

1. Se deja caer un imán desde diferentes alturas haciéndolo pasar por una bobina de $N=1600$ espiras. Se mide el máximo de la fuerza electromotriz inducida $\mathcal{E}_{\max}$ para cada altura h resultando las parejas de puntos (h/cm , $\mathcal{E}_{\max}/\text{mV}$): (100, 2330), (80, 2080), (60, 1820), (40, 1485), (20, 1060). Si h representa la distancia desde el punto en el que soltamos el imán a la bobina, demuestra que $\mathcal{E}_{\max}$ es proporcional a la velocidad con la que el imán atraviesa la bobina (ver formulario). Determine la constante de proporcionalidad mediante ajuste por mínimos cuadrados y gráficamente y el momento magnético m del imán sabiendo que $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$ y $R = 2.5 \pm 0.1 \text{ cm}$. **(3 puntos)**

2. El diámetro de un cable eléctrico se considera una variable aleatoria continua, cuya función de densidad de probabilidad es:

$$f(x) = \begin{cases} Cx(1-x) & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Obtenga el valor de C y dibuje $f(x)$, b) determine la función $F(x)$ y dibújela, c) calcule la media y la varianza de la distribución, d) obtenga $P(x < 1/2)$, $P(0 \leq x \leq 1/4)$, $P(x \geq 1/3)$. **(1.5 puntos)**

3. Responda a las siguientes cuestiones: a) ¿Con qué exactitud es necesario medir el diámetro de una esfera para que su volumen sea conocido con un error relativo menor de 0.01%? y ¿cuántos decimales es necesario emplear para el valor de π ? b) ¿Cuántas oscilaciones de un péndulo matemático de un metro de longitud debemos contar para que, al determinar g , el error relativo sea inferior al 0.1%? **(1.5 puntos)**

4. Admitamos que ha realizado el experimento de los dardos*, de manera que la distribución gaussiana asociada a los resultados de su experimento está centrada en el valor 0.3 y su desviación estándar es $\sigma = 2.3$. Si otros 200 compañeros han realizado el mismo experimento y la distribución asociada a la variable σ que ha resultado es una gaussiana centrada en el valor 3.6 con un valor de la desviación estándar de 0.8. ¿Cuántos alumnos son mejores tiradores que usted? **(2 puntos)**

5. Se pretende leer una señal de 1 Hz que incluye una interferencia de 1 kHz de su misma amplitud. Si se pretende atenuar 100 veces la interferencia garantizando que la señal buscada no esté atenuada en más de un 5%, ¿qué valor debe tener el producto RC (constante de tiempo) de un filtro RC de primer orden que satisfaga las condiciones expuestas? ¿Qué nombre recibe este tipo de filtro? ¿Qué significado tiene ν_c ? **(2 puntos)**

*Consiste este experimento en que cada alumno hace 150 lanzamientos a una diana rectangular, dividida en columnas numeradas desde la central a la que se asigna el cero (0) y las contiguas a la izquierda numeradas -1, -2, -3...etc y las contiguas a la derecha numeradas 1, 2, 3... etc. Se construye un histograma representando en el eje de abscisas $x = n^\circ$ de columna y como anchura del intervalo la unidad y representando en el eje y la frecuencia relativa por unidad de intervalo de los resultados obtenidos en cada columna. Después se ajusta el histograma a una gaussiana.

$$s^2=\frac{1}{n}\sum_i\left(x_i-\bar{x}\right)^2\qquad\qquad\sigma=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_i\left(x_i-\bar{x}\right)^2}=\left(\frac{n}{n-1}\right)^{1/2}s\qquad\sigma_m=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\qquad\sigma_m=\left(\frac{1}{n-1}\right)^{1/2}s$$

$$a=\frac{n\cdot\sum x_i\cdot y_i-\sum y_i\cdot\sum x_i}{n\cdot\sum x_i^2-\left(\sum x_i\right)^2}\qquad\qquad\Delta a=\Delta y\cdot\sqrt{\frac{n}{D}};\quad\Delta y=\sqrt{\frac{\sum\Delta y_i^2}{n-2}};\qquad\Delta y_i=y_i-ax_i-b;$$

$$b=\bar{y}-a\cdot\bar{x}\qquad\qquad D=n\sum_i x_i^2-\left(\sum_i x_i\right)^2\qquad\qquad\Delta b=\Delta y\cdot\sqrt{\frac{\sum x_i^2}{D}}$$

$$P(a\leq x\leq b)=\int_a^b f(x)\cdot dx$$

$$\bar{x}=\int_{-\infty}^{+\infty}x\cdot f(x)\cdot dx$$

$$F(x)=\int_{-\infty}^xf(x')dx'$$

$$\sigma^2=\int_{-\infty}^{+\infty}(x-\bar{x})^2\cdot f(x)\cdot dx$$

$$\varepsilon_{\rm max}\approx \frac{24N\mu_0mv}{5^{5/2}R^2}$$

$$\mathrm{V_{out}}=\mathrm{V_{in}}/\left(1+\omega^2\mathrm{C}^2\mathrm{R}^2\right)^{1/2}$$

$$\mathrm{V_{out}}\!=\!\mathrm{V_{in}}\,/\,\left[1\!+\!1/\!\left(\omega^2\mathrm{C}^2\mathrm{R}^2\right)\right]^{1/2}$$

$$\mathrm{V_{out}}\,/\,\mathrm{V_{in}}\,=\,1\,/\!\left(1\!+\!\omega^2\mathrm{C}^2\mathrm{R}^2\right)^{1/2}\!=\!1/\!\left(1\!+\!(\mathrm{v}/\mathrm{v_c})^2\right)^{1/2}$$

$$\mathbf{v_c}=1/2\pi\mathbf{RC}$$