

Introducción a la Física Experimental

Guía de la experiencia

Relación carga –masa del electrón.

Departamento de Física Aplicada.
Universidad de Cantabria

Junio 29, 2005

Resumen

Se indica cómo utilizar un dispositivo de Thomson –que incluye un calefactor para emitir electrones, un cañón de electrones, un condensador de campo eléctrico de desvío y dos bobinas en configuración Helmholtz para producir un campo magnético– para determinar por dos métodos diferentes la carga específica –relación carga/masa– del electrón.

Introducción

La carga específica del electrón, e/m , puede obtenerse a partir de las desviaciones que sufre un haz de electrones sometido a la acción de campos eléctricos y magnéticos producidos con un montaje experimental adecuado (dispositivo de Thomson) [1].

El valor $e/m = -1,758\,820\,174 \times 10^{11} \text{ C}\cdot\text{kg}^{-1}$ es el más preciso proporcionado por la bibliografía [2].



Figura 1: Fotografía de J J Thomson y del dispositivo experimental que diseñó a finales del siglo XIX para medir la relación carga-masa del electrón.

Históricamente, fue Joseph John Thomson quien primero determinó con éxito la razón entre la carga del electrón y su masa, e/m . El experimento de Thomson tenía por objeto investigar la naturaleza corpuscular de los rayos catódicos. Su dispositivo, que esencialmente es el mismo que se utiliza hoy día en este tipo de experiencias, consta de un cañón de electrones (originalmente denominados rayos catódicos) en el que estas partículas –emitidas por un metal calentado y, seguidamente, aceleradas entre las placas de un condensador mantenido a una alta diferencia de potencial– pueden ser desviadas por campos eléctricos homogéneos –creados entre las placas de otro condensador– o por campos magnéticos homogéneos –creados por bobinas por las que circula corriente, dispuestas según una geometría particular, denominada geometría Helmholtz (ver Apéndice 1)–.

Los rayos catódicos se obtenían en tubos en los que se había hecho un vacío elevado –esto explica que no pudieran ser observados hasta que se desarrollaron eficientes bombas de alto vacío– entre dos placas metálicas sometidas a alta tensión.

El montaje experimental de Thomson, quien estaba convencido de que los rayos catódicos eran partículas cargadas, demostró que la relación e/m obtenida era independiente de los metales que formaban los electrodos dentro del tubo de vacío y de los gases enrarecidos que contenía dicho tubo. Dado el carácter universal de las partículas que formaban los rayos catódicos, se considera a J J Thomson como el descubridor del electrón.

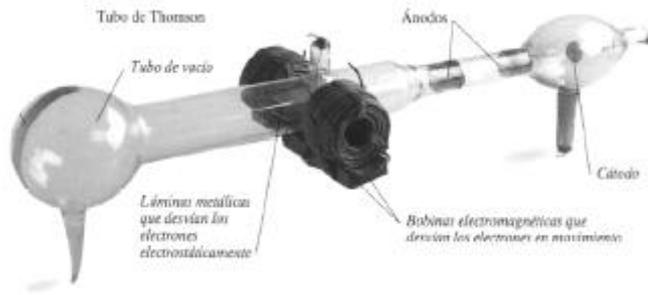


Figura 2: Fotografía del tubo utilizado por Thomson para medir la relación carga-masa del electrón.

Una forma sencilla de producir electrones es calentar una superficie metálica –el denominado efecto Edison o efecto termoiónico–. Una vez producidos, los electrones pueden acelerarse colocándolos en presencia de un campo eléctrico, por ejemplo, entre las placas de un condensador. Allí, sobre el electrón actúa una fuerza eléctrica que lo acelera, de manera que adquiere energía cinética.

La trayectoria rectilínea de un electrón, suficientemente acelerado, se puede modificar utilizando campos eléctricos y campos magnéticos que producen sendas fuerzas eléctricas y magnéticas (ver la figura 6).

Acción de un campo eléctrico E^1 sobre un electrón.

Cuando un electrón, partícula con carga eléctrica negativa e y masa m , entra en una región de intensidad de campo eléctrico E experimenta una fuerza F_e que lo acelera en la dirección del campo (ver figura 3).

El campo eléctrico E entre las placas de un condensador es constante y toma el valor

$$E = V_y/d. \quad (1)$$

Si un electrón entra en la región entre placas del condensador con velocidad u , según el eje X, perpendicular al campo, entonces, describe un movimiento parabólico en esa región. Veámoslo.

Según el eje Y, el electrón se mueve con un movimiento uniformemente acelerado. La aceleración a vale:

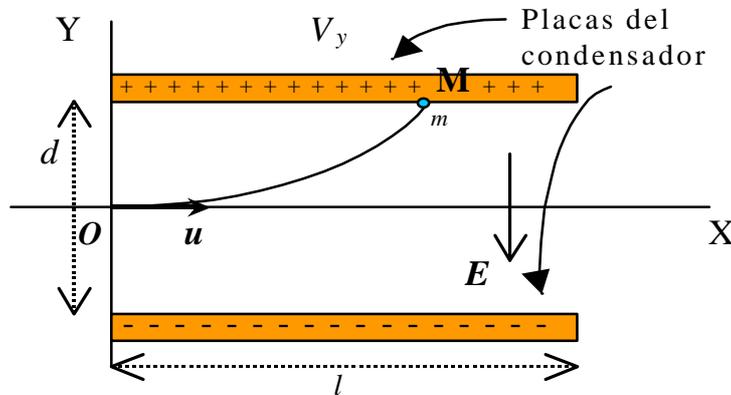


Figura 3.- Un electrón, con masa m , entra en la región entre placas de un condensador plano con velocidad horizontal. Debido a la fuerza eléctrica que actúa sobre él, se desviará de su trayectoria rectilínea para describir una parábola.

$$a = F_e/m = e E / m \quad (2)$$

y la ecuación del movimiento, según el eje Y, es:

$$y=(1/2)at^2 = eV_y t^2/(2 d m), \quad (3)$$

en donde t es el tiempo.

¹ Se indican en negrita las magnitudes físicas que tienen carácter vectorial.

Según el eje X, el electrón no está sometido a ninguna fuerza y, por lo tanto, avanza con velocidad uniforme u . La ecuación de movimiento según el eje X es:

$$x=ut. \quad (4)$$

De las expresiones (3) y (4), se deduce que la trayectoria seguida por cada electrón es, tal como adelantamos, una parábola de ecuación

$$y=(e/m) E x^2/(2 u^2). \quad (5)$$

El electrón alcanza una de las placas en el punto M cuyas coordenadas (x_M, y_M) verificarán la ecuación (5).

Acción de un campo magnético B sobre un electrón.

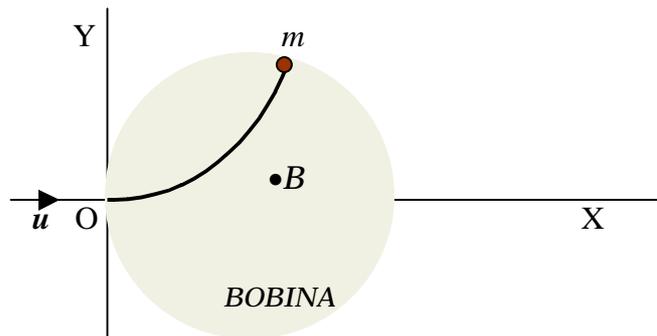


Figura 4.- Un electrón, de masa m , que entra con velocidad u según el eje X en una región de campo magnético B normal al plano de la figura se desviará de su trayectoria rectilínea, describiendo un arco de circunferencia.

Se puede también provocar una deflexión del haz por la acción de un solenoide o bobina (ver figura 4). Creamos una región en la que la inducción magnética B es constante (lo cual se consigue con el dispositivo de Helmholtz descrito en el Apéndice 1) y hacemos que la dirección de B sea la del eje Z perpendicular al eje del tubo (eje X). La fuerza

magnética $F_m = e u \times B$ está constantemente en el plano OXY. La velocidad inicial u también está en ese plano, y la trayectoria, también. La velocidad mantiene su módulo constante. Los vectores u y B son mutuamente perpendiculares y, entonces, $F_m = e u B$. Esta fuerza, en cada instante, es normal a la trayectoria y produce una aceleración centrípeta igual a u^2/R , siendo R el radio de curvatura de la trayectoria en el instante considerado. Así, $e u B = m u^2/R$, de donde,

$$u = (e/m) B R. \quad (6)$$

El radio R es constante y la trayectoria, un arco de circunferencia. $w = u/R = e B/m$ es la velocidad angular.

Acción combinada de los campos E y B .

Si combinamos la acción de los dos campos E y B , de manera que la fuerza eléctrica sea vertical hacia abajo y la fuerza magnética vertical hacia arriba (según el eje Y), ambas con la misma intensidad, de manera que $F_e + F_m = 0$, entonces, la trayectoria no se desviará de la horizontal (eje X). En ese caso,

$$u = E/B. \quad (7)$$

Llevando este valor de u a la ecuación (5), obtenemos en el punto M,

$$y_M = (e/m) B^2 (x_M)^2/(2 E). \quad (8)$$

Teniendo en cuenta la ecuación (1) y que, en el sistema de referencia de la figura 3, $d = 2 y_M$, entonces,

$$e/m = V_y/[(x_M)^2 B^2]. \quad (9)$$

Esta ecuación proporciona un método para determinar e/m (PARTE I). El campo B puede determinarse mediante la expresión (A2) del Apéndice 1, como una función de la intensidad que recorre las bobinas. De esta manera la ecuación (9) toma la forma

$$e/m = \text{constante} \cdot V_y / i^2. \quad (10)$$

No olvide que la expresión (9) es válida solamente si el campo eléctrico \mathbf{E} , generado por la diferencia de potencial V_y , y el campo magnético \mathbf{B} ejercen sobre el electrón fuerzas iguales y opuestas y si \mathbf{E} es tal que, en ausencia del campo \mathbf{B} , el electrón sale de la región entre las placas del condensador justamente por el punto M.

Se han podido determinar los valores de las velocidades iniciales de los electrones emitidos por un cátodo caliente y son despreciables frente a las que alcanzan una vez que han sido acelerados. La velocidad u puede, entonces, deducirse de las tensiones aplicadas. Veámoslo.

El principio de conservación de la energía requiere que el cambio de energía cinética más el cambio de energía potencial de una partícula cargada entre dos puntos cualesquiera de su trayectoria sea cero cuando no hay trabajo realizado por fuerzas externas.

$$1/2mu_2^2 - 1/2mu_1^2 + (eV_2 - eV_1) = 0 \quad (11)$$

Si aplicamos este principio al haz de electrones para el que $(V_2 - V_1) = V_a$, siendo V_a la diferencia de potencial entre el cátodo y el punto O (entre el ánodo acelerador y el cátodo), por donde los electrones entran en el campo deflector, la velocidad inicial $u_1 = 0$ y la velocidad final $u_2 = u$, entonces, la conservación de la energía significa que

$$eV_a = 1/2mu^2, \quad (12)$$

de donde,

$$u = (2eV_a/m)^{1/2}. \quad (13)$$

Sustituyendo (6) en (13),

$$e/m = 2 V_a / B^2 R^2, \quad (14)$$

y sustituyendo (A2) en (14),

$$e/m = k V_a / (i^2 R^2), \quad (15)$$

donde k es una constante.

La ecuación (15) proporciona otro método para determinar e/m (PARTE II).

Descripción del material

Para la realización de estas experiencias se dispone de un montaje de J J Thomson Completo, mostrado en la figura 5:

1. Tubo de Thomson (tt) : cañón de electrones, (1), condensador (2), bobinas Helmholtz (3).
2. Fuente de alimentación de alto voltaje para el cañón de electrones (face).
3. Voltímetro (v).
4. Fuente de alimentación del condensador de desvío (faco).
5. Fuente de alimentación para las bobinas (fabh).
6. Amperímetro (a).

Para el montaje experimental dado, el número de espiras de la bobina es $N = 320$ y el radio de cada espira es $a = 0,069$ m. El fabricante proporciona, también, las coordenadas del punto M $(x_M, y_M) = (47,00 \times 10^{-3} \text{ m}, 4,00 \times 10^{-3} \text{ m})$. El lado de la pantalla cuadrada del interior de la ampolla de vidrio es $L = 0,080$ m y la distancia entre las placas del condensador es $d = 8 \times 10^{-3}$ m. Ambos datos, L y d , están impresos en la propia pantalla.

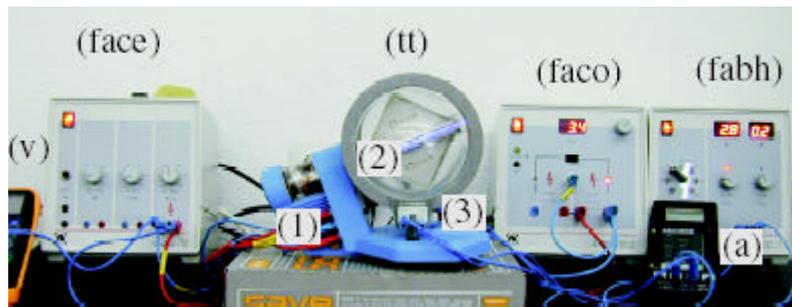


Figura 5: Tubo de Thomson para medir la relación carga-masa del electrón. (faco) es la fuente de alimentación del cañón de electrones que suministra el potencial acelerador V_a , (face) es la fuente de alimentación del condensador de desvío, (fabh) es la fuente de alimentación de las bobinas Helmholtz y (tt) es el tubo de Thomson. Se añade un voltímetro,(v), y un amperímetro (a), para medir la caída de potencial entre las placas del condensador, V_y , y la intensidad i que circula por la bobinas. (1) se refiere al cañón de electrones, (2) al condensador y (3) a las bobinas Helmholtz.

Consideraciones previas a la realización del experimento

Antes de comenzar la toma de datos en la experiencia, considere las siguientes cuestiones:

1. En la introducción se ha demostrado que el electrón que entra con velocidad u cuya dirección es paralela a las placas de un condensador sigue una trayectoria parabólica. Una vez que sale de entre las placas del condensador, ¿qué trayectoria sigue el electrón?
2. ¿Qué representación gráfica tiene que llevar a cabo para poder obtener la relación e/m mediante compensación del campo eléctrico con el magnético (recuerde la expresión (10))?
3. ¿Qué representación gráfica tiene que llevar a cabo para poder obtener la relación e/m mediante aplicación de un campo magnético solamente (recuerde la expresión (15))?
4. ¿Qué velocidad (orden de magnitud) espera que alcance el electrón al ser acelerado en el cañón de electrones?

Procedimiento experimental



Figura 6: Dispositivo experimental para medir la relación carga-masa del electrón. (a) Electrones a la salida del cañón acelerador; (b) Los electrones son desviados por un campo eléctrico; (c) Los electrones son desviados por un campo magnético.

Trate con mucha atención el dispositivo experimental (figura 5):

- La fuente de alimentación (faco) una vez conectada, salvo que se esté realizando una medida, debe mantenerse sin desconectar, en un valor pequeño de V_a (haz poco intenso).
- No debe tocarse la ampolla de vidrio evacuada.
- No debe manipularse la zona (1) de la figura 5.

PARTE I.- *Compensación de campos.* Se comienza aplicando un cierto potencial V_y (se recomiendan los valores de la Tabla 1) entre placas del condensador y se ajusta el potencial acelerador V_a de tal manera que el haz pase exactamente por el punto (x_M, y_M) . A continuación se hace circular una corriente de intensidad i por las bobinas de tal forma que el haz no se desvíe. Una vez rellenada la tabla 1, estime el valor de e/m .

Tabla 1

V_y / V	V_a / kV	i / A	i^2 / A^2	$e/m / (C/kg)$
100				
150				
200				
250				
300				
350				

Calcule, mediante la ecuación (7), la velocidad a la que entran los electrones en la zona de los campos.

PARTE II. *Campo magnético. Radio de curvatura.* Se aplica un potencial acelerador V_a (se recomiendan los valores de la Tabla 2) y se hace circular una corriente i por las bobinas de manera que el haz pase por un punto A (en particular el punto F, por ejemplo) de la pantalla cuadrada (ver la figura 7).

Tabla 3: $R_F = \dots\dots\dots$

V_a / V	i / A	i^2 / A^2	$e/m / (C/kg)$
2000			
2500			
3000			
3500			
4000			
4500			

Para determinar el radio de curvatura del haz, que aparece en la ecuación (15), fíjese en la figura 7 y establezca las consideraciones geométricas oportunas. Recuerde que conoce las dimensiones del lado del cuadrado. Una vez rellenada la tabla 2 y calculado R_F , estime el valor de e/m .

Realice, en ambas partes I y II, las gráficas y el análisis pertinente de acuerdo con sus reflexiones previas al experimento.

reflexiones previas al experimento.

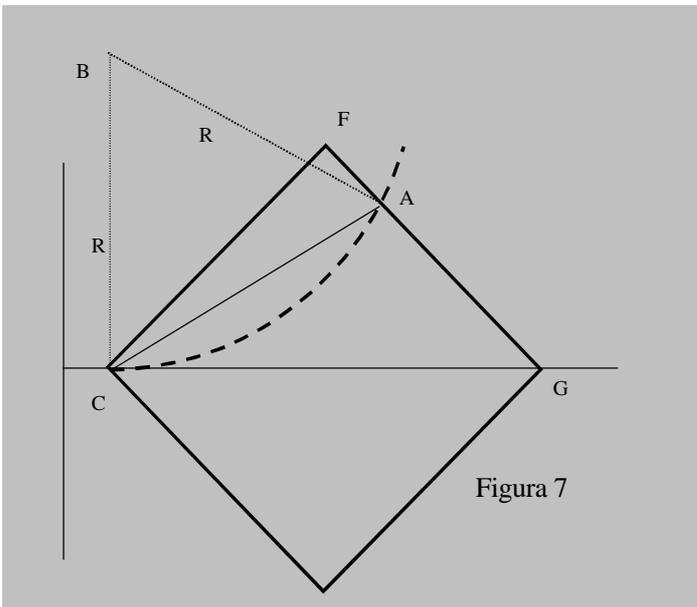


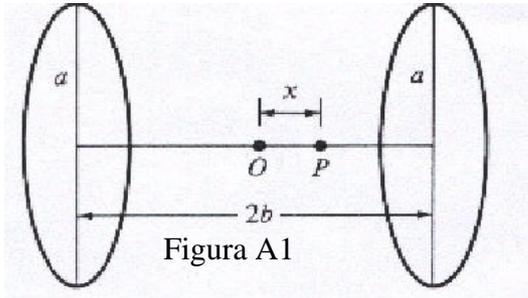
Figura 7

Preguntas adicionales relacionadas con la experiencia

1. Relacionados indirectamente con los rayos catódicos, se encuentran los rayos X, o rayos Röntgen, en honor de Wilhelm K Röntgen, primer premio Nobel de Física por este descubrimiento. ¿Puede explicar cómo se producen los rayos X?

Apéndice 1.

Las bobinas de Helmholtz.



Un método para obtener una región en la que exista un campo magnético uniforme es emplear un par de bobinas circulares idénticas que transportan corrientes iguales en el mismo sentido. Cada bobina tiene N espiras y radio a . Tienen un eje común y están separadas una distancia $2b$ (ver figura 3). Si esta distancia se elige adecuadamente, el campo será casi uniforme

en una cierta región alrededor del punto medio O . El módulo del campo B en el punto P , a distancia x de O , viene dado por la expresión

$$B = \frac{\mu_0 N i a^2}{2} \left\{ \frac{1}{(a^2 + (b+x)^2)^{3/2}} + \frac{1}{(a^2 + (b-x)^2)^{3/2}} \right\} = \quad (A1)$$

$$= \frac{\mu_0 N i a^2}{2(a^2 + b^2)^{3/2}} \left\{ \frac{1}{\left(1 + \frac{2bx + x^2}{a^2 + b^2}\right)^{3/2}} + \frac{1}{\left(1 + \frac{-2bx + x^2}{a^2 + b^2}\right)^{3/2}} \right\}$$

Usando el teorema del binomio,

$$(1+x)^{-n} = 1 - nx + \frac{n(n+1)}{2!}x^2 - \frac{n(n+1)(n+2)}{3!}x^3 + \dots \quad x^2 < 1,$$

y desarrollando hasta el segundo orden las fracciones que aparecen en (A1), puede observarse que la expresión entre llaves no depende de la primera potencia de x . Si determina la relación entre b y a de manera que el coeficiente de x^2 sea cero, entonces, B es independiente de x para potencias de x hasta la segunda. Esa relación entre a y b es: $a=2b$ y, cuando se cumple, el campo uniforme vale

$$B = 8\mu_0 N i / 5\sqrt{5}a \quad (A2)$$

en el punto medio y sus alrededores, es decir, la región en la que observamos el haz de electrones. Cuando las bobinas se disponen según la figura A1, obligando a que se cumpla la relación $a=2b$, se dice que verifican la “geometría Helmholtz”.

Referencias

- [1] R. G. Marcle, Apparatus drawings Project. Report Number 11 Classen's method e/m of electrons apparatus, Am. J. Phys. **29**, 26-29 (1961).
- [2] P J Mohr, B N Taylor, The fundamental physical constants, Physics Today,
- [3] BG6-BG13, August 2000.
- [4] M H Shamos Ed., Great Experiments in Physics, Dover, 1987 (New York).
- [5] P. A. Tipler, Física, vol. II, 4a Ed. Reverté, 1999 (Barcelona).