[y] = [x_1^{\beta_1} \dots \dots \dots x_n^{\beta_n}]$$

unidade

$$y = C x_1^{\beta_1} \dots \dots \dots x_n^{\beta_n}$$

Ejercicio: La posición de una partícula cuando se mueve con una aceleración uniforme es una función del tiempo transcurrido y de la aceleración. Supongamos que describimos esta posición como $x = ka^m t^n$, donde k es una constante adimensional. Obtén, mediante el análisis dimensional m y n . Puede este análisis proporcionar el valor de k ?

Estimaciones

Son cálculos aproximados. Interesa, o sólo se tiene acceso al orden de magnitud y no al valor concreto. Son muy apreciadas cuando se conoce poco o nada de algún aspecto de la naturaleza.

Ejercicio: Un modelo y una estimación. Una gota de aceite, que tiene 1 mm^3 de volumen, se esparce sobre el agua, formando una capa de espesor uniforme con cerca de 1000 cm^2 de área. A) Suponiendo que esa capa tenga sólo un diámetro “atómico” de espesor, ¿cuál es el valor máximo para el orden de magnitud del radio “atómico”? En estas condiciones, ¿cuántos “átomos” habría en la gota de aceite? Considera los “átomos” como esferas yuxtapuestas.

$$R = 10^{-8} \text{ m}; 10^{15} \text{ átomos}$$

EL error de medida

Medida directa: comparación con un patrón de medida. Resultado: un número y la unidad elegida. Recordamos: $A \pm \Delta A$ unidades

Errores sistemáticos: instrumentales (precisión), del método (aproximaciones), personales.

Errores aleatorios: accidentales (fluctuaciones incontroladas de las condiciones de medida).

Error absoluto de A : ΔA

Error relativo de A : $\Delta A / |A|$, en porcentaje $(\Delta A / |A|) \times 100$ (**precisión**)

¿Cómo se determina ΔA ?



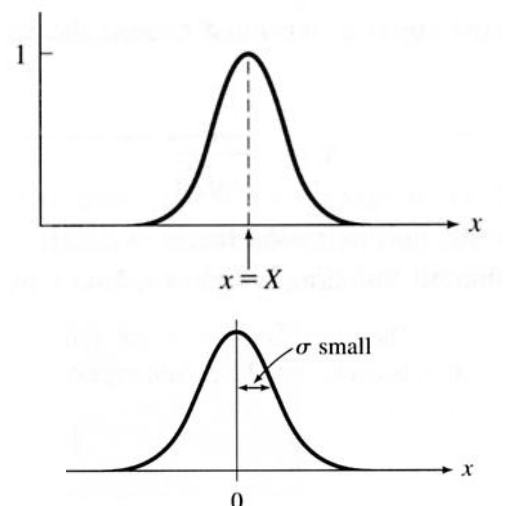
Determinando el error ΔA y la medida A (Convenio)

Si se descubre un error sistemático se corrige o se cuantifica, de manera que admitimos que la medida carece de error sistemático.

1ª fuente de error

Instrumento de medida $\rightarrow$ PRECISIÓN e_a , valor de la división más pequeña de su escala

2ª fuente de error



Para evaluar el error accidental, se obtiene una muestra de medidas A_i que admitimos obedece una distribución gaussiana, caracterizada por un valor medio X y una desviación típica σ .

$$G_{X,\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-X)^2/2\sigma^2}$$

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (d_i)^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

$$S_{<X>} = S_x / \sqrt{N}$$

La media $\langle A \rangle$ es la mejor estimación de a y su error aleatorio es la desviación estándar de la media σ_m .

Se comparan la precisión del instrumento de medida con el valor σ_m y se elige el mayor de los dos como error de $\langle A \rangle$.

$$A = \langle A \rangle \pm \max(e_a, \sigma_m)$$



Determinando el error ΔZ y la medida Z (Convenio)

Medida indirecta: Con medidas directas $A, B, C, \dots$ y expresiones matemáticas que las relacionan se obtiene otra medida $Z = f(A, B, C, \dots)$. A, B, C independientes

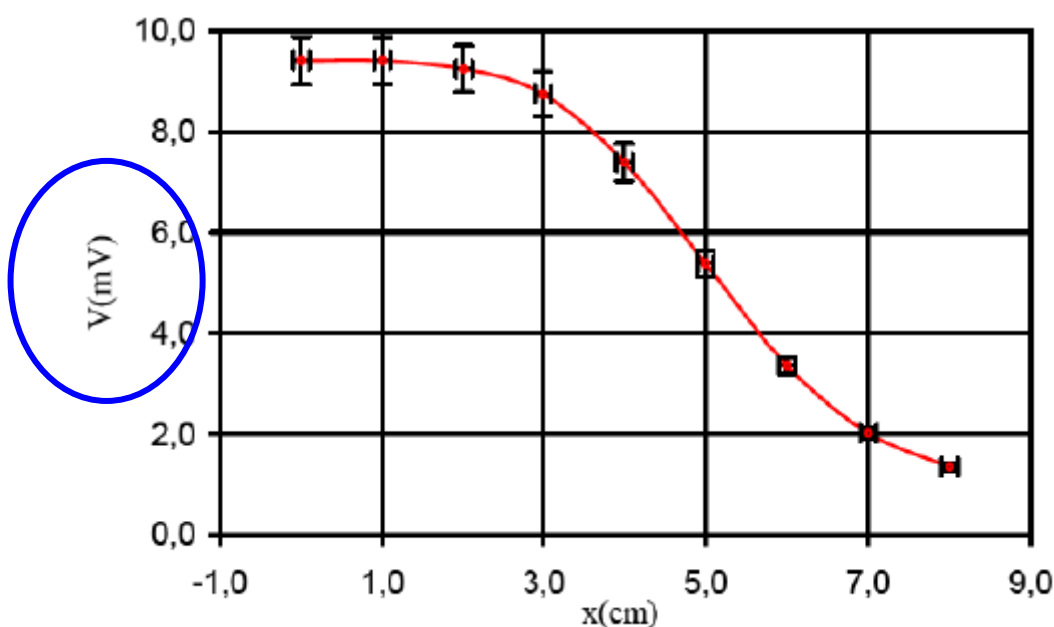
¿Cómo se determina ΔZ ? → Propagación de errores.

La mejor estimación de Z es $Z = f(\langle A \rangle, \langle B \rangle, \langle C \rangle, \dots)$ y su error.... $\Delta Z = [\Delta Z_A^2 + \Delta Z_B^2 + \Delta Z_C^2]^{1/2}$



Ejercicio: Al medir la resistencia de un resistor, la lectura del voltímetro era $15.2 \pm 0.2V$ y la lectura del amperímetro era de $2.6 \pm 0.1 A$. ¿Cuál es la incertidumbre de R ?

Registro de medidas experimentales. Tablas y gráficos.



X (cm)	V (mV)
0	9,41
1	9,41
2	9,24
3	8,74
4	7,39
5	5,38
6	3,36
7	2,02
8	1,34

¿Errores?

Variación de la f.e.m. inducida en el interior de un solenoide, V , en función de la posición, x

I / A ($\pm 0.03 A$)	B / mT	I / A	B / mT
0 (teórico)	0 (teórico)	0	0
0.04	11.3 ± 0.3	0.040000	11.3
0.20	43.5 ± 1.3	0.20100	43.5
0.36	79 ± 2	0.36400	79
0.53	113 ± 3	0.52900	113
0.87	181 ± 5	0.86600	181

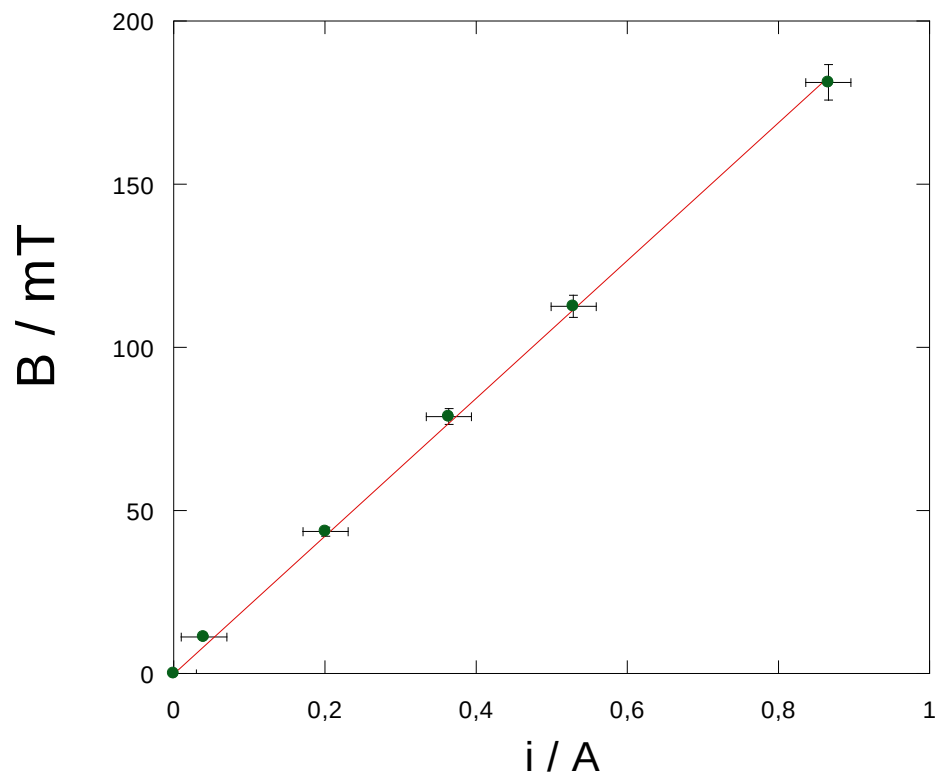


Figura 1. Valor experimental del campo magnético en el interior del solenoide en función de la intensidad de corriente que circula por él. Se ha realizado un ajuste a una recta obteniéndose $B = (211.2 \pm 1.7) i$ (mT/A).

Caída libre. Realidad y modelos

J. L. Hernández Pérez, J. Solá de los Santos y R. Fernández Cruz

El experimento utiliza un procedimiento basado en la fotografía digital, para medir la velocidad de caída de esferas de distintos materiales y radios, en el aire. Se comparan los valores experimentales con tres modelos teóricos y se concluye que para materiales densos (en el trabajo se cuantifican), el sencillo modelo de la caída libre es adecuado. Sin embargo para esferas de pequeña densidad, es necesario utilizar un modelo más complejo, en el que se comprueba que la resistencia al movimiento es proporcional al cuadrado de la velocidad.

1. Introducción

La Física como parte de la Ciencia se ocupa de explicar los fenómenos naturales, uno de ellos es la caída de los cuerpos en el aire. Puesto que éstos fenómenos son de por sí complejos, se prefiere trabajar con modelos que son aproximaciones de comportamientos similares a los fenómenos naturales. Para la caída en el aire consideraremos tres modelos:

Primero. Los cuerpos caen con aceleración constante de valor estándar $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Esto supone que solamente sufren una fuerza que es su peso. De acuerdo con el modelo, la velocidad crece linealmente con el tiempo.

Segundo. Se considera que al caer un cuerpo en el aire, actúan tres fuerzas de la misma dirección y distintos sentidos, a saber, el peso, el empuje del aire y una fuerza resistente proporcional a la velocidad. El modelo conduce a que la velocidad debe alcanzar un valor límite que ocurre cuando la suma de estas fuerzas sea nula.

La ecuación diferencial del movimiento para una esfera es:

$$mg_s - 6\pi\eta rv = m \frac{dv}{dt}$$

Donde g_s es la aceleración resultante de componer el peso con el empuje que recibe del aire,

$$g_s = \frac{\text{Peso-Empuje en el aire}}{\text{masa}}$$

η el coeficiente de viscosidad del aire, r una dimensión lineal del cuerpo que con esferas es el radio.

La solución de la ecuación diferencial es [1]

$$v = \frac{mg_s}{\alpha} - e^{t\alpha/m} \left[\frac{mg_s}{\alpha} - v_0 \right]$$

donde: $\alpha = 6\pi\eta r$, v_0 velocidad inicial de la bola, m su masa y t es la variable tiempo.

Tercero. Se supone la existencia de las mismas fuerzas que en el caso anterior, pero la resistente es ahora proporcional al cuadrado de la velocidad. Al comparar estos dos modelos, deducimos que ambos predicen una velocidad límite, pero en este caso debe resultar menor que en el segundo.

La ecuación diferencial para este modelo es:

$$mg_s - \beta v^2 = m \frac{dv}{dt} \Rightarrow$$

$$mg_s - \frac{1}{2} C_w \rho S v^2 = m \frac{dv}{dt}$$

en donde C_w es un coeficiente de forma que para el caso de esferas se estima en 0,4, siempre que el número de Reynolds sea inferior a 10^5 , ρ es la densidad del aire y S un factor geométrico que para esferas es su círculo máximo.

La solución de la anterior ecuación diferencial es [2]:

$$v = \sqrt{\frac{mg_s}{\beta} \left[1 - e^{-2\beta h/m} \right]} + v_0 e^{-\beta h/m}$$

m es la masa de la esfera, v_0 es la velocidad inicial y h es la variable altura.

La validez de un modelo debe contrastarse con los datos experimentales y esta comparación nos permitirá saber cuál de ellos es el que mejor se ajusta y en qué intervalos se puede aplicar.

2. Método experimental

Para registrar la caída de los cuerpos y deducir cómo varía la velocidad real con el tiempo se ha recurrido a la fotografía con cámara digital, técnica que describimos aquí con cierto detalle por el interés que pueda tener para el profesorado.

Las ventajas de éste método, se resumen:

1. Una copia de la fotografía se obtiene de inmediato utilizando un ordenador y una impresora.
2. La muestra obtenida se puede fotocopiar y distribuir enseguida a los alumnos o enviar por Internet.
3. La fotografía original puede ser ampliada, reducida, recortada, mejorada de calidad (contraste) e incluso, introducir en ella puntos, letras, rayas, círculos que faciliten la lectura de los datos.
4. Si previamente está montado el experimento, el tiempo entre la fotografía y la distribución de las copias es inferior a quince minutos, intervalo que está dentro de la duración de una clase.

Ahora bien, la fotografía digital requiere ciertos detalles:

- Debe existir un fuerte contraste de color entre el fondo (empleamos una tela negra) y el cuerpo, para lo que éste debe tener brillo metálico o estar cubierto de una capa de pintura blanca.
- La cámara ha de emplazarse a buena distancia del experimento, entre 4 ó 5 m para evitar errores de paralaje

El dispositivo experimental empleado se muestra en la Fig. 1 donde para medir el tiempo se utiliza un disco de cartón de 30 cm de diámetro, construido por los autores, que lleva incorporadas seis ventanas idénticas e igualmente espa-

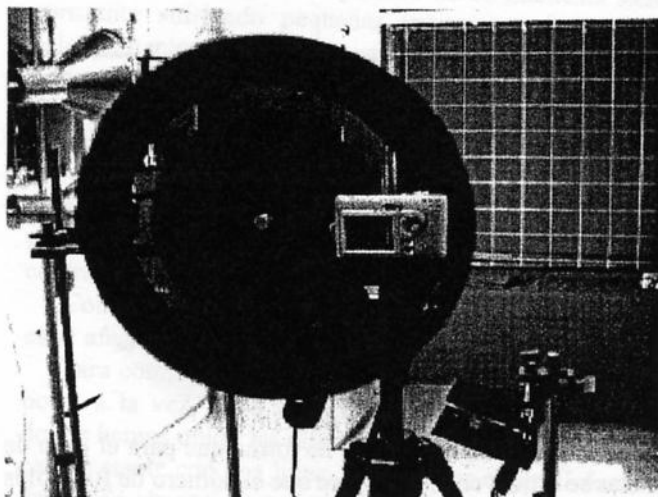


Figura 1. Fotografía del montaje experimental

ciadas angularmente. La cámara digital se sitúa muy próxima al disco, que durante la caída del cuerpo está girando con velocidad angular constante, por lo que en definitiva, obtenemos una fotografía estroboscópica, Fig. 2.

Dependiendo de la velocidad del móvil en su caída, se abren en el disco un determinado número de ventanas y se regula su velocidad angular por medio de un motor. El periodo del disco se mide con una puerta óptica que aprecia hasta el milisegundo.

Para medir la distancia recorrida por el móvil, se sitúa en el plano del movimiento una regla con dos índices separados una distancia conocida, o un dispositivo en forma de cuadrado, con cuadrículas de hilos separadas.

Resultados experimentales

Hemos utilizado esferas de distintos diámetros de los siguientes materiales: acero, goma maciza, goma con aire dentro, madera, corcho, poliespán y ping-pong.

Determinamos los valores de g_s para cada esfera y para sistematizar los resultados los situamos en orden decreciente del valor de g_s Tabla I.

Tabla I

Material esfera	D/cm	m/g	$\rho/\text{g.cm}^{-3}$	$g_s/\text{m.s}^{-2}$	Relación Peso /Empuje
1 Acero	1,6	16,70	7,80	9,80	Aprox. 6000
2 Acero	5,0	511,30	7,80	9,80	Aprox. 6000
3 Goma maciza	3,1	15,15	0,97	9,80	Aprox. 750
4 Goma maciza	3,8	23,60	0,82	9,79	Aprox. 630
5 Madera	7,0	119,90	0,67	9,78	Aprox. 520
6 Goma-aire	5,7	30,40	0,32	9,76	Aprox. 240
7 Corcho	5,1	15,50	0,22	9,74	Aprox. 170
8 Poliespán	1,4	0,24	0,167	9,72	Aprox. 130
9 Ping-pong	3,8	2,11	0,073	9,63	Aprox. 60
10 Poliespán	4,0	0,85	0,025	9,30	Aprox. 20
11 Poliespán	3,0	0,28	0,020	9,16	Aprox. 15



Figura 2a) Caída libre de una esfera de poliespán de 3cm de diámetro, obtenida a una distancia mayor que en la Fig. 2b.



Figura 2b) Caída libre de una esfera de poliespán de 3cm de diámetro. Separación entre índices 90,0 cm.

Con el fin de comparar la validez de los tres modelos, se considera como velocidad verdadera la experimental. En la caída de cada una de las esferas (que repetimos varias veces) se calcula la velocidad experimental y la teórica proporcionada por cada modelo, hallándose después las desviaciones y su valor medio, expresando el resultado en tantos por ciento, Tabla II.

Gráfica velocidad-tiempo (experimental y de los modelos)

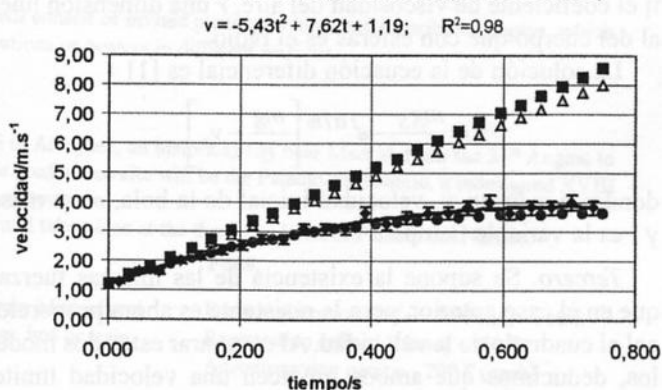


Figura 3. Los rombos con su incertidumbre representan la velocidad medida experimentalmente y se ajustan mediante una curva, los círculos son los valores obtenidos con el modelo 3, los triángulos los valores con el modelo 2 y los cuadrados la caída libre, con el modelo 1. La aproximación del modelo 3 a los datos experimentales se hace muy patente.

otras dificultades, pues el periodo no se mantenía siempre constante sufriendo pequeñas variaciones imputables al calentamiento del motor cuando trabaja en intervalos de tiempo largos, a pequeñas oscilaciones de la tensión de la red u otras causas desconocidas. Esto nos obliga a tomar una sola medida del periodo simultáneamente con la realización del experimento y la toma de la fotografía. La solución sería disponer de una lámpara estroboscópica de mayor precisión, pero esta posibilidad es actualmente una utopía en nuestros centros.

Como resumen, estimamos que nuestras medidas pueden estar afectadas de un error del 6%.

Para completar el experimento se han dejado caer varias bolas a la vez, cuya fotografía puede verse en la Fig. 4, donde hemos unido las diferentes posiciones de las bolas en cada instante con una línea, para marcar el perfil de velocidades. Se observa como unas bolas caen con mayor velocidad que otras, e inclusive puede observarse el rebote de la bola de goma. También notamos que alguna llega a alcanzar prácticamente la velocidad límite, en una caída de algo más de 2 m.

Conclusiones

- De los tres modelos el que mejor se adapta a los datos experimentales es el tercero, en el que se considera que la

resistencia al movimiento es proporcional al cuadrado de la velocidad.

- Cuando g_s es cercano a $9,8 \text{ m/s}^2$ –bolas de acero, goma maciza– o algo menor como la bola de goma/aire, es suficiente utilizar por su sencillez el modelo primero, en el que es posible aproximar la aceleración de caída en el aire por el valor estándar de g , haciendo la aclaración de que las distancias recorridas no sean grandes.
- Para esferas pequeñas –caso de la esfera 8, o con valores de g_s inferiores a $9,7 \text{ m/s}^2$ es imprescindible utilizar el tercer modelo, obsérvese la Fig. 3.

Bibliografía

- [1] MURRAY R. SPIEGEL. Mecánica Teórica. Serie Schaum. 1988, pág. 70.
- [2] J. RUIZ VZQUEZ. Problemas de Física. *Selecciones Científicas*. 1985, pág. 152.
- [3] S. STRELKOV. Mecánica. Editorial MIR. Moscú. 1978, pág. 145.

**J. L. Hernández Pérez, J. Solá de los Santos
y R. Fernández Cruz**

están en el I.E. S. Cervantes y Lope de Vega de Madrid