EJERCICIOS BLOQUE TEMÁTICO 5
(ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE ERRORES ALEATORIOS):
HISTOGRAMAS Y FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN

1. La función de distribución límite para los resultados de una magnitud x tiene la forma:

$$F(x) = \begin{cases} C & para\ |x| < a \\ 0 & otro\ caso \end{cases}$$

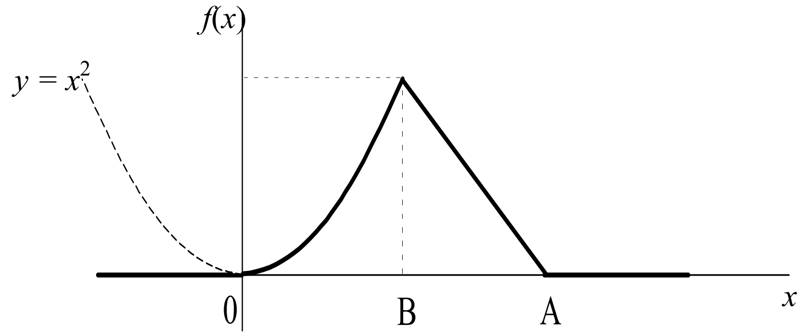
a) Obtenga C en función de a mediante la condición de normalización
b) Dibuje la función teniendo en cuenta el apartado a)
c) Calcule el valor medio de x y la desviación estándar después de muchas medidas.

2. El tiempo de espera entre dos sucesos (expresado en minutos) viene dado por una variable aleatoria de función de densidad:

$$f(t) = \begin{cases} k/t^2 & si\ \ t \geq 1 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

Determine:
a) El valor de k, b) la función de distribución o probabilidad, es decir, $F(t) = P\ (a < t < b)$,
c) la probabilidad de que el suceso tenga lugar transcurridos más de 3 minutos.

3. La función de distribución límite de una variable aleatoria definida en el intervalo [0, A] viene definida por una parábola con vértice en el punto (0, 0) y una recta que pasando por el punto (A, 0) corta a la parábola en x = B. Calcule A y B teniendo en cuenta que la probabilidad P $(0<x<\mathrm{B}) = 1/3$.



4. La función de distribución límite de una variable aleatoria definida en el intervalo [0, 2] es $f(x) = x^2+\mathrm{A}x+\mathrm{B}$. Sabiendo que P $(0 < x < 1) = 2/3$, calcular: **a)** A y B; **b)** Valor medio de x.

5. Aquí aparecen listadas las medidas $t_1, t_2, \ldots, t_{40}$ del tiempo que tarda en caer una piedra desde una torre al suelo (en centésimas de segundo)

63	58	74	78	70	74	75	82	68	69
76	62	72	88	65	81	79	77	66	76
86	72	79	77	60	70	65	69	73	77
72	79	65	66	70	74	84	76	80	69

a) Calcule el valor medio y la desviación estándar de las 40 medidas.

b) Agrupe ahora los 40 datos en 10 medidas independientes de 4 datos, calcule las medias $\bar{t}_1, \bar{t}_2, ..., \bar{t}_{10}$ y la desviación estándar en este caso. Dado el resultado del apartado anterior, ¿cómo interpretas el resultado?

c) Dibuje los histogramas para el caso de 40 medidas individuales y para los 10 promedios. Use la misma escala y amplitud del intervalo para compararlos fácilmente. Emplee para ello la desviación estándar del primero.

6. Supongamos que al medir el periodo de un péndulo sólo tenemos errores aleatorios y, por tanto, sigue una distribución gaussiana con $\bar{x}$ =1.78 s y σ= 0.10 s.

¿Cuál será la probabilidad de que al realizar una medida su valor esté comprendido entre 1.68 s y 1.78 s?

7. Una empresa fabrica tubos de acero cuyos diámetros interiores siguen una distribución normal de media 5 cm y desviación típica 0.5 cm. ¿Qué porcentaje de tubos al medir con el calibre tienen diámetro superior a 6 cm?

8. La conductividad térmica del cobre a 0ºC es k = 385.0 W m^{-1} K^{-1}. Un gran número de medidas de k, libres de error sistemático, forman una gaussiana con error estándar σ= 15.0 W m^{-1} K^{-1}. ¿Cuál es la probabilidad de que una sola medida descanse en los rangos 385.0 a 385.1, 400.0 a 400.1, 415.0 a 415.1, 370.0 a 400.0, 355.0 a 415.0 y 340.0 a 430.0 W m^{-1} K^{-1}?

9. Un científico sintetiza nanopartículas cuya distribución de tamaños esta parametrizada por una función de distribución límite de tipo gaussiana caracterizada por el valor medio del radio de las nanopartículas $\langle r \rangle$ = 5 nm y su desviación estándar $\sigma(r)$ = 1.5 nm. Calcule la probabilidad de que una partícula escogida al azar tenga un volumen comprendido entre 381.7 y 904.8 nm^3 y de que el volumen sea exactamente de 523.6 nm^3.